



Prüfungen Bachelor-Stufe - Herbstsemester 2014

Name:	<input type="text"/>	Vorname:	<input type="text"/>
Muttersprache(n):	<input type="text"/>	Matrikel-Nr.:	<input type="text"/>

Prüfungsfach: **Statistik**
3,220
für Major VWL

Datum / Zeit: **15.01.2015 16:15-18:15**

Verantwortlich: **Baumann Roger**

Umfang (Teile bzw. Seiten): **18 Seiten (inkl. diese Seite und Tabellen)**

Bemerkungen:

Diese Aufgabenblätter sind zusammen mit den Lösungen abzugeben.

	Mögliche	Erzielte
MC	40	
A1	12	
A2	10	
A3	18	
A4	20	
A5	20	
Summe	120	
Note		

1. Überprüfen Sie bitte die Vollständigkeit der Aufgabenblätter.
2. Der Lösungsweg muss bei jeder Aufgabe klar ersichtlich sein und jede Aufgabe darf nur eine definitive Lösungsversion enthalten.
3. Die definitive Lösung ist auf dem jeweiligen Aufgabenblatt direkt aufzuführen. Es dürfen Vorder- und Rückseite beschriftet werden. Falls Sie mehr Platz benötigen machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich.
4. Für provisorische Berechnungen benutzen Sie bitte die separaten Blätter, welche ebenfalls abzugeben sind.

Teil A: Multiple Choice (40 Punkte)

Markieren Sie bei folgenden Multiple-Choice-Aufgaben die korrekte Aussage.

- In jedem Block von Aussagen ist **genau eine** Antwort korrekt.
 - Die eindeutig markierte korrekte Aussage wird mit 4 Punkten (pro MC-Aufgabe) bewertet.
 - Eine Markierung der falschen Aussage, eine Mehrfachmarkierung oder keine Markierung wird mit 0 Punkten bewertet.
1. (4 Punkte) Es seien X, Y zwei stetige Zufallsvariablen. Welche der folgenden Aussagen ist immer korrekt?
 - (a) Wenn die Randdichten $f_X(x)$ und $f_Y(y)$ bekannt sind, können wir daraus die gemeinsame Dichte $f_{X,Y}(x, y)$ berechnen.
 - (b) X und Y sind unabhängig dann und nur dann wenn $Cov(X, Y) = 0$.
 - (c) $f_{Y|X}(y|x) = f_{X|Y}(x|y)$.
 - (d) $Cov(X, Y) = 0$ dann und nur dann wenn $E[XY] = E[X]E[Y]$.
 2. (4 Punkte) Sei X eine stetige Zufallsvariable mit kumulativer Verteilungsfunktion $F(x)$. Welche der folgenden Aussagen ist FALSCH?
 - (a) $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b F(x)dx$
 - (b) Wenn X normalverteilt ist, dann gilt $E[X] = Median(X)$.
 - (c) Wenn X uniform verteilt ist auf $[0, 1]$, dann ist $F(x)$ linear für $x \in [0, 1]$.
 - (d) Wenn X uniform verteilt ist, dann gilt $E[X] = Median(X)$.
 3. (4 Punkte) Es seien X und Y zwei normal verteilte Zufallsvariablen mit $\mu_X = 1$, $\sigma_X^2 = 4$, $\mu_Y = 0$ und $\sigma_Y^2 = 1$. Mit $\Phi(\cdot)$ bezeichnen wir die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Welche der folgenden Aussagen ist FALSCH?
 - (a) $P\left(\frac{X-1}{2} \leq y\right) = \Phi(y)$
 - (b) $\Phi^{-1}(0.91) = 0.8186$
 - (c) $E[2X - 3Y] = -1$
 - (d) $\Phi(-1) = P(Y \geq 1)$
 4. (4 Punkte) Herr Meyer hat seinen Schlüssel für das Schliessfach verloren. Die Schliessfachnummer hat er leider vergessen. Er erinnert sich allerdings daran, dass es sich um eine vierstellige Zahl handelt, bei der zwei Ziffern gleich sind und dass als Ziffern die 3, 5 und 7 vorkommen. Wieviele Schliessfächer erfüllen diese Kriterien?
 - (a) 12
 - (b) 24
 - (c) 36
 - (d) 72

5. (4 Punkte) Es sei X eine diskrete Zufallsvariable mit einer Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion der Form

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+4}{c} & \text{für } x = 1, \dots, 5 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Für welchen Wert von c ist $f(x)$ eine Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion?

- (a) $c = 20$
 - (b) $c = 25$
 - (c) $c = 30$
 - (d) $c = 35$
6. (4 Punkte) Es seien $X_i, i = 1, \dots, n$ Zufallsvariablen, die jedoch nicht notwendigerweise unabhängig oder identisch verteilt sind. Nehmen Sie an, folgende Gleichungen sind erfüllt:

$$\text{Var} \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \stackrel{!}{=} \sum_{i=1}^n \text{Var}(X_i) \stackrel{?}{=} n \cdot \text{Var}(X_j), \forall j = 1, \dots, n$$

Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?

- (a) Hinreichend für ein Halten von Gleichung 1 ist, dass die Zufallsvariablen X_i identisch verteilt sind.
Hinreichend für ein Halten von Gleichung 2 ist, dass die Zufallsvariablen X_i unabhängig verteilt sind.
 - (b) Hinreichend für ein Halten von Gleichung 1 ist, dass die Zufallsvariablen X_i unabhängig verteilt sind.
Hinreichend für ein Halten von Gleichung 2 ist, dass die Zufallsvariablen X_i identisch verteilt sind.
 - (c) Beide Gleichungen halten selbst in allen Fällen wenn die Zufallsvariablen X_i abhängig sind.
 - (d) Beide Gleichungen halten selbst in allen Fällen wenn die Zufallsvariablen X_i nicht identisch verteilt sind.
7. (4 Punkte) Es seien X, Y und Z drei Zufallsvariablen wobei $Y = 3X + 2$ und $Z = 2X - 3$. Welche der folgenden Aussagen ist korrekt?
- (a) $\text{Corr}(X, Y) > \text{Corr}(X, Z)$
 - (b) $\text{Corr}(X, Y) = \text{Corr}(X, Z)$
 - (c) $\text{Corr}(X, Y) < \text{Corr}(X, Z)$
 - (d) Wir haben nicht genügend Informationen um die Korrelationen $\text{Corr}(X, Y)$ und $\text{Corr}(X, Z)$ zu berechnen.
8. (4 Punkte) Aus einer Stichprobe von 3 Werten berechnet man den Mittelwert ($\bar{x} = 5.5$) und die empirische Varianz ($\bar{\sigma}^2 = 4.5$). Der mittlere der beiden Werte ist dann notwendigerweise:
- (a) -1
 - (b) 1
 - (c) 4
 - (d) Wir haben nicht genügend Informationen, um die Frage zu beantworten.

9. (4 Punkte) Zu Kontrollzwecken werden 1000 Packungen Reis aus der Produktion entnommen und gewogen. Dabei stellt sich heraus, dass das Gewicht der Packungen annähernd normalverteilt ist. Wenn 800 der Packungen zwischen 343.2 und 356.8 Gramm wiegen, was ist dann die ungefähre Varianz des Gewichtes?
- (a) $\sigma^2 \approx 16$
 - (b) $\sigma^2 \approx 25$
 - (c) $\sigma^2 \approx 36$
 - (d) $\sigma^2 \approx 49$
10. (4 Punkte) Für $\theta > 1$ sei X_1, X_2, \dots, X_n eine unabhängige Folge in $[1, \theta]$ gleichverteilter Zufallsvariablen, $X_i \sim U[1, \theta]$. Wir betrachten den Schätzer $\hat{\theta} = \frac{2}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ für den Parameter θ . Welche der folgenden Aussagen über $\hat{\theta}$ trifft zu?
- (a) Die Varianz des Schätzers ist $\frac{(\theta-1)^2}{3n}$.
 - (b) Der Schätzer ist erwartungstreu, aber nicht konsistent.
 - (c) Der Schätzer ist konsistent, aber nicht erwartungstreu.
 - (d) Der Bias des Schätzers ist $\frac{\theta^2}{3n}$.

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Teil 1A (4 Punkte)

Wir haben zufällige Stichproben von je 100 Beobachtungen der folgenden vier Verteilungen V_1 , V_2 , V_3 und V_4 gezogen:

V1) Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu = 0$ und Varianz $\sigma^2 = 3$.

Stichprobengrösse: $n_1 = 100$

V2) Exponentialverteilung mit Parameter $\lambda = 3$.

Stichprobengrösse: $n_2 = 100$

V3) Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu = 0$ und Varianz $\sigma^2 = 1$.

Stichprobengrösse: $n_3 = 100$

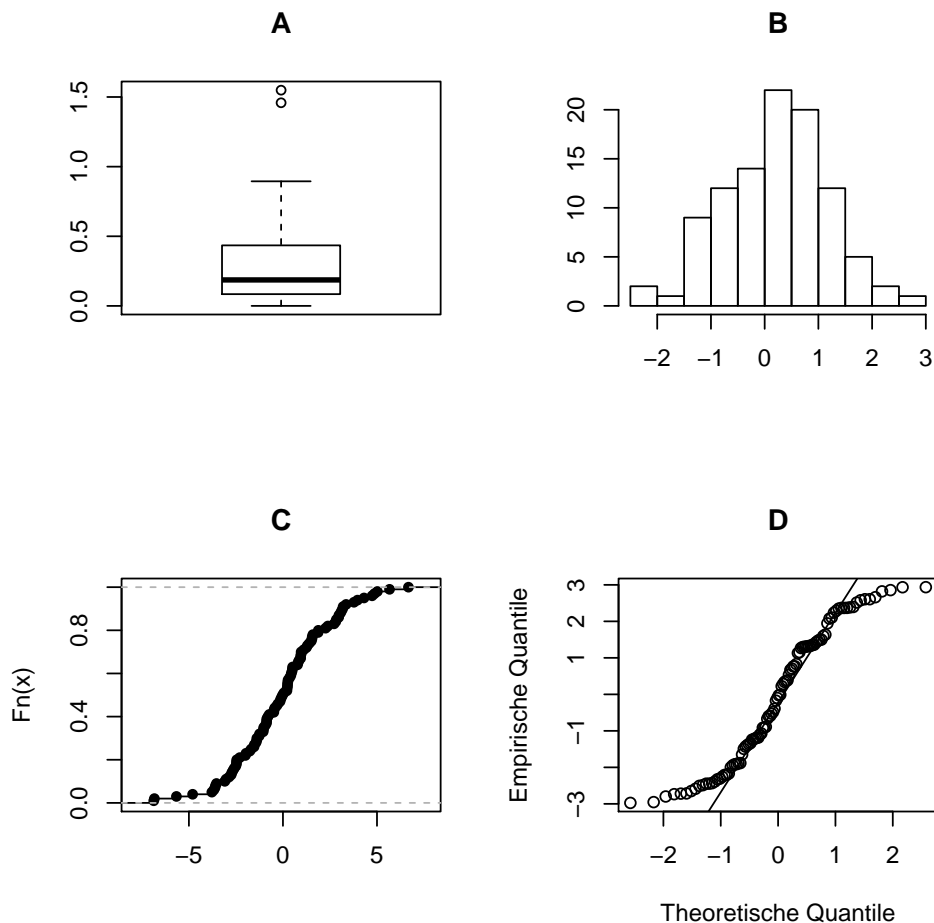
V4) Gleichverteilung $U[-3, 3]$.

Stichprobengrösse: $n_4 = 100$

Untenstehend sind ein Boxplot (A), ein Histogramm (B), eine empirische kumulative Verteilungsfunktion (C) und ein QQ-Plot (vs. Normalverteilung) (D) von jeweils einer Stichprobe gegeben.

Ordnen Sie die jeweiligen Grafiken (A, B, C und D) den entsprechenden Stichproben (V_1 , V_2 , V_3 und V_4) zu, z.B. $V_1 : D$.

Wichtig: Jeder Stichprobe entspricht genau eine Grafik!



Teil 1B (8 Punkte)

Die Ergebnisse der Statistik Klausur an der Universität Hawaii ergab folgende Häufigkeitstabelle:

Note	0.7	1.0	1.3	2.0	2.3	3.0	3.7	4.0	4.3	4.7	5.0
n_i	1	0	0	0	5	6	6	4	6	4	7

1. (2 Punkte) Berechnen Sie Mittelwert und Modus der Stichprobe.
2. (6 Punkte) Zeichnen Sie einen Boxplot, berechnen Sie die zugehörigen Masszahlen und zeichnen Sie diese ein.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Teil 2A (6 Punkte)

Gegeben sei eine Urne mit einer schwarzen und zwei roten Kugeln. Wir betrachten die Ereignisse

- R : “Es wird eine rote Kugel gezogen” und
- S : “Es wird eine schwarze Kugel gezogen”.

Es werde nun dreimal aus dieser Urne ohne Zurücklegen gezogen - die Urne ist also nach dem letzten Zug leer.

1. (1 Punkte) Zeichnen Sie hierzu ein Baumdiagramm und zeichnen Sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten ein.
2. (2 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, im zweiten Zug eine rote Kugel zu ziehen?
3. (3 Punkte) Nehmen Sie an, es wurde im zweiten Zug eine rote Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde im ersten Zug ebenfalls eine rote Kugel gezogen?

Teil 2B (4 Punkte)

Bei einer Klausur werden 20 Multiple-Choice-Fragen mit jeweils vier angebotenen Antworten gestellt, von denen genau eine richtig ist. Zum Bestehen der Klausur sind mindestens 12 richtige Antworten notwendig.

1. (2 Punkte) Mit welcher Wahrscheinlichkeit p besteht ein Student die Prüfung, der bei jeder Frage eine der vier Antwortmöglichkeiten als falsch erkennt und rein zufällig eine der restlichen drei Antworten ankreuzt? (*Ersatzergebnis*: $p = 0.015$)
2. (2 Punkte) Die Klausur wird von 100 Studenten geschrieben, welche alle wie in der vorigen Aufgabe beschrieben vorgehen. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens drei Studenten die Klausur bestehen? Approximieren Sie die gegebene Wahrscheinlichkeit mittels der Poisson Verteilung.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Aufgabe 3 (18 Punkte)

Davide hat sich ein neues Motorrad gekauft und fährt damit nun täglich. Da er häufig auf Kieswegen fährt, hat Davide oft einen platten Reifen. Die Zufallsvariable T_1 beschreibt die Lebensdauer eines Reifens in Tagen (d.h. die Zeit bis er platt ist). Nehmen Sie an T_1 ist exponential verteilt mit der folgenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{500} \exp\left(-\frac{t}{500}\right) & \text{für } t \geq 0, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

1. (2 Punkte) Berechnen Sie die kumulative Verteilungsfunktion $F(t)$.
2. (2 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der vordere Reifen länger als 500 Tage keine Reifenpanne aufweist?
3. (2 Punkte) Welche Lebensdauer wird von dem vorderen Reifen mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.2 überschritten?

Wir betrachten nun zusätzlich die Zufallsvariable T_2 , welche die Lebensdauer (in Tagen) des hinteren Reifens beschreibt. Wir nehmen an, dass T_1 und T_2 unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen sind.

Sobald ein Reifen platt ist, ersetzt Davide **beide** Reifen durch neue. Die Zufallsvariable T bezeichnet die Anzahl Tage zwischen dem Ersetzen der beiden Reifen bis zum nächsten Mal, dass die Reifen gewechselt werden müssen. (Hinweis: Es gilt $T = \min(T_1, T_2)$)

4. (6 Punkte) Berechnen Sie die kumulative Verteilungsfunktion von T . (*Ersatzergebnis: $T \sim \text{Exp}(\lambda)$ mit $\lambda = \frac{1}{220}$*).
5. (6 Punkte) Davide besitzt 20 Paar Reifen. Sobald ein Reifen platt ist, ersetzt er das alte Paar Reifen durch ein neues Paar. Sobald er keine Reifen mehr übrig hat, will er sich ein Auto kaufen. Nehmen Sie an, dass die Lebenszeiten aller Reifenpaare identisch und unabhängig verteilt sind. Nehmen Sie ausserdem an, dass die Verteilung für jedes Reifenpaar derjenigen aus der vorigen Teilaufgabe entspricht.
Berechnen Sie die ungefähre Wahrscheinlichkeit, dass Davide mit dieser Vorgehensweise nach frühestens 15 Jahren ein Auto kauft (1 Jahr = 365 Tage).

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Aufgabe 4 (20 Punkte)

Wir betrachten die beiden Zufallsvariablen X und Y mit gemeinsamer Dichte

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \lambda(xy + c) & \text{für } 0 \leq x \leq 2 \text{ und } 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

für die Parameter $\lambda \in \mathbb{R}$ und $c \geq 0$.

1. (3 Punkte) Zeigen Sie, dass $f_{X,Y}$ für $\lambda = 1/(1 + 2c)$ eine Dichtefunktion ist.
2. (2 Punkte) Zeigen Sie, dass für die Randdichte $f_X(x)$ gilt:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x+2c}{2+4c} & \text{für } 0 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

3. (5 Punkte) Berechnen Sie die Varianz von X für $c = 1$.
4. (5 Punkte) Geben Sie den Ansatz zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit $P(X + Y < 6/5)$. Fertigen Sie hierfür zuerst eine Skizze in der xy -Ebene an.
5. (5 Punkte) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X + Y < 6/5)$ für $c = 0$.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Aufgabe 5 (20 Punkte)

Wir betrachten eine stetige Verteilung mit folgender Dichtefunktion:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}} & \text{für } x \geq 1, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

wobei $\alpha > 0$ ein unbekannter Parameter ist. Wir wollen einen Schätzer für den Parameter α finden.

1. (7 Punkte) Bestimmen Sie den Maximum Likelihood Schätzer für α basierend auf n unabhängigen identisch verteilten Beobachtungen X_1, \dots, X_n einer Zufallsvariablen mit der obigen Dichtefunktion f .
2. (2 Punkte) Berechnen Sie den Maximum Likelihood Schätzer für die folgende konkrete Stichprobe:

x_1	x_2	x_3	x_4
11.0	16.4	27.9	15.9

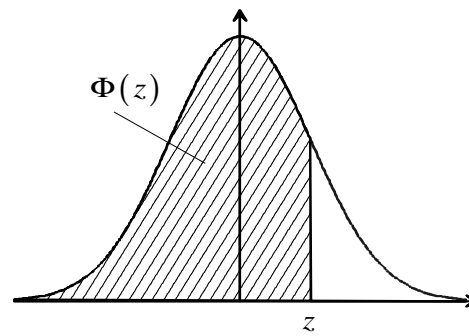
3. (7 Punkte) Bestimmen Sie einen Momentenmethodeschätzer für $\alpha > 1$ basierend auf n unabhängigen identisch verteilten Beobachtungen X_1, \dots, X_n . Sie müssen für diese Teilaufgabe annehmen, dass $\alpha > 1$ ist, da ansonsten der Erwartungswert nicht definiert (unendlich) ist.
4. (2 Punkte) Berechnen Sie den Momentenmethodeschätzer für die obige Stichprobe.
5. (2 Punkte) Vergleichen Sie den Maximum Likelihood Schätzer und den Momentenmethodeschätzer für die obige Stichprobe. Ist der Momentenschätzer hier sinnvoll?

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Standardnormalverteilung

$(z \geq 0)$

Verteilungsfunktion



Verteilungsfunktion $F_Z(z)$ einer standardnormalverteilten
Zufallsvariablen $Z \sim N(0, 1)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.10	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.20	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.30	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.40	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.70	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.80	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.90	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.00	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.10	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.20	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.30	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.40	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.50	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.60	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.70	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.80	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.90	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.00	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.10	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.20	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.30	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.40	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.50	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.60	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.70	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.80	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.90	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.00	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.10	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.20	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.30	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.40	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Binomialverteilung

$$0.25 \leq p \leq 0.5$$

$$15 \leq n \leq 30$$

n	x	p = 0.25		p = 0.30		p = 1/3		p = 0.40		p = 0.50	
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$
15	0	0.0134	0.0134	0.0047	0.0047	0.0023	0.0023	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000
	1	0.0668	0.0802	0.0305	0.0353	0.0171	0.0194	0.0047	0.0052	0.0005	0.0005
	2	0.1559	0.2361	0.0916	0.1268	0.0599	0.0794	0.0219	0.0271	0.0032	0.0037
	3	0.2252	0.4613	0.1700	0.2969	0.1299	0.2092	0.0634	0.0905	0.0139	0.0176
	4	0.2252	0.6865	0.2186	0.5155	0.1948	0.4041	0.1268	0.2173	0.0417	0.0592
	5	0.1651	0.8516	0.2061	0.7216	0.2143	0.6184	0.1859	0.4032	0.0916	0.1509
	6	0.0917	0.9434	0.1472	0.8689	0.1786	0.7970	0.2066	0.6098	0.1527	0.3036
	7	0.0393	0.9827	0.0811	0.9500	0.1148	0.9118	0.1771	0.7869	0.1964	0.5000
	8	0.0131	0.9958	0.0348	0.9848	0.0574	0.9692	0.1181	0.9050	0.1964	0.6964
	9	0.0034	0.9992	0.0116	0.9963	0.0223	0.9915	0.0612	0.9662	0.1527	0.8491
	10	0.0007	0.9999	0.0030	0.9993	0.0067	0.9982	0.0245	0.9907	0.0916	0.9408
	11	0.0001	1.0000	0.0006	0.9999	0.0015	0.9997	0.0074	0.9981	0.0417	0.9824
	12	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0016	0.9997	0.0139	0.9963
	13			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0032	0.9995
	14							0.0000	1.0000	0.0005	1.0000
	15									0.0000	1.0000
20	0	0.0032	0.0032	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000		
	1	0.0211	0.0243	0.0068	0.0076	0.0030	0.0033	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000
	2	0.0669	0.0913	0.0278	0.0355	0.0143	0.0176	0.0031	0.0036	0.0002	0.0002
	3	0.1339	0.2252	0.0716	0.1071	0.0429	0.0604	0.0123	0.0160	0.0011	0.0013
	4	0.1897	0.4148	0.1304	0.2375	0.0911	0.1515	0.0350	0.0510	0.0046	0.0059
	5	0.2023	0.6172	0.1789	0.4164	0.1457	0.2972	0.0746	0.1256	0.0148	0.0207
	6	0.1686	0.7858	0.1916	0.6080	0.1821	0.4793	0.1244	0.2500	0.0370	0.0577
	7	0.1124	0.8982	0.1643	0.7723	0.1821	0.6615	0.1659	0.4159	0.0739	0.1316
	8	0.0609	0.9591	0.1144	0.8867	0.1480	0.8095	0.1797	0.5956	0.1201	0.2517
	9	0.0271	0.9861	0.0654	0.9520	0.0987	0.9081	0.1597	0.7553	0.1602	0.4119
	10	0.0099	0.9961	0.0308	0.9829	0.0543	0.9624	0.1171	0.8725	0.1762	0.5881
	11	0.0030	0.9991	0.0120	0.9949	0.0247	0.9870	0.0710	0.9435	0.1602	0.7483
	12	0.0008	0.9998	0.0039	0.9987	0.0092	0.9963	0.0355	0.9790	0.1201	0.8684
	13	0.0002	1.0000	0.0010	0.9997	0.0028	0.9991	0.0146	0.9935	0.0739	0.9423
	14	0.0000	1.0000	0.0002	1.0000	0.0007	0.9998	0.0049	0.9984	0.0370	0.9793
	15			0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0013	0.9997	0.0148	0.9941
	16					0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0046	0.9987
	17							0.0000	1.0000	0.0011	0.9998
	18									0.0002	1.0000
	19									0.0000	1.0000
30	0	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000				
	1	0.0018	0.0020	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001				
	2	0.0086	0.0106	0.0018	0.0021	0.0006	0.0007	0.0000	0.0000		
	3	0.0269	0.0374	0.0072	0.0093	0.0026	0.0033	0.0003	0.0003		
	4	0.0604	0.0979	0.0208	0.0302	0.0089	0.0122	0.0012	0.0015	0.0000	0.0000
	5	0.1047	0.2026	0.0464	0.0766	0.0232	0.0355	0.0041	0.0057	0.0001	0.0002
	6	0.1455	0.3481	0.0829	0.1595	0.0484	0.0838	0.0115	0.0172	0.0006	0.0007
	7	0.1662	0.5143	0.1219	0.2814	0.0829	0.1668	0.0263	0.0435	0.0019	0.0026
	8	0.1593	0.6736	0.1501	0.4315	0.1192	0.2860	0.0505	0.0940	0.0055	0.0081
	9	0.1298	0.8034	0.1573	0.5888	0.1457	0.4317	0.0823	0.1763	0.0133	0.0214
	10	0.0909	0.8943	0.1416	0.7304	0.1530	0.5848	0.1152	0.2915	0.0280	0.0494
	11	0.0551	0.9493	0.1103	0.8407	0.1391	0.7239	0.1396	0.4311	0.0509	0.1002
	12	0.0291	0.9784	0.0749	0.9155	0.1101	0.8340	0.1474	0.5785	0.0806	0.1808
	13	0.0134	0.9918	0.0444	0.9599	0.0762	0.9102	0.1360	0.7145	0.1115	0.2923
	14	0.0054	0.9973	0.0231	0.9831	0.0463	0.9565	0.1101	0.8246	0.1354	0.4278
	15	0.0019	0.9992	0.0106	0.9936	0.0247	0.9812	0.0783	0.9029	0.1445	0.5722
	16	0.0006	0.9998	0.0042	0.9979	0.0116	0.9928	0.0489	0.9519	0.1354	0.7077
	17	0.0002	0.9999	0.0015	0.9994	0.0048	0.9975	0.0269	0.9788	0.1115	0.8192
	18	0.0000	1.0000	0.0005	0.9998	0.0017	0.9993	0.0129	0.9917	0.0806	0.8998
	19			0.0001	1.0000	0.0005	0.9998	0.0054	0.9971	0.0509	0.9506
	20			0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0020	0.9991	0.0280	0.9786
	21					0.0000	1.0000	0.0006	0.9998	0.0133	0.9919
	22							0.0002	0.9999	0.0055	0.9974
	23							0.0000	1.0000	0.0019	0.9993
	24									0.0006	0.9998
	25									0.0001	1.0000
	26									0.0000	1.0000

Poissonverteilung

$\lambda = 0.01$ bis $\lambda = 1.50$

Wahrscheinlichkeitsfunktion $f_X(x)$ und Verteilungsfunktion $F_X(x)$
einer poissonverteilten Zufallsvariablen $X \sim Po(\lambda)$

Bemerkungen:

Für grosse Werte von λ ($\lambda \geq 12$) kann eine poissonverteilte Zufallsvariable

$X \sim Po(\lambda)$ mittels der Normalverteilung approximiert werden:

Approximativ gilt: $X \sim N(\mu, \sigma)$ mit $\mu = \lambda$ und $\sigma = \sqrt{\lambda}$

x	$\lambda = 0.01$		$\lambda = 0.02$		$\lambda = 0.03$		$\lambda = 0.04$		$\lambda = 0.05$	
	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$
0	0.9900	0.9900	0.9802	0.9802	0.9704	0.9704	0.9608	0.9608	0.9512	0.9512
1	0.0099	1.0000	0.0196	0.9998	0.0291	0.9996	0.0384	0.9992	0.0476	0.9988
2	0.0000	1.0000	0.0002	1.0000	0.0004	1.0000	0.0008	1.0000	0.0012	1.0000
3			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000

x	$\lambda = 0.10$		$\lambda = 0.20$		$\lambda = 0.30$		$\lambda = 0.40$		$\lambda = 0.50$	
	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$
0	0.9048	0.9048	0.8187	0.8187	0.7408	0.7408	0.6703	0.6703	0.6065	0.6065
1	0.0905	0.9953	0.1637	0.9825	0.2222	0.9631	0.2681	0.9384	0.3033	0.9098
2	0.0045	0.9998	0.0164	0.9989	0.0333	0.9964	0.0536	0.9921	0.0758	0.9856
3	0.0002	1.0000	0.0011	0.9999	0.0033	0.9997	0.0072	0.9992	0.0126	0.9982
4	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0007	0.9999	0.0016	0.9998
5			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000
6							0.0000	1.0000	0.0000	1.0000

x	$\lambda = 0.60$		$\lambda = 0.70$		$\lambda = 0.80$		$\lambda = 0.90$		$\lambda = 1.00$	
	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$
0	0.5488	0.5488	0.4966	0.4966	0.4493	0.4493	0.4066	0.4066	0.3679	0.3679
1	0.3293	0.8781	0.3476	0.8442	0.3595	0.8088	0.3659	0.7725	0.3679	0.7358
2	0.0988	0.9769	0.1217	0.9659	0.1438	0.9526	0.1647	0.9371	0.1839	0.9197
3	0.0198	0.9966	0.0284	0.9942	0.0383	0.9909	0.0494	0.9865	0.0613	0.9810
4	0.0030	0.9996	0.0050	0.9992	0.0077	0.9986	0.0111	0.9977	0.0153	0.9963
5	0.0004	1.0000	0.0007	0.9999	0.0012	0.9998	0.0020	0.9997	0.0031	0.9994
6	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0003	1.0000	0.0005	0.9999
7			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000
8									0.0000	1.0000

x	$\lambda = 1.10$		$\lambda = 1.20$		$\lambda = 1.30$		$\lambda = 1.40$		$\lambda = 1.50$	
	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$	$f_X(x)$	$F_X(x)$
0	0.3329	0.3329	0.3012	0.3012	0.2725	0.2725	0.2466	0.2466	0.2231	0.2231
1	0.3662	0.6990	0.3614	0.6626	0.3543	0.6268	0.3452	0.5918	0.3347	0.5578
2	0.2014	0.9004	0.2169	0.8795	0.2303	0.8571	0.2417	0.8335	0.2510	0.8088
3	0.0738	0.9743	0.0867	0.9662	0.0998	0.9569	0.1128	0.9463	0.1255	0.9344
4	0.0203	0.9946	0.0260	0.9923	0.0324	0.9893	0.0395	0.9857	0.0471	0.9814
5	0.0045	0.9990	0.0062	0.9985	0.0084	0.9978	0.0111	0.9968	0.0141	0.9955
6	0.0008	0.9999	0.0012	0.9997	0.0018	0.9996	0.0026	0.9994	0.0035	0.9991
7	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0003	0.9999	0.0005	0.9999	0.0008	0.9998
8	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0001	1.0000	0.0001	1.0000
9					0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000