

Multiple Choice (48 Punkte)

Markieren Sie bei folgenden Multiple-Choice-Aufgaben die korrekte Aussage.

- In jedem Block von Aussagen ist **genau eine** Antwort korrekt.
- Die eindeutig markierte korrekte Aussage wird mit 4 Punkten (pro MC-Aufgabe) bewertet.
- Eine Markierung der falschen Aussage, eine Mehrfachmarkierung oder keine Markierung wird mit 0 Punkten bewertet.

1. (4 Punkte) Drei Freunde spielen ein Spiel. Sie werfen eine faire Münze. Spieler 1 gewinnt, wenn beim ersten Wurf Kopf herauskommt. Spieler zwei gewinnt, wenn beim zweiten Wurf Kopf herauskommt. Spieler drei gewinnt, wenn beim dritten Wurf Kopf herauskommt. Wenn bis zur dritten Runde kein Gewinner ermittelt wurde, beginnt das Spiel von neuem. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler 3 das Spiel gewinnt? *Hinweis: $\sum_{i=0}^{\infty} a \cdot k^i = \frac{a}{1-k}$, wenn der absolute Wert von k kleiner als 1 ist.*

- (a) $\frac{1}{6}$
- (b) $\frac{1}{7}$
- (c) $\frac{1}{5}$
- (d) $\frac{1}{3}$

2. (4 Punkte) Sie haben 1000 Münzen und wissen, dass es unter den 1000 Münzen genau eine besondere Münze gibt, die auf beiden Seiten *Zahl* hat. Sie wählen eine Münze zufällig aus diesen 1000 aus. Sie werfen diese eine Münze 10 Mal. Sie zeigt 10 Mal hintereinander *Zahl* an. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie die besondere Münze genommen haben?

- (a) 50.6%
- (b) 1.8%
- (c) 51.9%
- (d) 2.9%

3. (4 Punkte) Nehmen wir an, dass X_1, X_2, \dots, X_N unabhängige und identisch (I.I.D) gleichverteilte Zufallsvariablen zwischen 0 und 1 sind. Wie groß ist ungefähr die Wahrscheinlichkeit, dass das arithmetische Mittel größer als 0.55 ist, wenn $N = 100$?

- (a) 4.2%
- (b) 1.2%
- (c) 3.3%
- (d) 3.1%

4. (4 Punkte) Für welchen Wert von c ist die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-0.8x} & \text{for } x \geq 0 \\ 0 & \text{for } x < 0 \end{cases}$$

eine Dichtefunktion?

- (a) $c = \frac{5}{4}$
 - (b) $c = \frac{1}{2}$
 - (c) $c = -\frac{7}{9}$
 - (d) $c = \frac{4}{5}$
5. (4 Punkte) Folgende Angaben sind gegeben: $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(\bar{A}|B) = 0.75$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit von $P(A \cup B)$?
- (a) 0.425
 - (b) 0.6
 - (c) 0.7
 - (d) Keine der obigen Angaben ist richtig.
6. (4 Punkte) Im Oktober macht Nina einen einwöchigen Städtetrip nach Hamburg. Die Wettervorhersage sagt für jeden Tag eine Regenwahrscheinlichkeit von 70% voraus. Wie hoch ist in etwa die Wahrscheinlichkeit, dass es an mindestens 5 von 7 Tagen regnet?
- (a) 65%
 - (b) 66%
 - (c) 67%
 - (d) 68%
7. (4 Punkte) Zwei Spieler stehen sich in einem Best-of-5-Spiel gegenüber, d.h. der erste Spieler, der 3 Runden gewinnt, gewinnt das Spiel. Bei jeder Runde hat Spieler A eine 60%ige Chance zu gewinnen und Spieler B eine 40%ige Chance (es gibt keine Unentschieden). Nach einer Runde geht Spieler B in Führung und hat nun einen Vorsprung von eins in der Best-of-5-Serie. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Spieler B nach dieser ersten Runde das gesamte Spiel gewinnt?
- (a) 52.48%
 - (b) 34.56%
 - (c) 50.05%
 - (d) 45.24%
8. (4 Punkte) Sie beobachten eine auf dem Intervall $[0, b]$ gleichverteilte Zufallsvariable X . Im Einzelnen beobachten Sie die folgenden Realisierungen: 1.1, 3.8, 4.2, 0.5, 5.2. Wie lautet der Maximum-Likelihood-Schätzer für b ?
- (a) $\hat{b}_{ML} = 6.23$
 - (b) $\hat{b}_{ML} = 5.20$
 - (c) $\hat{b}_{ML} = 5.92$
 - (d) $\hat{b}_{ML} = 5.75$

9. (4 Punkte) A und B sind zwei Ereignisse mit $P(A) > 0$ und $P(B) > 0$, welche Aussage muss wahr sein?

- (a) $P(A | B) \cdot P(A) = P(B | A) \cdot P(B)$
- (b) $P(B) > P(A \cap B)$
- (c) $P(A) > P(A | B)$
- (d) Keine der oben genannten Möglichkeiten.

10. (4 Punkte) Beim Schach sind die Engines viel stärker als die Menschen. Sie sind so stark, dass bestimmte Züge als *unmenschlich* angesehen werden. Natürlich ist es möglich, dass ein Mensch zufällig einen Top-Engine-Zug findet, daher bedeutet das Finden eines Top-Engine-Zuges nicht, dass er schummelt. Der Verdacht, dass ein Spieler betrügt, entsteht, wenn dieser Spieler viele Top-Engine-Züge findet. Nehmen wir an, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein sehr starker Spieler einen Top-Engine-Zug zufällig findet, $p = 0.3$ ist. Sie entwickeln einen Algorithmus zur Erkennung von Betrügern für eine Online-Schachplattform, die Spieler sperren will, die in einer Folge von 1000 Zügen mindestens 340 Top-Engine-Züge finden. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Ihr Algorithmus einen sehr starken Spieler fälschlicherweise als Betrüger einstuft?

- (a) 0.1%
- (b) 0.3%
- (c) 0.5%
- (d) 0.7%

11. (4 Punkte) Seien X , Y und Z 3 Zufallsvariablen mit $E[X] = E[Y]$, $E[XY] = 1$ und $E[X + Y - 2Z] = -1$. X und Y sind unabhängig. Wie groß ist der Wert von $E[Z]$?

- (a) $E[Z] = -0.5$
- (b) $E[Z] = 1,5$
- (c) $E[Z] = 3$
- (d) Nicht genügend Informationen gegeben.

12. (4 Punkte) Sie haben zwei Wale. Ein Wal ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% männlich, ansonsten weiblich. Der Tag der Geburt eines Wals ist unabhängig vom Geschlecht, mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{7}$ für jeden Tag. Geben Sie das Verhältnis der bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A|B)$ und $P(A|C)$ an:

- Ereignis A : Beide Wale sind männlich.
- Ereignis B : Mindestens ein Wal ist männlich.
- Ereignis C : Mindestens ein Wal ist männlich UND an einem Dienstag geboren.

- (a) $P(A|B) = P(A|C)$
- (b) $P(A|B) > P(A|C)$
- (c) $P(A|B) < P(A|C)$
- (d) Nicht genügend Informationen gegeben.

Problem 1 (12 Punkte)

Teil 1A (4 Punkte)

Aus jeder der vier Verteilungen F_1 , F_2 , F_3 und F_4 wird eine Zufallsstichprobe von Beobachtungen gezogen:

F_1) Normalverteilung mit $\mu = 0$ und $\sigma = 0.5$.

Stichprobenumfang $n_2 = 300$

F_2) Binomialverteilung mit $n = 100$ und $p = 0.6$.

Stichprobenumfang $n_3 = 300$

F_3) Gleichverteilung auf dem Intervall $[-2, 2]$.

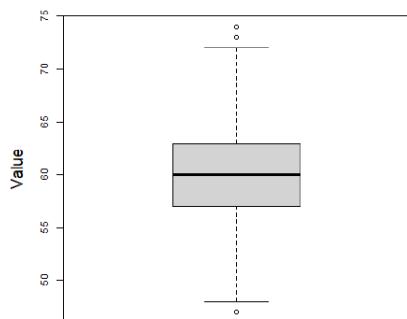
Stichprobenumfang $n_1 = 300$

F_4) Exponentialverteilung mit $\lambda = 1/60$.

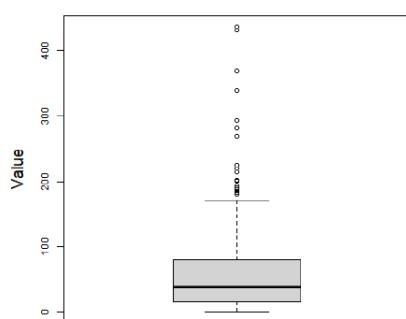
Stichprobenumfang $n_4 = 300$

Die folgenden Diagramme zeigen die Boxplots und Histogramme der entsprechenden Stichproben (F_1 , F_2 , F_3 und F_4). Ordne jedem Diagramm die entsprechende Verteilung zu, z.B. F_1 : a

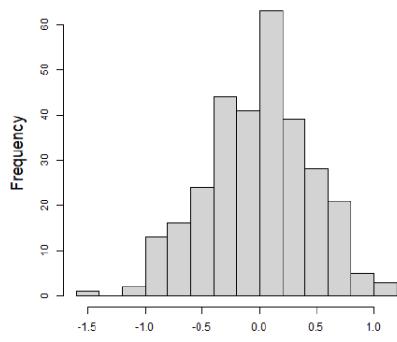
Hinweis: Jeder Graph entspricht genau einer der vier Verteilungen F_1 , F_2 , F_3 und F_4 .



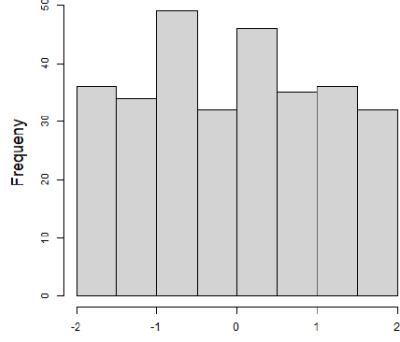
(a)



(b)



(c)



(d)

Teil 1B (8 Punkte)

Die Anzahl der pro Tag in einem Supermarkt verkauften Salate ist wie folgt:

321, 321, 205, 320, 240, 450, 261, 345, 321, 276, 399

1. (3 Punkte) Berechnen Sie den Mittelwert, den Median und den Modus der Anzahl der pro Tag verkauften Salate.
2. (5 Punkte) Zeichnen Sie einen Boxplot der Anzahl der pro Tag im Supermarkt verkauften Salate.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Problem 2 (15 Punkte)

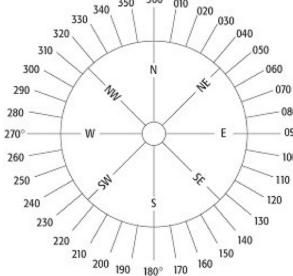
Christopher verbringt seine Herbstferien als Kapitän eines Segelschiffs. Er möchte schnell die Insel San Salvador erreichen, die sich westlich von ihm befindet (W). Er weiß, dass er bei einer *guten* Windrichtung zwei Tage brauchen wird, um die Insel San Salvador zu erreichen.

Eine *gute* Windrichtung bedeutet, dass der Wind 90° oder weiter von der Zielrichtung (W) entfernt ist.

Z.B. liegen Norden (N) und Westen (W) genau 90° auseinander, also wäre die Windrichtung N gut.

Wenn die Windrichtung nicht *gut* ist, muss Christopher einen Tag lang warten. Die Windrichtung X kann sich zu Beginn eines jeden Tages einmal ändern und ist den ganzen Tag über konstant.

Z.B. für 3 Tage könnten die Windrichtungen ($x_1 = W, x_2 = N, x_3 = N$) sein.



Christopher geht davon aus, dass die tägliche Windrichtung entweder Norden (N), Osten (E), Süden (S) oder Westen (W) sein kann, wobei die Wahrscheinlichkeit für jede Richtung gleich groß ist. Er geht davon aus, dass es keine Abhängigkeit zwischen den Windrichtungen an verschiedenen Tagen gibt.

1. (4 Punkte) Angenommen, Christophers Windvorhersage trifft zu, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Schiff die Insel San Salvador in 2 Tagen erreicht?

Christophers Assistent Diego schlägt vor, die Windrichtung mit größerer Genauigkeit zu messen. Diego meint, dass die Windrichtung X entweder Norden (N), Nordosten (NE), Osten (E), Südosten (SE), Süden (S), Südwesten (SW), Westen (W) oder Nordwesten (NW) sein kann, wobei die Wahrscheinlichkeit für jede Richtung gleich groß ist. Er geht auch davon aus, dass es keine Abhängigkeit zwischen den Windrichtungen an verschiedenen Tagen gibt.

2. (3 Punkte) Angenommen, Diegos Windvorhersage trifft zu: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Schiff in 2 Tagen die Insel San Salvador erreicht?

Rodrigo stimmt Christopher zu, dass die Messung von nur 4 Windrichtungen (N,E,S,W) ausreichend ist. Er argumentiert jedoch, dass sich die Windrichtung von einem Tag auf den anderen nur um maximal 90° ändern kann. Die Wahrscheinlichkeiten für jede *mögliche* Windrichtung sind gleich.

Z.B. für zwei Tage ist ($x_1 = N, x_2 = \{N, E, W\}$) möglich, aber ($x_1 = N, x_2 = S\}$) ist nicht möglich.

3. (4 Punkte) Angenommen, Rodrigos Windvorhersage stimmt, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Schiff in 2 Tagen die Insel San Salvador erreicht?

Das Schiff hat nur noch Lebensmittel für 3 Tage. Da Christopher immer noch an sein eigenes Windvorhersagemodell glaubt (siehe 1.), möchte er wissen, wie hoch die Wahrscheinlichkeit ist, dass das Schiff ankommt, bevor es keine Lebensmittel mehr hat.

4. (4 Punkte) Angenommen, Christophers Windvorhersage trifft zu: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dem Schiff nicht die Nahrungsmittel ausgehen, bevor es die Insel San Salvador erreicht?

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Problem 3 (15 Punkte)

Kim beobachtet die Aktie von Unternehmen X. Sie möchte eine Schätzung über die Wahrscheinlichkeit von *hoch* und *runter* Bewegungen der Aktie in den folgenden drei Tagen anstellen. Sie bezeichnet die Tage entsprechend mit *Tag 1*, *Tag 2* und *Tag 3*. Auf der Grundlage ihrer Erfahrung im Handel schätzt sie das Folgende:

- Für *Tag 1* schätzt sie, dass die Aktie mit gleicher Wahrscheinlichkeit *hoch* oder *runter* gehen wird.
- Für *Tag 2* glaubt sie, dass, wenn die Aktie an *Tag 1* gestiegen ist, sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.55 wieder steigen wird. Wenn die Aktie am Tag 1 gesunken ist, glaubt sie, dass sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.55 wieder sinken wird.
- Für *Tag 3* glaubt sie, dass, wenn sich die Aktie an den beiden vorangegangenen Tagen zweimal in die gleiche Richtung bewegt hat (*aufwärts, aufwärts oder abwärts, abwärts*), die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich erneut in die gleiche Richtung bewegt, 0.6 beträgt. Wenn sich die Aktie in den beiden vorangegangenen Tagen in entgegengesetzte Richtungen bewegt hat (*aufwärts, abwärts oder abwärts, aufwärts*), ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich nach oben bewegt, 0.5.

1. (4 Punkte) Stellen Sie das oben beschriebene Problem in einem Baumdiagramm dar.
2. (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
 - Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Aktie an allen drei Tagen *aufwärts* bewegt?
 - Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Aktie so bewegt, dass sich die Richtung der Bewegung nach jedem Tag ändert?
 - Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Aktie an *Tag 3* *abwärts* bewegt, wenn sie sich an den beiden Tagen zuvor *aufwärts* bewegt hat?
3. (3 Punkte) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Aktie am *Tag 3* *aufwärts* geht?
4. (4 Punkte) Kim interessiert sich auch für die Aktie des Unternehmens Y. Da sie nicht viele Informationen über diese Aktie hat, nimmt sie einfach an, dass die Wahrscheinlichkeit, dass der Preis *aufwärts* geht, für jeden Tag 0.5 beträgt. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Aktie an mindestens 4 von 5 Tagen steigt?

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Problem 4 (15 Punkte)

Hinweis: Stellen Sie sicher, dass Sie Ihre Berechnungen für die folgenden Fragen zeigen. Wenn Sie einfach die richtige Antwort ohne Herleitung schreiben, erhalten Sie nicht die volle Punktzahl.

Teil 4A (8 Punkte)

Sei a eine Konstante mit $a \geq 1$ und X eine Zufallsvariable mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} a \cdot \sin(x) & 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

1. (3 Punkte) Für welchen Wert der Konstanten a ist $f_X(x)$ eine Dichtefunktion?

Sei Y eine weitere Zufallsvariable. Die gemeinsame Dichtefunktion von X und Y ist gegeben durch

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4} \cdot \sin(x) \cos(y) & \text{for } 0 \leq x \leq \pi, -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

2. (3 Punkte) Berechnen Sie die Randdichtefunktion $f_Y(y)$.
3. (2 Punkte) Sind X und Y unabhängig? Erläutern Sie.

Teil 4B (7 Punkte)

Betrachten Sie eine Konstante c und zwei Zufallsvariablen X und Y mit gemeinsamer Dichtefunktion

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c \cdot \left(x + \frac{x}{y} \right) & \text{for } 0 < x < 1, 1 < y < e \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

1. (2 Punkte) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X \leq Y)$
2. (5 Punkte) Zeigen Sie, dass $f_{X,Y}$ eine Dichtefunktion für $c = \frac{2}{e}$ ist

Hinweis: $e = 2.718\dots$ ist die Eulersche Zahl.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Problem 5 (15 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Poisson-Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion:

$$P[X = x] = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad \text{für } x \in \{0, 1, 2, 3, \dots\},$$

mit $\lambda > 0$. Wir sind an einem Schätzer für λ interessiert.

1. (3 Punkte) Berechnen Sie einen Momentenschätzer für λ auf der Grundlage einer Zufallsstichprobe X_1, \dots, X_n , die aus der oben erwähnten Verteilung gezogen wurde.
2. (10 Punkte) Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für λ auf der Grundlage einer Zufallsstichprobe X_1, \dots, X_n , die aus der oben genannten Verteilung gezogen wurde.

Nehmen wir an, dass die in der Tabelle ?? gezeigten gesammelten Daten die Realisierungen einer Zufallsvariable X sind, die durch die oben erwähnte Poisson-Verteilung beschrieben werden können:

3. (2 Punkte) Berechnen Sie anhand der Beobachtungsdaten in Tabelle ?? den Wert der Momentenmethode und des Maximum-Likelihood-Schätzers für λ , die in den Aufgaben ?? und ?? abgeleitet wurden.

Datenpunktnummer i	Realisierung X_i
1	0.5
2	0.25
3	0.15

Tabelle 1: Beobachtungen der Zufallsvariablen X

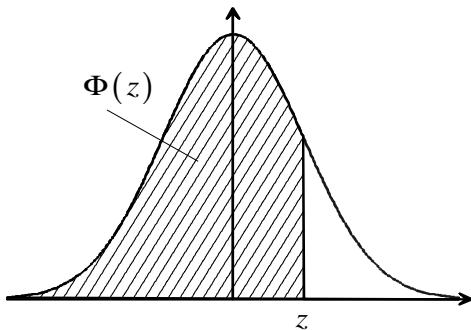
Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Standardnormalverteilung

$(z \geq 0)$

Verteilungsfunktion



Verteilungsfunktion $F_Z(z)$ einer standardnormalverteilten Zufallsvariablen $Z \sim N(0, 1)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.10	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.20	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.30	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.40	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.70	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.80	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.90	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.00	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.10	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.20	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.30	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.40	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.50	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.60	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.70	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.80	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.90	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.00	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.10	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.20	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.30	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.40	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.50	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.60	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.70	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.80	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.90	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.00	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.10	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.20	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.30	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.40	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Binomialverteilung

$0.25 \leq p \leq 0.5$

$1 \leq n \leq 9$

n	x	$p = 0.25$		$p = 0.30$		$p = 1/3$		$p = 0.40$		$p = 0.50$		
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	
1	0	0.7500	0.7500	0.7000	0.7000	0.6667	0.6667	0.6000	0.6000	0.5000	0.5000	
	1	0.2500	1.0000	0.3000	1.0000	0.3333	1.0000	0.4000	1.0000	0.5000	1.0000	
2	0	0.5625	0.5625	0.4900	0.4900	0.4444	0.4444	0.3600	0.3600	0.2500	0.2500	
	1	0.3750	0.9375	0.4200	0.9100	0.4444	0.8889	0.4800	0.8400	0.5000	0.7500	
3	0	0.0625	1.0000	0.0900	1.0000	0.1111	1.0000	0.1600	1.0000	0.2500	1.0000	
	1	0.4219	0.4219	0.3430	0.3430	0.2963	0.2963	0.2160	0.2160	0.1250	0.1250	
4	1	0.4219	0.8438	0.4410	0.7840	0.4444	0.7407	0.4320	0.6480	0.3750	0.5000	
	2	0.1406	0.9844	0.1890	0.9730	0.2222	0.9630	0.2880	0.9360	0.3750	0.8750	
5	3	0.0000	0.9844	0.0270	1.0000	0.0370	1.0000	0.0640	1.0000	0.1250	1.0000	
	4	0.3164	0.3164	0.2401	0.2401	0.1975	0.1975	0.1296	0.1296	0.0625	0.0625	
6	1	0.4219	0.7383	0.4116	0.6517	0.3951	0.5926	0.3456	0.4752	0.2500	0.3125	
	2	0.2109	0.9492	0.2646	0.9163	0.2963	0.8889	0.3456	0.8208	0.3750	0.6875	
7	3	0.0469	0.9961	0.0756	0.9919	0.0988	0.9877	0.1536	0.9744	0.2500	0.9375	
	4	0.0039	1.0000	0.0081	1.0000	0.0123	1.0000	0.0256	1.0000	0.0625	1.0000	
8	0	0.2373	0.2373	0.1681	0.1681	0.1317	0.1317	0.0778	0.0778	0.0313	0.0313	
	1	0.3955	0.6328	0.3602	0.5282	0.3292	0.4609	0.2592	0.3370	0.1563	0.1875	
9	2	0.2637	0.8965	0.3087	0.8369	0.3292	0.7901	0.3456	0.6826	0.3125	0.5000	
	3	0.0879	0.9844	0.1323	0.9692	0.1646	0.9547	0.2304	0.9130	0.3125	0.8125	
10	4	0.0146	0.9990	0.0284	0.9976	0.0412	0.9959	0.0768	0.9898	0.1563	0.9688	
	5	0.0010	1.0000	0.0024	1.0000	0.0041	1.0000	0.0102	1.0000	0.0313	1.0000	
11	0	0.1780	0.1780	0.1176	0.1176	0.0878	0.0878	0.0467	0.0467	0.0156	0.0156	
	1	0.3560	0.5339	0.3025	0.4202	0.2634	0.3512	0.1866	0.2333	0.0938	0.1094	
12	2	0.2966	0.8306	0.3241	0.7443	0.3292	0.6804	0.3110	0.5443	0.2344	0.3438	
	3	0.1318	0.9624	0.1852	0.9295	0.2195	0.8999	0.2765	0.8208	0.3125	0.6563	
13	4	0.0330	0.9954	0.0595	0.9891	0.0823	0.9822	0.1382	0.9590	0.2344	0.8906	
	5	0.0044	0.9998	0.0102	0.9993	0.0165	0.9986	0.0369	0.9959	0.0938	0.9844	
14	6	0.0002	1.0000	0.0007	1.0000	0.0014	1.0000	0.0041	1.0000	0.0156	1.0000	
	7	0	0.1335	0.1335	0.0824	0.0824	0.0585	0.0585	0.0280	0.0280	0.0078	0.0078
15	1	0.3115	0.4449	0.2471	0.3294	0.2048	0.2634	0.1306	0.1586	0.0547	0.0625	
	2	0.3115	0.7564	0.3177	0.6471	0.3073	0.5706	0.2613	0.4199	0.1641	0.2266	
16	3	0.1730	0.9294	0.2269	0.8740	0.2561	0.8267	0.2903	0.7102	0.2734	0.5000	
	4	0.0577	0.9871	0.0972	0.9712	0.1280	0.9547	0.1935	0.9037	0.2734	0.7734	
17	5	0.0115	0.9987	0.0250	0.9962	0.0384	0.9931	0.0774	0.9812	0.1641	0.9375	
	6	0.0013	0.9999	0.0036	0.9998	0.0064	0.9995	0.0172	0.9984	0.0547	0.9922	
18	7	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0005	1.0000	0.0016	1.0000	0.0078	1.0000	
	8	0	0.1001	0.1001	0.0576	0.0576	0.0390	0.0390	0.0168	0.0168	0.0039	0.0039
19	1	0.2670	0.3671	0.1977	0.2553	0.1561	0.1951	0.0896	0.1064	0.0313	0.0352	
	2	0.3115	0.6785	0.2965	0.5518	0.2731	0.4682	0.2090	0.3154	0.1094	0.1445	
20	3	0.2076	0.8862	0.2541	0.8059	0.2731	0.7414	0.2787	0.5941	0.2188	0.3633	
	4	0.0865	0.9727	0.1361	0.9420	0.1707	0.9121	0.2322	0.8263	0.2734	0.6367	
21	5	0.0231	0.9958	0.0467	0.9887	0.0683	0.9803	0.1239	0.9502	0.2188	0.8555	
	6	0.0038	0.9996	0.0100	0.9987	0.0171	0.9974	0.0413	0.9915	0.1094	0.9648	
22	7	0.0004	1.0000	0.0012	0.9999	0.0024	0.9998	0.0079	0.9993	0.0313	0.9961	
	8	0	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0007	1.0000	0.0039	1.0000
23	9	0	0.0751	0.0751	0.0404	0.0404	0.0260	0.0260	0.0101	0.0101	0.0020	0.0020
	1	0.2253	0.3003	0.1556	0.1960	0.1171	0.1431	0.0605	0.0705	0.0176	0.0195	
24	2	0.3003	0.6007	0.2668	0.4628	0.2341	0.3772	0.1612	0.2318	0.0703	0.0898	
	3	0.2336	0.8343	0.2668	0.7297	0.2731	0.6503	0.2508	0.4826	0.1641	0.2539	
25	4	0.1168	0.9511	0.1715	0.9012	0.2048	0.8552	0.2508	0.7334	0.2461	0.5000	
	5	0.0389	0.9900	0.0735	0.9747	0.1024	0.9576	0.1672	0.9006	0.2461	0.7461	
26	6	0.0087	0.9987	0.0210	0.9957	0.0341	0.9917	0.0743	0.9750	0.1641	0.9102	
	7	0.0012	0.9999	0.0039	0.9996	0.0073	0.9990	0.0212	0.9962	0.0703	0.9805	
27	8	0.0001	1.0000	0.0004	1.0000	0.0009	0.9999	0.0035	0.9997	0.0176	0.9980	
	9	0	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0020	1.0000

Binomialverteilung

$0.25 \leq p \leq 0.5$

$15 \leq n \leq 30$

n	x	$p = 0.25$		$p = 0.30$		$p = 1/3$		$p = 0.40$		$p = 0.50$		
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	
15	0	0.0134	0.0134	0.0047	0.0047	0.0023	0.0023	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000	
	1	0.0668	0.0802	0.0305	0.0353	0.0171	0.0194	0.0047	0.0052	0.0005	0.0005	
	2	0.1559	0.2361	0.0916	0.1268	0.0599	0.0794	0.0219	0.0271	0.0032	0.0037	
	3	0.2252	0.4613	0.1700	0.2969	0.1299	0.2092	0.0634	0.0905	0.0139	0.0176	
	4	0.2252	0.6865	0.2186	0.5155	0.1948	0.4041	0.1268	0.2173	0.0417	0.0592	
	5	0.1651	0.8516	0.2061	0.7216	0.2143	0.6184	0.1859	0.4032	0.0916	0.1509	
	6	0.0917	0.9434	0.1472	0.8689	0.1786	0.7970	0.2066	0.6098	0.1527	0.3036	
	7	0.0393	0.9827	0.0811	0.9500	0.1148	0.9118	0.1771	0.7869	0.1964	0.5000	
	8	0.0131	0.9958	0.0348	0.9848	0.0574	0.9692	0.1181	0.9050	0.1964	0.6964	
	9	0.0034	0.9992	0.0116	0.9963	0.0223	0.9915	0.0612	0.9662	0.1527	0.8491	
	10	0.0007	0.9999	0.0030	0.9993	0.0067	0.9982	0.0245	0.9907	0.0916	0.9408	
	11	0.0001	1.0000	0.0006	0.9999	0.0015	0.9997	0.0074	0.9981	0.0417	0.9824	
	12	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0016	0.9997	0.0139	0.9963	
	13			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0032	0.9995	
	14							0.0000	1.0000	0.0005	1.0000	
	15									0.0000	1.0000	
20	0	0.0032	0.0032	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000			
	1	0.0211	0.0243	0.0068	0.0076	0.0030	0.0033	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000	
	2	0.0669	0.0913	0.0278	0.0355	0.0143	0.0176	0.0031	0.0036	0.0002	0.0002	
	3	0.1339	0.2252	0.0716	0.1071	0.0429	0.0604	0.0123	0.0160	0.0011	0.0013	
	4	0.1897	0.4148	0.1304	0.2375	0.0911	0.1515	0.0350	0.0510	0.0046	0.0059	
	5	0.2023	0.6172	0.1789	0.4164	0.1457	0.2972	0.0746	0.1256	0.0148	0.0207	
	6	0.1686	0.7858	0.1916	0.6080	0.1821	0.4793	0.1244	0.2500	0.0370	0.0577	
	7	0.1124	0.8982	0.1643	0.7723	0.1821	0.6615	0.1659	0.4159	0.0739	0.1316	
	8	0.0609	0.9591	0.1144	0.8867	0.1480	0.8095	0.1797	0.5956	0.1201	0.2517	
	9	0.0271	0.9861	0.0654	0.9520	0.0987	0.9081	0.1597	0.7553	0.1602	0.4119	
	10	0.0099	0.9961	0.0308	0.9829	0.0543	0.9624	0.1171	0.8725	0.1762	0.5881	
	11	0.0030	0.9991	0.0120	0.9949	0.0247	0.9870	0.0710	0.9435	0.1602	0.7483	
	12	0.0008	0.9998	0.0039	0.9987	0.0092	0.9963	0.0355	0.9790	0.1201	0.8684	
	13	0.0002	1.0000	0.0010	0.9997	0.0028	0.9991	0.0146	0.9935	0.0739	0.9423	
	14	0.0000	1.0000	0.0002	1.0000	0.0007	0.9998	0.0049	0.9984	0.0370	0.9793	
	15			0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0013	0.9997	0.0148	0.9941	
	16					0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0046	0.9987	
	17							0.0000	1.0000	0.0011	0.9998	
	18									0.0002	1.0000	
	19									0.0000	1.0000	
30	0	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000					
	1	0.0018	0.0020	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001					
	2	0.0086	0.0106	0.0018	0.0021	0.0006	0.0007	0.0000	0.0000			
	3	0.0269	0.0374	0.0072	0.0093	0.0026	0.0033	0.0003	0.0003			
	4	0.0604	0.0979	0.0208	0.0302	0.0089	0.0122	0.0012	0.0015	0.0000	0.0000	
	5	0.1047	0.2026	0.0464	0.0766	0.0232	0.0355	0.0041	0.0057	0.0001	0.0002	
	6	0.1455	0.3481	0.0829	0.1595	0.0484	0.0838	0.0115	0.0172	0.0006	0.0007	
	7	0.1662	0.5143	0.1219	0.2814	0.0829	0.1668	0.0263	0.0435	0.0019	0.0026	
	8	0.1593	0.6736	0.1501	0.4315	0.1192	0.2860	0.0505	0.0940	0.0055	0.0081	
	9	0.1298	0.8034	0.1573	0.5888	0.1457	0.4317	0.0823	0.1763	0.0133	0.0214	
	10	0.0909	0.8943	0.1416	0.7304	0.1530	0.5848	0.1152	0.2915	0.0280	0.0494	
	11	0.0551	0.9493	0.1103	0.8407	0.1391	0.7239	0.1396	0.4311	0.0509	0.1002	
	12	0.0291	0.9784	0.0749	0.9155	0.1101	0.8340	0.1474	0.5785	0.0806	0.1808	
	13	0.0134	0.9918	0.0444	0.9599	0.0762	0.9102	0.1360	0.7145	0.1115	0.2923	
	14	0.0054	0.9973	0.0231	0.9831	0.0463	0.9565	0.1101	0.8246	0.1354	0.4278	
	15	0.0019	0.9992	0.0106	0.9936	0.0247	0.9812	0.0783	0.9029	0.1445	0.5722	
	16	0.0006	0.9998	0.0042	0.9979	0.0116	0.9928	0.0489	0.9519	0.1354	0.7077	
	17	0.0002	0.9999	0.0015	0.9994	0.0048	0.9975	0.0269	0.9788	0.1115	0.8192	
	18	0.0000	1.0000	0.0005	0.9998	0.0017	0.9993	0.0129	0.9917	0.0806	0.8998	
	19			0.0001	1.0000	0.0005	0.9998	0.0054	0.9971	0.0509	0.9506	
	20				0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0020	0.9991	0.0280	0.9786
	21					0.0000	1.0000	0.0006	0.9998	0.0133	0.9919	
	22							0.0002	0.9999	0.0055	0.9974	
	23								0.0000	1.0000	0.0019	0.9993
	24									0.0006	0.9998	
	25									0.0001	1.0000	
	26									0.0000	1.0000	