Universidade Federal de Goiás – UFG Instituto de Informática – INF Estruturas de Dados 1 – 2020/2

Lista de Exercícios – Recursão¹ Prof. André Luiz Moura

Observações:

- Resolver, pelos menos, 19 (dezenove) das 37 (trinta e sete) questões.
- A implementação de cada função resolvida deve seguir o formato abaixo:

```
#include <stdio.h>
...
// Protótipo da função
<tipo de retorno> <nome da função>(lista de argumentos formais);
int main()
{
...
return 0;
}

// Implementação da função
<tipo de retorno> <nome da função>(lista de argumentos formais)
{
...
}
```

- O arquivo contendo a implementação de função e a chamada a ela deve obedecer ao seguinte formato: **q<número>.c.** Exemplo: **q09.c**.
- Compactar todos os arquivos com como segue: ResListaRecursao.zip
- 1. Crie uma função recursiva que receba um número inteiro positivo N e calcule o somatório dos números de 1 a N.
- 2. Faça uma função recursiva que calcule e retorne o fatorial de um número inteiro N.
- 3. Escreva uma função recursiva que calcule a soma dos primeiros n cubos: $S(n) = 1^3 + 2^3 + ... + n^3$
- 4. Crie uma função recursiva que receba dois inteiros positivos k e n e calcule kⁿ.
- 5. Faça uma função recursiva que calcule e retorne o N-ésimo termo da sequência Fibonacci. Alguns números dessa sequência são: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89...
- 6. A multiplicação de dois números inteiros pode ser feita através de somas sucessivas. Proponha um algoritmo recursivo Multip_Rec(n1,n2) que calcule a multiplicação de dois inteiros.
- 7. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo N e imprima todos os números naturais de 0 até N em ordem crescente.

¹ Extraída de lista elaborada pelo Prof. André Backes (UFU).

- 8. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo N e imprima todos os números naturais de 0 até N em ordem decrescente.
- 9. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo par N e imprima todos os números pares de 0 até N em ordem crescente.
- 10. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo par N e imprima todos os números pares de 0 até N em ordem decrescente.
- 11. Escreva uma função recursiva que exibe todos os elementos em um array de inteiros, separados por espaço.
- 12. Crie um programa que contenha uma função recursiva para encontrar o menor elemento em um vetor.
- 13. Escreva uma função recursiva SomaSerie(i,j,k). Esta função devolve a soma da série de valores do intervalo [i,j], com incremento k.
- 14. Escreva uma função recursiva ImprimeSerie(i,j,k). Esta função imprime na tela a série de valores do intervalo [i,j], com incremento k.
- 15. Faça uma função recursiva que calcule o valor da série S descrita a seguir para um valor n > 0 a ser fornecido como parâmetro para a mesma.

$$S = 2 + \frac{5}{2} + \frac{10}{3} + \ldots + \frac{1 + n^2}{n}$$

16. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo impar N e retorne o fatorial duplo desse número. O fatorial duplo é definido como o produto de todos os números naturais ímpares de 1 até algum número natural ímpar N. Assim, o fatorial duplo de 5 é

$$5!! = 1 * 3 * 5 = 15$$

17. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo N e retorne o fatorial quádruplo desse número. O fatorial quádruplo de um número N é dado por:

$$\frac{(2n)!}{n!}$$

18. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo N e retorne o superfatorial desse número. O superfatorial de um número N é definida pelo produto dos N primeiros fatoriais de N. Assim, o superfatorial de 4 é

$$sf(4) = 1! # 2! # 3! # 4! = 288$$

19. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo N e retorne o hiperfatorial desse número. O hiperfatorial de um número N, escrito H(n), é definido por

$$H(n) = \prod_{k=1}^{n} k^{k} = 1^{1} * 2^{2} * 3^{3}...(n-1)^{n-1} * n^{n}$$

20. Faça uma função recursiva que receba um número inteiro positivo N e retorne o fatorial exponencial desse número. Um fatorial exponencial é um inteiro positivo N elevado à potência de N-1, que por sua vez é elevado à potência de N-2 e assim em diante. Ou seja,

$$n^{(n-1)^{(n-2)\cdots}}$$

21. Escreva uma função recursiva que calcule a sequência dada por:

```
F(1) = 1

F(2) = 2

F(n) = 2 * F(n-1) + 3 * F(n-2).
```

22. Uma sequência de Fibonacci generalizada, de f0 a f1 é definida como fibg(f0, f1, 0),

```
fibg(f0, f1, 1), fibg(f0, f1, 2), ..., onde:
fibg(f0, f1, 0) = f0
fibg(f0, f1, 1) = f1
fibg(f0, f1, n) = fibg(f0, f1, n-1) + fibg(f0, f1, n-2), se n > 1.
```

- 23. Faça uma função recursiva que permita somar os elementos de um vetor de inteiros.
- 24. Faça uma função recursiva que receba um número N e retorne o N-ésimo termo da sequência de tribonacci. Os números tribonacci são definidos pela seguinte recursão

```
f(n) = 0 se n = 0

f(n) = 0 se n = 1

f(n) = 1 se n = 2

f(n) = f(n-1) + f(n-2) + f(n-3) se n > 3
```

- 25. Faça uma função recursiva que receba um número N e retorne o N-ésimo termo da sequência de tetranacci. Os números tetranacci iniciam com quatro termos pré-determinados e a partir daí todos os demais números são obtidos pela soma dos quatro números anteriores. Os primeiros números tetranacci são: 0, 0, 0, 1, 1, 2, 4, 8, 15, 29, 56, 108, 208...
- 26. Faça uma função recursiva que receba um número N e retorne o N-ésimo termo da sequência de Padovan. A sequência de Padovan é uma sequência de naturais P(n) definida pelos valores iniciais

```
P(0) = P(1) = p(2) = 1
e a seguinte relação recursiva
P(n) = P(n - 2) + P(n - 3) se n > 3
```

Alguns valores da sequência são: 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28...

27. Implemente a função h definida recursivamente por:

```
h(m,n) = m+1 ,se n = 1

h(m,n) = n+1 ,se m = 1

h(m,n) = h(m,n-1)+h(m-1,n) ,se m>1,n>1
```

28. Faça uma função recursiva para computar a função de Ackerman. A função de Acherman é definida recursivamente nos números não negativos como segue:

```
A(m,n) = n+1 \text{ se } m = 0

A(m,n) = A(m-1,1) \text{ se } m > 0 \text{ e } n = 0

A(m,n) = A(m-1,A(m,n-1)) \text{ se } m > 0 \text{ e } n > 0
```

29. Faça uma função recursiva para calcular os números de Pell. Os números de Pell são definidos pela seguinte recursão

```
p(n) = 0 \text{ se } n = 0

p(n) = 1 \text{ se } n = 1

p(n) = 2p(n-1) + p(n-2) \text{ se } n > 1
```

30. Faça uma função recursiva para calcular os números de Catalan. Os números de Catalan são definidos pela seguinte recursão

$$C(n)=1$$
 se n = 0
$$C(n)=\frac{2(2n-1)}{n+1}C(n-1)$$
 se $n>0$

Alguns números desta sequência são: 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786...

31. Uma palavra de Fibonacci é definida por

```
f(n) = b \text{ se } n = 0

f(n) = a \text{ se } n = 1

f(n) = f(n-1)+f(n-2) \text{ se } n > 1
```

Aqui o símbolo "+" denota a concatenação de duas strings. Essa sequência inicia com as seguintes palavras: b, a, aba, abaaba, abaababa, abaababaabaaba, ...

Faça uma função recursiva que receba um número N e retorne a N-ésima palavra de Fibonacci.

- 32. Dado um número n na base decimal, escreva uma função recursiva que converte este número para binário.
- 33. Crie um programa que receba um vetor de números reais com 100 elementos. Escreva uma função recursiva que inverta a ordem dos elementos presentes no vetor.
- 34. Faça uma função recursiva que permita inverter um número inteiro N. Ex.: 123 321
- 35. Escreva uma função recursiva que determine quantas vezes um dígito K ocorre em um número natural N. Por exemplo, o dígito 2 ocorre 3 vezes em 762021192.
- 36. O máximo divisor comum dos inteiros x e y é o maior inteiro que é divisível por x e y. Escreva uma função recursiva mde que retorna o máximo divisor comum de x e y. O mde de x e y é definido como segue: se y é igual a 0, então mdc(x,y) é x; caso contrário, mdc(x,y) é mdc(y,x), onde y é o operador resto.
- 37. Escreva uma função recursiva que permita fazer a multiplicação à russa de 2 entradas.

A Multiplicação à russa consiste em:

- (a) Escrever os números A e B, que se deseja multiplicar na parte superior das colunas.
- (b) Dividir A por 2, sucessivamente, ignorando o resto até chegar à unidade, escrever os resultados da coluna A.
- (c) Multiplicar B por 2 tantas vezes quantas se haja dividido A por 2, escrever os resultados sucessivos na coluna B.
- (d) Somar todos os números da coluna B que estejam ao lado de um número ímpar da coluna A.

Exemplo: 27 * 82

Α	В	Parcelas
27	82	82
13	164	164
6	328	-
3	656	656
1	1312	1312

Soma = 2214