

Multiple Choice (48 Punkte)

Markieren Sie bei folgenden Multiple-Choice-Aufgaben die korrekte Aussage.

- In jedem Block von Aussagen ist **genau eine** Antwort korrekt.
- Die eindeutig markierte korrekte Aussage wird mit 4 Punkten (pro MC-Aufgabe) bewertet.
- Eine Markierung der falschen Aussage, eine Mehrfachmarkierung oder keine Markierung wird mit 0 Punkten bewertet.

1. (4 Punkte) Folgende Informationen sind gegeben: $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$, $P(\overline{A \cup B}) = 0,4$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

- (a) A und B sind disjunkt.
- (b) A und B sind unabhängig.
- (c) A und B sind nicht unabhängig.
- (d) Nicht genügend Informationen gegeben.

2. (4 Punkte) Zwei unabhängige Zufallsvariablen X_1 und X_2 sind zwischen -1 und 1 stetig gleichverteilt.

Welche Aussage über den Mittelwert $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2}{2}$ ist falsch?

- (a) $P[\bar{X} = 0] = 0$
- (b) $P[|\bar{X}| > 1] = 0$
- (c) $P[\bar{X} < -0,5] = 0,25$
- (d) $P[\bar{X} < 0] = 0,5$

3. (4 Punkte) Der vollbeladene Öltanker "Ever Given II" mit einer Gesamtkapazität von 30.000 m^3 will den Kiel Kanal in Deutschland passieren. Hat der Tanker mehr als 27.040 Tonnen Rohöl geladen so würde er auf Grund laufen. Das Gewicht von 1 m^3 Rohöl ist unabhängig und identisch mit Mittelwert $\mu = 0,9$ und unbekannter Varianz σ^2 verteilt. Mit Hilfe seiner Statistikkenntnisse schätzt der Kapitän die Wahrscheinlichkeit auf Grund zu laufen auf 0,2%.

Welche Varianz σ^2 hat der Kapitän für das Gewicht von 1 m^3 angenommen?

- (a) 0,0064
- (b) 0,0802
- (c) 193,1477
- (d) Nicht genügend Informationen gegeben.

4. (4 Punkte) Gegeben sei eine Zufallsvariable Y mit einer Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f_Y(y) = \begin{cases} 2y & \text{for } 0 < y < 1, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Wie gross ist die Varianz von Y ?

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) $\frac{1}{18}$
- (c) $\frac{2}{3}$
- (d) $\frac{1}{14}$

5. (4 Punkte) Im Auftrag eines Grosshändlers müssen Konfidenzintervalle für die durchschnittliche Füllmenge eines Abfüllsystems für 500 ml Bierflaschen bestimmt werden. Die Abfüllmenge X ist mit einer Varianz von 10 ml Normalverteilt. Zehn auf dieser Anlage abgefüllte Bierflaschen werden zufällig ausgewählt und deren Füllmenge wird überprüft. Die Stichprobe ergibt folgende Werte in ml:

501	495	503	498	500	498	497	503	497	501
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Wie lautet das korrekte (symmetrische) 95% Konfidenzintervall für die durchschnittliche Abfüllmenge?

- (a) $[493, 10 ; 505, 50]$
 (b) $[497, 66 ; 500, 95]$
 (c) $[494, 08 ; 504, 52]$
 (d) $[497, 34 ; 501, 26]$
6. (4 Punkte) Für welche Konstante c ist die Funktion

$$p(x) = \begin{cases} \frac{c}{x!} & \text{for } x = 0, 1, 2, 3, \dots, \\ 0 & \text{else.} \end{cases}$$

eine Wahrscheinlichkeitsmassfunktion?

- (a) $c = \frac{1}{\pi}$
 (b) $c = 1$
 (c) $c = \frac{1}{e}$
 (d) jedes beliebige c
7. (4 Punkte) Die alljährliche Analyse von Prüfungsergebnissen eines Statistik Kurses an einer Schweizer Universität hat ergeben, dass Studenten durchschnittlich 20 Punkte erreichen. Die Punkte sind mit einer Varianz von neun Punkten Normalverteilt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Student weniger als 25 Punkte erreicht?
- (a) 0,952
 (b) 0,048
 (c) 0,726
 (d) 0,274
8. (4 Punkte) Seien A , B und C drei Ereignisse mit $\mathbb{P}(A) > 0$, $\mathbb{P}(B) > 0$ und $\mathbb{P}(C) > 0$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?
- (a) Falls A unabhängig von B , und B unabhängig von C ist, dann ist A auch unabhängig von C .
 (b) $\mathbb{P}(A|B) > \mathbb{P}(A) \iff \mathbb{P}(A|\overline{B}) < \mathbb{P}(A)$
 (c) Wenn sich A und B gegenseitig ausschliessen, dann sind sie auch unabhängig.
 (d) Keine der obigen Angaben ist richtig.

9. (4 Punkte) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen mit Verteilungen $X \sim \mathcal{N}(\mu = 4, \sigma^2 = 2)$ und $Y \sim \mathcal{N}(\mu = 0, \sigma^2 = 3)$. Des Weiteren gilt $E[XY] = E[X]E[Y]$. Sei Z eine Zufallsvariable welche als $Z = 3 - 2X + 3Y$ definiert ist. Wie lautet die Kovarianz $\text{Cov}(Y, Z)$?
- 27.
 - 9.
 - 12.
 - Keine der obigen Angaben ist richtig.
10. (4 Punkte) Sei x_1, x_2, \dots, x_n eine Stichprobe unabhängiger und identischer (I.I.D) Zufallsvariablen X . Welcher der folgenden Schätzer des Erwartungswerts von X ist erwartungstreu?
- $\hat{\mu} = x_1$
 - $\hat{\mu} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i$
 - $\hat{\mu} = \frac{x_1 + x_3 + x_n}{4}$
 - Keiner der obigen Schätzer ist erwartungstreu.
11. (4 Punkte) Angenommen Sie werfen. Für jeden Wurf erhalten Sie die Augenzahl als Auszahlung. Erscheint die 4, 5 oder 6 so können Sie erneut werfen. Sobald Sie 1, 2, oder 3 werfen, endet das Spiel. Wie hoch ist der zu erwartende Gewinn dieses Spiels?
- 3.5
 - 5
 - 6
 - 7
12. (4 Punkte) Jacob möchte sein Wissen, das er während des Statistikunterrichts erworben hat, nutzen, um im Casino etwas Geld zu gewinnen. In seinem Lieblingscasino in Paris gibt es 100 Spielautomaten. Das Casino kann die Gewinnwahrscheinlichkeit an einem Spielautomaten beeinflussen und fixiert diese bei 20%. Jacob möchte wissen: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, an mindestens 4 der 100 Spielautomaten mehr als zweimal zu gewinnen, wenn er an jedem Automaten fünf Spiele spielt?
- 0.0579
 - 0.8372
 - 0.9421
 - 0.1628

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Teil 1A (4 Punkte)

Aus jeder der vier Verteilungen F_1 , F_2 , F_3 und F_4 wird eine Zufallsstichprobe von Beobachtungen gezogen:

F_1) Poissonverteilung mit $\lambda = 50$.
Stichprobenumfang $n_1 = 200$

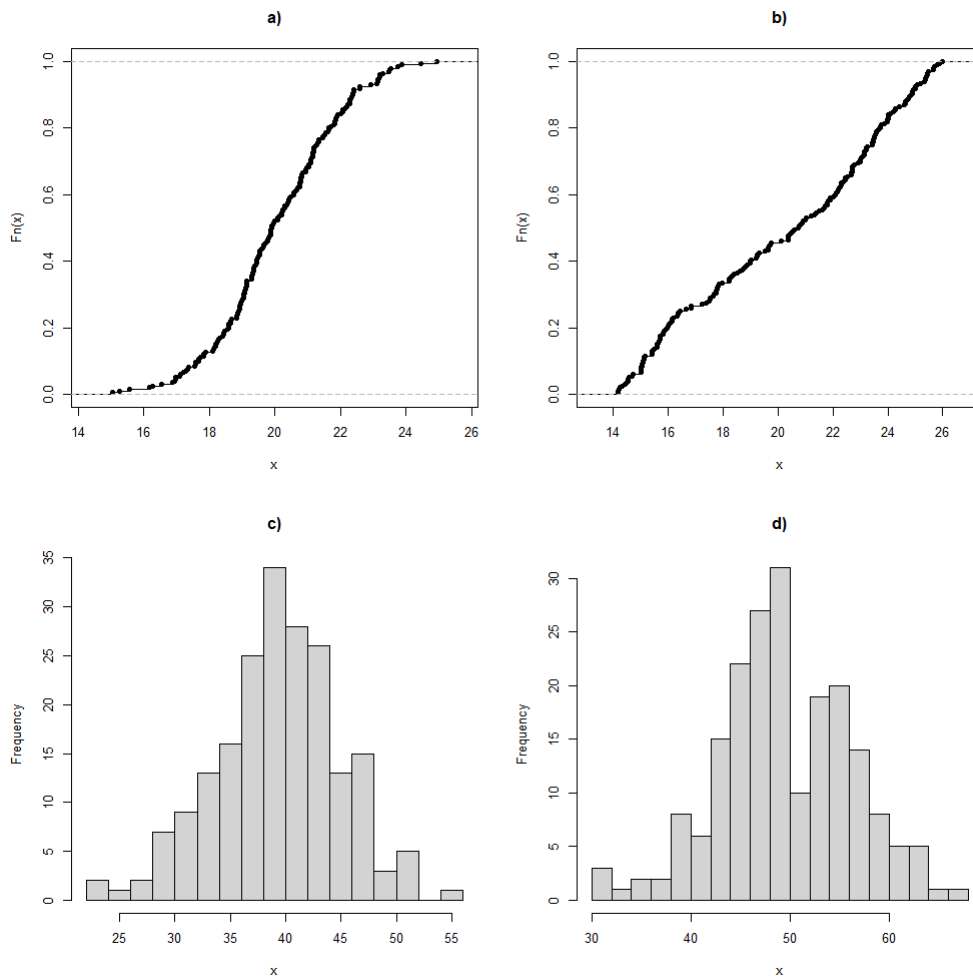
F_2) Gleichverteilung auf dem Intervall $[14, 26]$.
Stichprobenumfang $n_2 = 200$

F_3) Normalverteilung mit $\mu = 20$ und $\sigma^2 = 4$.
Stichprobenumfang $n_3 = 200$

F_4) Binomialverteilung mit $n = 200$ und $p = 0.2$.
Stichprobenumfang $n_4 = 200$

Die folgenden Diagramme zeigen empirische Verteilungsfunktionen und Histogramme der entsprechenden Stichproben (F_1 , F_2 , F_3 und F_4). Ordne jedem Diagramm die entsprechende Verteilung zu, z.B. F_1 : a

Hinweis: Jeder Graph entspricht genau einer der vier Verteilungen F_1 , F_2 , F_3 und F_4 .



Teil 1B (8 Punkte)

Die Höchstgeschwindigkeit von zehn zufällig gewählten Autos lautet wie folgt:

180, 195, 240, 185, 230, 300, 290, 180, 235, 280

1. (3 Punkte) Berechnen Sie den Mittelwert, den Modus und den Interquartilsabstand für die Höchstgeschwindigkeiten der Autos.
2. (5 Punkte) Zeichne Sie ein Histogramm der Höchstgeschwindigkeiten der Autos.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Problem 2 (15 Punkte)

“Es ist nicht schwer, Entscheidungen zu treffen, wenn du deine Werte kennst“

In Anlehnung an Roy Disneys profunden Erkenntnissen untersucht Professor O., wie die Chance eines Unternehmens, einen Kredit zu erhalten, mit den persönlichen Werten der Kreditsachbearbeiter in Bezug auf Nachhaltigkeit zusammenhängt. Um dieses Ziel zu erreichen, untersucht er Unternehmen, die allesamt für ihr Engagement im Bereich Nachhaltigkeit bekannt sind. Er definiert die folgenden Ereignisse:

- A : Der Kredit für ein Unternehmen wird bewilligt.
- \bar{A} : Der Kredit für ein Unternehmen wird *nicht* bewilligt.
- B : Der Kreditsachbearbeiter legt in seinen persönlichen Überzeugungen großen Wert auf Nachhaltigkeit. (*Grüner Sachbearbeiter*).
- \bar{B} : Der Kreditsachbearbeiter legt in seinen persönlichen Überzeugungen *keinen* großen Wert auf Nachhaltigkeit. (*Brauner Sachbearbeiter*).

Kreditsachbearbeiter werden den Unternehmen zufällig zugewiesen, und die Wahrscheinlichkeit, dass ein Sachbearbeiter ein *grüner Sachbearbeiter* ist, beträgt 0,5. Die restliche Sachbearbeiter werden als *braune Sachbearbeiter* eingestuft. Die Wahrscheinlichkeit für eine Kreditzusage liegt bei 0,7. Des Weiteren beträgt die Wahrscheinlichkeit einer Kreditzusage, gegeben dass der zuständige Sachbearbeiter ein *grüner Sachbearbeiter* ist, 0,8.

1. (4 Punkte) Veranschaulichen Sie das oben beschriebene Problem, indem Sie alle Wahrscheinlichkeiten in die folgende Kontingenztafel eintragen:

	B	nicht B	$B \cup \text{nicht B}$
A			
nicht A			
$A \cup \text{nicht A}$			

2. (5 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

- $\mathbb{P}(A \cap \bar{B})$
- $\mathbb{P}(\bar{A}|\bar{B})$
- $\mathbb{P}(\bar{A} \cup B)$

3. (2 Punkte) Sind die Ereignisse A und B voneinander unabhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.
4. (4 Punkte) Um Einblicke in die Entscheidungsfindung der Sachbearbeiter zu gewinnen, führt Professor O. persönliche Interviews mit 8 Kreditsachbearbeitern durch.
 - Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den 8 befragten Sachbearbeitern nur der erste ein *brauner Sachbearbeiter* ist?
 - Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass von den 8 befragten Sachbearbeitern 4 *grüne Sachbearbeiter* und 4 *braune Sachbearbeiter* sind?

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Problem 3 (15 Punkte)

An der Olma-Messe in St. Gallen gibt es eine lange Tradition des Schweinerennens: Fünf namentlich genannte Schweine treten gegeneinander an, um als erste an der Futterstation anzukommen. Das teilnehmende Star-Schwein *Max V.* beendet das Rennen immer in **genau** 10 Sekunden. Für die anderen 4 Schweine ist die Rennzeit unabhängig normalverteilt mit einem Mittelwert von $\mu = 13$ Sekunden und einer Standardabweichung von $\sigma = 2,5$ Sekunden.

1. (5 Punkte) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass *Max V.* das Rennen gewinnt?
2. (5 Punkte) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass *Max V.* nicht schlechter als Dritter wird?

Sie interessieren sich nun für die Rennplatzierung X (1., 2., 3., 4., 5.) von *Max V.*. Um eine Reihe von Wetten abzuschließen, möchten Sie sehr sicher sein, dass die durchschnittliche Platzierung \bar{X}_N über N unabhängige Rennen hinweg mindestens Zweiter ist ($\bar{X}_N \leq 2$).

3. (5 Punkte) Verwenden Sie die Näherung des zentralen Grenzwertsatzes: Was ist die niedrigste Anzahl von Rennen N , so dass $\mathbb{P}(\bar{X}_N \leq 2) \geq 0,999$?

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Problem 4 (15 Punkte)

Hinweis: Stellen Sie sicher, dass Sie Ihre Berechnungen für die folgenden Fragen im Detail angeben. Wenn Sie einfach die richtige Antwort ohne Herleitung schreiben, erhalten Sie nicht die volle Punktzahl.

Seien X und Y zwei Zufallsvariablen. Folgende Informationen sind bekannt:

- X hat die folgende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} (4ae^{ax})^{-1} & \text{für } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Y hat die folgende **stetige** kumulierte Verteilungsfunktion

$$F_Y(y) = \begin{cases} 0 & \text{für } y < 1 \\ 1 + b \left(\frac{1}{3y^3} - \frac{1}{2y^2} \right) & \text{für } y \geq 1 \end{cases}$$

- X und Y sind unabhängig.

-
1. (3 Punkte) Bestimmen Sie die Konstante a .
 2. (3 Punkte) Bestimmen Sie die Konstante b .
 3. (3 Punkte) Bestimmen Sie die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{X,Y}(x,y)$.
 4. (6 Punkte) Bestimmen Sie den Erwartungswert von $Z = XY$.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Problem 5 (15 Punkte)

Teil 5A (7 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$f_X(x; \lambda) = \begin{cases} \frac{2x}{\lambda^2} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^2} & x \geq 0, \\ 0 & x < 0, \end{cases}$$

mit unbekanntem Parameter $\lambda > 0$.

Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für λ auf der Grundlage einer Zufallsstichprobe X_1, \dots, X_n , die aus der oben erwähnten Verteilung gezogen wurde.

Teil 5B (8 Punkte)

Nehmen wir an, dass die in der Tabelle 1 gezeigte Daten die Realisierungen einer Zufallsvariable Y mit Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$p_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} & y = 1, \dots, \theta, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

sind.

1. (4 Punkte) Berechnen Sie einen Momentenschätzer für θ auf Grundlage einer Zufallsstichprobe Y_1, \dots, Y_n , die aus der oben genannten Verteilung gezogen wurde. *Hinweis:* $\sum_{i=1}^K i = \frac{K(K+1)}{2}$.
2. (2 Punkte) Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für θ auf Grundlage einer Zufallsstichprobe Y_1, \dots, Y_n , die aus der oben genannten Verteilung gezogen wurde.
3. (2 Punkte) Berechnen Sie anhand der Beobachtungsdaten in Tabelle 1 die Werte der Momentenschätzer und Maximum-Likelihood-Schätzer für θ , die in Aufgaben 1 und 2 hergeleitet wurden.

Datenpunktnummer	Realisierung Y_i
1	1
2	4
3	3
4	4
5	2

Tabelle 1: Beobachtungen der Zufallsvariable Y

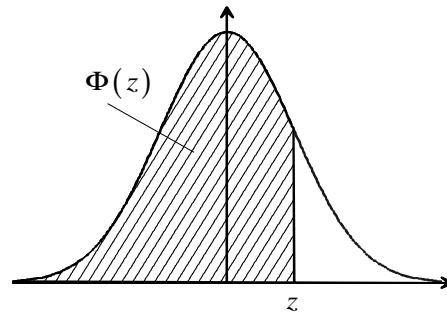
Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Standardnormalverteilung

$$(z \geq 0)$$

Verteilungsfunktion



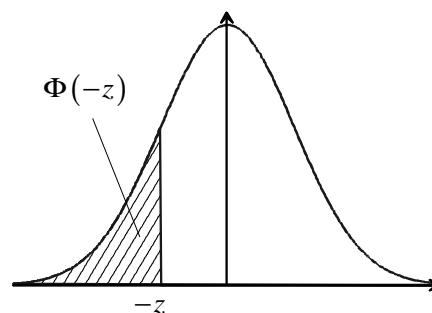
Verteilungsfunktion $F_Z(z)$ einer standardnormalverteilten
Zufallsvariablen $Z \sim N(0, 1)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.10	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.20	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.30	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.40	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.70	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.80	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.90	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.00	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.10	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.20	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.30	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.40	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.50	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.60	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.70	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.80	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.90	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.00	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.10	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.20	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.30	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.40	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.50	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.60	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.70	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.80	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.90	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.00	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.10	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.20	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.30	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.40	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Standardnormalverteilung

$$(z \leq 0)$$

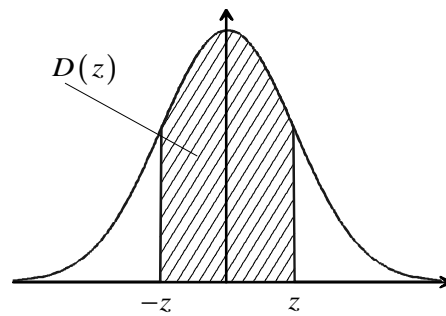
Verteilungsfunktion



Verteilungsfunktion $F_Z(z)$ einer standardnormalverteilten
Zufallsvariablen $Z \sim N(0, 1)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.10	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.20	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.30	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.40	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.50	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.60	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.70	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.80	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.90	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.00	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.10	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.20	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.30	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.40	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.50	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.60	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.70	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.80	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.90	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.00	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.10	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.20	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.30	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.40	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.50	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.60	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.70	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.80	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.90	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.00	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.10	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.20	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.30	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.40	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002

Standardnormalverteilung Zentrierte Wahrscheinlichkeiten



Zentrierte Wahrscheinlichkeiten einer standardnormalverteilten
Zufallsvariablen $Z \sim N(0, 1)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	0.0000	0.0080	0.0160	0.0239	0.0319	0.0399	0.0478	0.0558	0.0638	0.0717
0.10	0.0797	0.0876	0.0955	0.1034	0.1113	0.1192	0.1271	0.1350	0.1428	0.1507
0.20	0.1585	0.1663	0.1741	0.1819	0.1897	0.1974	0.2051	0.2128	0.2205	0.2282
0.30	0.2358	0.2434	0.2510	0.2586	0.2661	0.2737	0.2812	0.2886	0.2961	0.3035
0.40	0.3108	0.3182	0.3255	0.3328	0.3401	0.3473	0.3545	0.3616	0.3688	0.3759
0.50	0.3829	0.3899	0.3969	0.4039	0.4108	0.4177	0.4245	0.4313	0.4381	0.4448
0.60	0.4515	0.4581	0.4647	0.4713	0.4778	0.4843	0.4907	0.4971	0.5035	0.5098
0.70	0.5161	0.5223	0.5285	0.5346	0.5407	0.5467	0.5527	0.5587	0.5646	0.5705
0.80	0.5763	0.5821	0.5878	0.5935	0.5991	0.6047	0.6102	0.6157	0.6211	0.6265
0.90	0.6319	0.6372	0.6424	0.6476	0.6528	0.6579	0.6629	0.6680	0.6729	0.6778
1.00	0.6827	0.6875	0.6923	0.6970	0.7017	0.7063	0.7109	0.7154	0.7199	0.7243
1.10	0.7287	0.7330	0.7373	0.7415	0.7457	0.7499	0.7540	0.7580	0.7620	0.7660
1.20	0.7699	0.7737	0.7775	0.7813	0.7850	0.7887	0.7923	0.7959	0.7995	0.8029
1.30	0.8064	0.8098	0.8132	0.8165	0.8198	0.8230	0.8262	0.8293	0.8324	0.8355
1.40	0.8385	0.8415	0.8444	0.8473	0.8501	0.8529	0.8557	0.8584	0.8611	0.8638
1.50	0.8664	0.8690	0.8715	0.8740	0.8764	0.8789	0.8812	0.8836	0.8859	0.8882
1.60	0.8904	0.8926	0.8948	0.8969	0.8990	0.9011	0.9031	0.9051	0.9070	0.9090
1.70	0.9109	0.9127	0.9146	0.9164	0.9181	0.9199	0.9216	0.9233	0.9249	0.9265
1.80	0.9281	0.9297	0.9312	0.9328	0.9342	0.9357	0.9371	0.9385	0.9399	0.9412
1.90	0.9426	0.9439	0.9451	0.9464	0.9476	0.9488	0.9500	0.9512	0.9523	0.9534
2.00	0.9545	0.9556	0.9566	0.9576	0.9586	0.9596	0.9606	0.9615	0.9625	0.9634
2.10	0.9643	0.9651	0.9660	0.9668	0.9676	0.9684	0.9692	0.9700	0.9707	0.9715
2.20	0.9722	0.9729	0.9736	0.9743	0.9749	0.9756	0.9762	0.9768	0.9774	0.9780
2.30	0.9786	0.9791	0.9797	0.9802	0.9807	0.9812	0.9817	0.9822	0.9827	0.9832
2.40	0.9836	0.9840	0.9845	0.9849	0.9853	0.9857	0.9861	0.9865	0.9869	0.9872
2.50	0.9876	0.9879	0.9883	0.9886	0.9889	0.9892	0.9895	0.9898	0.9901	0.9904
2.60	0.9907	0.9909	0.9912	0.9915	0.9917	0.9920	0.9922	0.9924	0.9926	0.9929
2.70	0.9931	0.9933	0.9935	0.9937	0.9939	0.9940	0.9942	0.9944	0.9946	0.9947
2.80	0.9949	0.9950	0.9952	0.9953	0.9955	0.9956	0.9958	0.9959	0.9960	0.9961
2.90	0.9963	0.9964	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972
3.00	0.9973	0.9974	0.9975	0.9976	0.9976	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980
3.10	0.9981	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986
3.20	0.9986	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.30	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.40	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995

Binomialverteilung

$$0.25 \leq p \leq 0.5$$

$$1 \leq n \leq 9$$

n	x	p= 0.25		p= 0.30		p= 1/3		p= 0.40		p= 0.50	
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$
1	0	0.7500	0.7500	0.7000	0.7000	0.6667	0.6667	0.6000	0.6000	0.5000	0.5000
	1	0.2500	1.0000	0.3000	1.0000	0.3333	1.0000	0.4000	1.0000	0.5000	1.0000
2	0	0.5625	0.5625	0.4900	0.4900	0.4444	0.4444	0.3600	0.3600	0.2500	0.2500
	1	0.3750	0.9375	0.4200	0.9100	0.4444	0.8889	0.4800	0.8400	0.5000	0.7500
	2	0.0625	1.0000	0.0900	1.0000	0.1111	1.0000	0.1600	1.0000	0.2500	1.0000
3	0	0.4219	0.4219	0.3430	0.3430	0.2963	0.2963	0.2160	0.2160	0.1250	0.1250
	1	0.4219	0.8438	0.4410	0.7840	0.4444	0.7407	0.4320	0.6480	0.3750	0.5000
	2	0.1406	0.9844	0.1890	0.9730	0.2222	0.9630	0.2880	0.9360	0.3750	0.8750
	3	0.0000	0.9844	0.0270	1.0000	0.0370	1.0000	0.0640	1.0000	0.1250	1.0000
4	0	0.3164	0.3164	0.2401	0.2401	0.1975	0.1975	0.1296	0.1296	0.0625	0.0625
	1	0.4219	0.7383	0.4116	0.6517	0.3951	0.5926	0.3456	0.4752	0.2500	0.3125
	2	0.2109	0.9492	0.2646	0.9163	0.2963	0.8889	0.3456	0.8208	0.3750	0.6875
	3	0.0469	0.9961	0.0756	0.9919	0.0988	0.9877	0.1536	0.9744	0.2500	0.9375
	4	0.0039	1.0000	0.0081	1.0000	0.0123	1.0000	0.0256	1.0000	0.0625	1.0000
5	0	0.2373	0.2373	0.1681	0.1681	0.1317	0.1317	0.0778	0.0778	0.0313	0.0313
	1	0.3955	0.6328	0.3602	0.5282	0.3292	0.4609	0.2592	0.3370	0.1563	0.1875
	2	0.2637	0.8965	0.3087	0.8369	0.3292	0.7901	0.3456	0.6826	0.3125	0.5000
	3	0.0879	0.9844	0.1323	0.9692	0.1646	0.9547	0.2304	0.9130	0.3125	0.8125
	4	0.0146	0.9990	0.0284	0.9976	0.0412	0.9959	0.0768	0.9898	0.1563	0.9688
	5	0.0010	1.0000	0.0024	1.0000	0.0041	1.0000	0.0102	1.0000	0.0313	1.0000
6	0	0.1780	0.1780	0.1176	0.1176	0.0878	0.0878	0.0467	0.0467	0.0156	0.0156
	1	0.3560	0.5339	0.3025	0.4202	0.2634	0.3512	0.1866	0.2333	0.0938	0.1094
	2	0.2966	0.8306	0.3241	0.7443	0.3292	0.6804	0.3110	0.5443	0.2344	0.3438
	3	0.1318	0.9624	0.1852	0.9295	0.2195	0.8999	0.2765	0.8208	0.3125	0.6563
	4	0.0330	0.9954	0.0595	0.9891	0.0823	0.9822	0.1382	0.9590	0.2344	0.8906
	5	0.0044	0.9998	0.0102	0.9993	0.0165	0.9986	0.0369	0.9959	0.0938	0.9844
	6	0.0002	1.0000	0.0007	1.0000	0.0014	1.0000	0.0041	1.0000	0.0156	1.0000
7	0	0.1335	0.1335	0.0824	0.0824	0.0585	0.0585	0.0280	0.0280	0.0078	0.0078
	1	0.3115	0.4449	0.2471	0.3294	0.2048	0.2634	0.1306	0.1586	0.0547	0.0625
	2	0.3115	0.7564	0.3177	0.6471	0.3073	0.5706	0.2613	0.4199	0.1641	0.2266
	3	0.1730	0.9294	0.2269	0.8740	0.2561	0.8267	0.2903	0.7102	0.2734	0.5000
	4	0.0577	0.9871	0.0972	0.9712	0.1280	0.9547	0.1935	0.9037	0.2734	0.7734
	5	0.0115	0.9987	0.0250	0.9962	0.0384	0.9931	0.0774	0.9812	0.1641	0.9375
	6	0.0013	0.9999	0.0036	0.9998	0.0064	0.9995	0.0172	0.9984	0.0547	0.9922
	7	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0005	1.0000	0.0016	1.0000	0.0078	1.0000
8	0	0.1001	0.1001	0.0576	0.0576	0.0390	0.0390	0.0168	0.0168	0.0039	0.0039
	1	0.2670	0.3671	0.1977	0.2553	0.1561	0.1951	0.0896	0.1064	0.0313	0.0352
	2	0.3115	0.6785	0.2965	0.5518	0.2731	0.4682	0.2090	0.3154	0.1094	0.1445
	3	0.2076	0.8862	0.2541	0.8059	0.2731	0.7414	0.2787	0.5941	0.2188	0.3633
	4	0.0865	0.9727	0.1361	0.9420	0.1707	0.9121	0.2322	0.8263	0.2734	0.6367
	5	0.0231	0.9958	0.0467	0.9887	0.0683	0.9803	0.1239	0.9502	0.2188	0.8555
	6	0.0038	0.9996	0.0100	0.9987	0.0171	0.9974	0.0413	0.9915	0.1094	0.9648
	7	0.0004	1.0000	0.0012	0.9999	0.0024	0.9998	0.0079	0.9993	0.0313	0.9961
	8	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0007	1.0000	0.0039	1.0000
9	0	0.0751	0.0751	0.0404	0.0404	0.0260	0.0260	0.0101	0.0101	0.0020	0.0020
	1	0.2253	0.3003	0.1556	0.1960	0.1171	0.1431	0.0605	0.0705	0.0176	0.0195
	2	0.3003	0.6007	0.2668	0.4628	0.2341	0.3772	0.1612	0.2318	0.0703	0.0898
	3	0.2336	0.8343	0.2668	0.7297	0.2731	0.6503	0.2508	0.4826	0.1641	0.2539
	4	0.1168	0.9511	0.1715	0.9012	0.2048	0.8552	0.2508	0.7334	0.2461	0.5000
	5	0.0389	0.9900	0.0735	0.9747	0.1024	0.9576	0.1672	0.9006	0.2461	0.7461
	6	0.0087	0.9987	0.0210	0.9957	0.0341	0.9917	0.0743	0.9750	0.1641	0.9102
	7	0.0012	0.9999	0.0039	0.9996	0.0073	0.9990	0.0212	0.9962	0.0703	0.9805
	8	0.0001	1.0000	0.0004	1.0000	0.0009	0.9999	0.0035	0.9997	0.0176	0.9980
	9	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0020	1.0000

Binomialverteilung

$$0.25 \leq p \leq 0.5$$

$$10 \leq n \leq 13$$

n	x	p = 0.25		p = 0.30		p = 1/3		p = 0.40		p = 0.50	
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$
10	0	0.0563	0.0563	0.0282	0.0282	0.0173	0.0173	0.0060	0.0060	0.0010	0.0010
	1	0.1877	0.2440	0.1211	0.1493	0.0867	0.1040	0.0403	0.0464	0.0098	0.0107
	2	0.2816	0.5256	0.2335	0.3828	0.1951	0.2991	0.1209	0.1673	0.0439	0.0547
	3	0.2503	0.7759	0.2668	0.6496	0.2601	0.5593	0.2150	0.3823	0.1172	0.1719
	4	0.1460	0.9219	0.2001	0.8497	0.2276	0.7869	0.2508	0.6331	0.2051	0.3770
	5	0.0584	0.9803	0.1029	0.9527	0.1366	0.9234	0.2007	0.8338	0.2461	0.6230
	6	0.0162	0.9965	0.0368	0.9894	0.0569	0.9803	0.1115	0.9452	0.2051	0.8281
	7	0.0031	0.9996	0.0090	0.9984	0.0163	0.9966	0.0425	0.9877	0.1172	0.9453
	8	0.0004	1.0000	0.0014	0.9999	0.0030	0.9996	0.0106	0.9983	0.0439	0.9893
	9	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0016	0.9999	0.0098	0.9990
	10			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0010	1.0000
11	0	0.0422	0.0422	0.0198	0.0198	0.0116	0.0116	0.0036	0.0036	0.0005	0.0005
	1	0.1549	0.1971	0.0932	0.1130	0.0636	0.0751	0.0266	0.0302	0.0054	0.0059
	2	0.2581	0.4552	0.1998	0.3127	0.1590	0.2341	0.0887	0.1189	0.0269	0.0327
	3	0.2581	0.7133	0.2568	0.5696	0.2384	0.4726	0.1774	0.2963	0.0806	0.1133
	4	0.1721	0.8854	0.2201	0.7897	0.2384	0.7110	0.2365	0.5328	0.1611	0.2744
	5	0.0803	0.9657	0.1321	0.9218	0.1669	0.8779	0.2207	0.7535	0.2256	0.5000
	6	0.0268	0.9924	0.0566	0.9784	0.0835	0.9614	0.1471	0.9006	0.2256	0.7256
	7	0.0064	0.9988	0.0173	0.9957	0.0298	0.9912	0.0701	0.9707	0.1611	0.8867
	8	0.0011	0.9999	0.0037	0.9994	0.0075	0.9986	0.0234	0.9941	0.0806	0.9673
	9	0.0001	1.0000	0.0005	1.0000	0.0012	0.9999	0.0052	0.9993	0.0269	0.9941
	10	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0007	1.0000	0.0054	0.9995
	11					0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0005	1.0000
12	0	0.0317	0.0317	0.0138	0.0138	0.0077	0.0077	0.0022	0.0022	0.0002	0.0002
	1	0.1267	0.1584	0.0712	0.0850	0.0462	0.0540	0.0174	0.0196	0.0029	0.0032
	2	0.2323	0.3907	0.1678	0.2528	0.1272	0.1811	0.0639	0.0834	0.0161	0.0193
	3	0.2581	0.6488	0.2397	0.4925	0.2120	0.3931	0.1419	0.2253	0.0537	0.0730
	4	0.1936	0.8424	0.2311	0.7237	0.2384	0.6315	0.2128	0.4382	0.1208	0.1938
	5	0.1032	0.9456	0.1585	0.8822	0.1908	0.8223	0.2270	0.6652	0.1934	0.3872
	6	0.0401	0.9857	0.0792	0.9614	0.1113	0.9336	0.1766	0.8418	0.2256	0.6128
	7	0.0115	0.9972	0.0291	0.9905	0.0477	0.9812	0.1009	0.9427	0.1934	0.8062
	8	0.0024	0.9996	0.0078	0.9983	0.0149	0.9961	0.0420	0.9847	0.1208	0.9270
	9	0.0004	1.0000	0.0015	0.9998	0.0033	0.9995	0.0125	0.9972	0.0537	0.9807
	10	0.0000	1.0000	0.0002	1.0000	0.0005	1.0000	0.0025	0.9997	0.0161	0.9968
	11			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0029	0.9998
	12							0.0000	1.0000	0.0002	1.0000
13	0	0.0238	0.0238	0.0097	0.0097	0.0051	0.0051	0.0013	0.0013	0.0001	0.0001
	1	0.1029	0.1267	0.0540	0.0637	0.0334	0.0385	0.0113	0.0126	0.0016	0.0017
	2	0.2059	0.3326	0.1388	0.2025	0.1002	0.1387	0.0453	0.0579	0.0095	0.0112
	3	0.2517	0.5843	0.2181	0.4206	0.1837	0.3224	0.1107	0.1686	0.0349	0.0461
	4	0.2097	0.7940	0.2337	0.6543	0.2296	0.5520	0.1845	0.3530	0.0873	0.1334
	5	0.1258	0.9198	0.1803	0.8346	0.2067	0.7587	0.2214	0.5744	0.1571	0.2905
	6	0.0559	0.9757	0.1030	0.9376	0.1378	0.8965	0.1968	0.7712	0.2095	0.5000
	7	0.0186	0.9944	0.0442	0.9818	0.0689	0.9653	0.1312	0.9023	0.2095	0.7095
	8	0.0047	0.9990	0.0142	0.9960	0.0258	0.9912	0.0656	0.9679	0.1571	0.8666
	9	0.0009	0.9999	0.0034	0.9993	0.0072	0.9984	0.0243	0.9922	0.0873	0.9539
	10	0.0001	1.0000	0.0006	0.9999	0.0014	0.9998	0.0065	0.9987	0.0349	0.9888
	11	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0012	0.9999	0.0095	0.9983
	12			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0016	0.9999
	13							0.0000	1.0000	0.0001	1.0000

Binomialverteilung

$$0.25 \leq p \leq 0.5$$

$$15 \leq n \leq 30$$

n	x	p= 0.25		p= 0.30		p= 1/3		p= 0.40		p= 0.50	
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$
15	0	0.0134	0.0134	0.0047	0.0047	0.0023	0.0023	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000
	1	0.0668	0.0802	0.0305	0.0353	0.0171	0.0194	0.0047	0.0052	0.0005	0.0005
	2	0.1559	0.2361	0.0916	0.1268	0.0599	0.0794	0.0219	0.0271	0.0032	0.0037
	3	0.2252	0.4613	0.1700	0.2969	0.1299	0.2092	0.0634	0.0905	0.0139	0.0176
	4	0.2252	0.6865	0.2186	0.5155	0.1948	0.4041	0.1268	0.2173	0.0417	0.0592
	5	0.1651	0.8516	0.2061	0.7216	0.2143	0.6184	0.1859	0.4032	0.0916	0.1509
	6	0.0917	0.9434	0.1472	0.8689	0.1786	0.7970	0.2066	0.6098	0.1527	0.3036
	7	0.0393	0.9827	0.0811	0.9500	0.1148	0.9118	0.1771	0.7869	0.1964	0.5000
	8	0.0131	0.9958	0.0348	0.9848	0.0574	0.9692	0.1181	0.9050	0.1964	0.6964
	9	0.0034	0.9992	0.0116	0.9963	0.0223	0.9915	0.0612	0.9662	0.1527	0.8491
	10	0.0007	0.9999	0.0030	0.9993	0.0067	0.9982	0.0245	0.9907	0.0916	0.9408
	11	0.0001	1.0000	0.0006	0.9999	0.0015	0.9997	0.0074	0.9981	0.0417	0.9824
	12	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0016	0.9997	0.0139	0.9963
	13			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0032	0.9995
	14							0.0000	1.0000	0.0005	1.0000
	15									0.0000	1.0000
20	0	0.0032	0.0032	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000		
	1	0.0211	0.0243	0.0068	0.0076	0.0030	0.0033	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000
	2	0.0669	0.0913	0.0278	0.0355	0.0143	0.0176	0.0031	0.0036	0.0002	0.0002
	3	0.1339	0.2252	0.0716	0.1071	0.0429	0.0604	0.0123	0.0160	0.0011	0.0013
	4	0.1897	0.4148	0.1304	0.2375	0.0911	0.1515	0.0350	0.0510	0.0046	0.0059
	5	0.2023	0.6172	0.1789	0.4164	0.1457	0.2972	0.0746	0.1256	0.0148	0.0207
	6	0.1686	0.7858	0.1916	0.6080	0.1821	0.4793	0.1244	0.2500	0.0370	0.0577
	7	0.1124	0.8982	0.1643	0.7723	0.1821	0.6615	0.1659	0.4159	0.0739	0.1316
	8	0.0609	0.9591	0.1144	0.8867	0.1480	0.8095	0.1797	0.5956	0.1201	0.2517
	9	0.0271	0.9861	0.0654	0.9520	0.0987	0.9081	0.1597	0.7553	0.1602	0.4119
	10	0.0099	0.9961	0.0308	0.9829	0.0543	0.9624	0.1171	0.8725	0.1762	0.5881
	11	0.0030	0.9991	0.0120	0.9949	0.0247	0.9870	0.0710	0.9435	0.1602	0.7483
	12	0.0008	0.9998	0.0039	0.9987	0.0092	0.9963	0.0355	0.9790	0.1201	0.8684
	13	0.0002	1.0000	0.0010	0.9997	0.0028	0.9991	0.0146	0.9935	0.0739	0.9423
	14	0.0000	1.0000	0.0002	1.0000	0.0007	0.9998	0.0049	0.9984	0.0370	0.9793
	15			0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0013	0.9997	0.0148	0.9941
	16					0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0046	0.9987
	17							0.0000	1.0000	0.0011	0.9998
	18									0.0002	1.0000
	19									0.0000	1.0000
30	0	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000				
	1	0.0018	0.0020	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001				
	2	0.0086	0.0106	0.0018	0.0021	0.0006	0.0007	0.0000	0.0000		
	3	0.0269	0.0374	0.0072	0.0093	0.0026	0.0033	0.0003	0.0003		
	4	0.0604	0.0979	0.0208	0.0302	0.0089	0.0122	0.0012	0.0015	0.0000	0.0000
	5	0.1047	0.2026	0.0464	0.0766	0.0232	0.0355	0.0041	0.0057	0.0001	0.0002
	6	0.1455	0.3481	0.0829	0.1595	0.0484	0.0838	0.0115	0.0172	0.0006	0.0007
	7	0.1662	0.5143	0.1219	0.2814	0.0829	0.1668	0.0263	0.0435	0.0019	0.0026
	8	0.1593	0.6736	0.1501	0.4315	0.1192	0.2860	0.0505	0.0940	0.0055	0.0081
	9	0.1298	0.8034	0.1573	0.5888	0.1457	0.4317	0.0823	0.1763	0.0133	0.0214
	10	0.0909	0.8943	0.1416	0.7304	0.1530	0.5848	0.1152	0.2915	0.0280	0.0494
	11	0.0551	0.9493	0.1103	0.8407	0.1391	0.7239	0.1396	0.4311	0.0509	0.1002
	12	0.0291	0.9784	0.0749	0.9155	0.1101	0.8340	0.1474	0.5785	0.0806	0.1808
	13	0.0134	0.9918	0.0444	0.9599	0.0762	0.9102	0.1360	0.7145	0.1115	0.2923
	14	0.0054	0.9973	0.0231	0.9831	0.0463	0.9565	0.1101	0.8246	0.1354	0.4278
	15	0.0019	0.9992	0.0106	0.9936	0.0247	0.9812	0.0783	0.9029	0.1445	0.5722
	16	0.0006	0.9998	0.0042	0.9979	0.0116	0.9928	0.0489	0.9519	0.1354	0.7077
	17	0.0002	0.9999	0.0015	0.9994	0.0048	0.9975	0.0269	0.9788	0.1115	0.8192
	18	0.0000	1.0000	0.0005	0.9998	0.0017	0.9993	0.0129	0.9917	0.0806	0.8998
	19			0.0001	1.0000	0.0005	0.9998	0.0054	0.9971	0.0509	0.9506
	20			0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0020	0.9991	0.0280	0.9786
	21					0.0000	1.0000	0.0006	0.9998	0.0133	0.9919
	22							0.0002	0.9999	0.0055	0.9974
	23							0.0000	1.0000	0.0019	0.9993
	24									0.0006	0.9998
	25									0.0001	1.0000
	26									0.0000	1.0000