

Übung 2: Zufallsvariablen und spezielle Verteilungen

Teil A: Kontrollfragen

1. Welche Eigenschaften muss eine Massenfunktion haben, welche eine Dichtefunktion?
2. Wie hängen Dichtefunktion und Verteilungsfunktion zusammen? Wie gewinnt man die Massenfunktion aus der Verteilungsfunktion?
3. Wie sieht der Wertebereich der Verteilungsfunktion aus?
4. Ist der Erwartungswert, der für eine Zufallsvariable am ehesten zu erwartende Wert?
5. Was bewirkt das Standardisieren? Was kennzeichnet eine standardisierte Zufallsvariable?
6. Kann man Wahrscheinlichkeitsaussagen über Zufallsvariablen machen, deren Verteilung man nicht kennt?
7. Was ist eine “Familie” oder “Klasse” von Verteilungen?
8. Wie ist die Binomialverteilung definiert? Gehört die Bernoulli-Verteilung zur Familie der Binomialverteilung?
9. Warum hat die Poisson-Verteilung nur einen Parameter? Wozu benutzt man die Poisson-Verteilung? Für welche Verteilung ist sie Grenzverteilung?
10. Warum gilt die Normalverteilung als die wichtigste Verteilung in der Statistik? Warum ist die Normalverteilung so populär?
11. Warum braucht man beim Rechnen mit der Normalverteilung nur die Werte der Standardnormalverteilung?

Teil B: Multiple Choice

Kreuzen Sie bitte in den folgenden Mehrfachwahl-Aufgaben die richtigen Aussagen an. Dabei kann es sein, dass von den zu einer Aufgabe vorgeschlagenen Lösungsmöglichkeiten keine, eine, mehrere oder alle richtig sind.

1. Diskret ist eine Zufallsvariable, wenn
 - (a) die Zufallsvariable nur abzählbar viele Werte annehmen kann.
 - (b) die Zufallsvariable überabzählbar viele Werte annehmen kann.
 - (c) die Zufallsvariable nur endlich viele Werte annehmen kann.
 - (d) die Zufallsvariable unendlich viele Werte annehmen kann.
 - (e) ihre Verteilungsfunktion nur als Treppenfunktion gezeichnet werden kann.
2. Stetig ist eine Zufallsvariable, wenn
 - (a) die Zufallsvariable nur abzählbar viele Werte annehmen kann.
 - (b) die Zufallsvariable überabzählbar viele Werte annehmen kann.
 - (c) die Zufallsvariable nur endlich viele Werte annehmen kann.
 - (d) die Zufallsvariable unendlich viele Werte annehmen kann.

- (e) ihre Verteilungsfunktion nur als Treppenfunktion gezeichnet werden kann.
3. Der Erwartungswert einer Verteilung
- (a) ist der Wert, unter dem 50% der Wahrscheinlichkeitsmasse liegt.
 - (b) ist der erwartete Wert einer Zufallsvariable vor Durchführung des Zufallsexperiments.
 - (c) ist bei stetigen Verteilungen der Wert, an dem die Dichtefunktion maximal ist.
 - (d) ist der Schwerpunkt einer Verteilung.
 - (e) bei diskreten Verteilungen der Wert mit der grössten Wahrscheinlichkeit.
4. Die Varianz einer diskreten Zufallsvariable X ist
- (a) $\sum_{i=1}^n x_i^2 f(x_i) - E[X]^2$.
 - (b) ein Mass für die Streuung einer Verteilung.
 - (c) ein Mass für den Schwerpunkt einer Verteilung.
 - (d) die quadrierte Standardabweichung.
 - (e) $\sum_{i=1}^n x_i^2 f(x_i) - E[X^2]$.
5. X sei diskret verteilt. Die Wahrscheinlichkeit $P[1 \leq X < 2]$ ist dann:
- (a) $F(2) - F(1)$
 - (b) $F(2) - F(1) - P[X = 2]$
 - (c) $F(2) - F(1) + P[X = 1]$
 - (d) $F(2) - F(1) - P[X = 2] + P[X = 1]$
 - (e) $F(2) - F(1) + P[X = 2]$
6. Eine Funktion $f(x) \geq 0$ ist eine Dichtefunktion, wenn
- (a) $\sum_{i=1}^n f(x_i) = 1$.
 - (b) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$.
 - (c) die Fläche unterhalb der Dichtefunktion gleich 1 ist.
 - (d) $F(-\infty) = 1$ und $F(+\infty) = +\infty$.
 - (e) $F(-\infty) = 0$ und $F(+\infty) = 1$.
7. Es sei $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - b$ für $1 \leq x \leq 2$ und $f(x) = 0$ sonst. Bestimme b so, dass $f(x)$ eine Dichtefunktion ist.
- (a) $b = 1/2$
 - (b) $b = 1/3$
 - (c) $b = 1/6$
 - (d) $b = 1$
 - (e) $f(x)$ ist keine Dichtefunktion
8. Eine Zufallsvariable X habe die Dichtefunktion $f(x) = \frac{1}{18}x$ im Intervall $[0, 6]$. Die Varianz $V(X)$ ist dann
- (a) $V(X) = 3$

- (b) $V(X) = 18$
(c) $V(X) = 9$
(d) $V(X) = 14/3$
(e) $V(X) = 2$
9. Eine Binomialverteilung liegt vor, wenn nach der Wahrscheinlichkeit gefragt ist,
- (a) beim x -ten Versuch "Erfolg" zu haben.
(b) bei n Versuchen x -mal "Erfolg" zu haben (mit Zurücklegen).
(c) innerhalb eines bestimmten Intervalls x -mal "Erfolg" zu haben.
(d) bei n Versuchen x -mal "Erfolg" zu haben (ohne Zurücklegen).
(e) bei x Versuchen n -mal "Erfolg" zu haben.
10. Eine Binomialverteilung kann approximiert werden durch
- (a) eine Exponentialverteilung wenn $n > 30$ und $p \leq 0.10$.
(b) eine Normalverteilung wenn $np(1-p) > 9$.
(c) eine Normalverteilung wenn $n > 30$ und $p \leq 0.10$.
(d) eine Poissonverteilung wenn $np(1-p) > 9$.
(e) eine Poissonverteilung wenn $n > 30$ und $p \leq 0.10$.
11. Die Wahrscheinlichkeit, dass Miguel I. den "Giro d'Italia" gewinnt, liege konstant bei 30%. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er bei fünf Giroteilnahmen mindestens zweimal gewinnt?
- (a) 0.63985
(b) 0.47178
(c) 0.6
(d) 0.36015
(e) 0.52822
12. Karl kauft eine neue Autobatterie, deren erwartete Lebensdauer mit 10000 km angegeben wird. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Autobatterie länger als 20000 km läuft?
- (a) 0.864665
(b) 0.606531
(c) 0.5
(d) 0.393469
(e) 0.135335
13. Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit den Parametern ($\mu = 30, \sigma^2 = 9$). Wie gross ist $P[X < 21]$?
- (a) $P[X < 21] = 0.99865$
(b) $P[X < 21] = 0.84134$
(c) $P[X < 21] = 0.15866$

- (d) $P[X < 21] = 0.00135$
14. Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit den Parametern $(\mu = 30, \sigma^2 = 9)$. Für welchen Wert t gilt $P[X \geq t] = 0.06681$.
- (a) $t = 34.5$
 - (b) $t = 33$
 - (c) $t = 31.5$
 - (d) $t = 30$
15. Die Zufallsvariable X sei normalverteilt mit den Parametern $(\mu = 30, \sigma^2 = 9)$. Geben Sie die Grenzen des zentralen Schwankungsintervalls an, in dem 95 Prozent aller Werte liegen.
- (a) 29.05 und 30.95
 - (b) 27.00 und 33.00
 - (c) 25.05 und 34.95
 - (d) 24.12 und 35.88

Teil C1: Aufgaben: Zufallsvariablen

In Übung voraussichtlich besprochen: 2,5,8

- Die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer diskreten Zufallsvariablen X , die nur die drei Werte 0, 1 und 2 annehmen kann, sei durch die Massenfunktion

$$P[X = x] = \begin{cases} a - 2^{-(1+x)} & \text{für } x = 0, 1, 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

definiert. Dabei ist a eine geeignete zu wählende Konstante.

- (a) Wie gross muss a sein?
- (b) Fertigen Sie eine Skizze für die Massenfunktion an.
- (c) Wie gross sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten: $P[X > 1]$, $P[1 < X \leq 4]$?
- (d) Wie gross ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $P[X = 2 | X \geq 2]$?
- (e) Berechnen Sie den Erwartungswert $E[X]$ und die Varianz $V(X)$.

[(a) 5/8; (c) 1/2; 1/2; (d) 1; (e) 11/8; 31/64]

- Dreiecksverteilung.* Die Verteilung einer kontinuierlichen Zufallsvariablen X sei durch folgende Dichtefunktion f definiert

$$f(x) = \begin{cases} 2ax & \text{für } 0 < x < 1 \\ 3a - ax & \text{für } 1 \leq x < 3 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Dabei ist a eine geeignete zu wählende Konstante.

- (a) Wie gross muss a sein? (Begründung)
- (b) Fertigen Sie eine Skizze für die Dichtefunktion an.
- (c) Wie gross sind die folgenden Wahrscheinlichkeiten: $P[X = 1]$, $P[0.5 < X < 2]$ und $P[X < 2]$?
- (d) Wie gross ist die bedingte Wahrscheinlichkeit $P[X < 1 | X < 0.5]$?

[(a) 1/3; (c) 0; 3/4; 5/6; (d) 1]

- Die Verteilungsfunktion F_x einer Zufallsvariablen X ist gegeben durch

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -1 \\ 1/4 & \text{für } -1 \leq x < 1 \\ 1/2 & \text{für } 1 \leq x < 2 \\ 2/3 & \text{für } 2 \leq x < 3 \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Zeichnen Sie den Graphen von F_X .
- (b) Bestimmen Sie die Massenfunktion f_X .
- (c) Berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten: $P[X \leq 1]$; $P[X = 1]$ und $P[1.5 \leq X < 2.7]$.

[(c) 1/2; 1/4; 1/6]

4. *Parabolische Verteilung.* Eine stetige Zufallsvariable X habe die Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}x(3-x) & \text{für } 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Machen Sie eine Skizze der Dichtefunktion.
- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P[X \leq 2]$.
- (c) Geben Sie den Erwartungswert an.

[(b) 20/27; (c) 1.5]

5. Die stetige Zufallsvariable X sei im Bereich $0 < x < 3$ gleichförmig mit der konstanten Dichtefunktion von $1/3$ verteilt.

- (a) Wie gross ist der Erwartungswert von X ?
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert der Funktion $g(X) = 4X + 2$. Unterscheidet er sich vom Wert $g(E[X])$ und wenn ja, warum?

[(a) 1.5; (b) 8; Nein]

6. Zwei symmetrische Tetraeder, deren Flächen mit den Zahlen 1, 2, 3, 4 beschriftet sind, werden geworfen. X sei das Produkt der nicht sichtbaren Zahlen der beiden Tetraeder.

Bestimmen Sie den Wahrscheinlichkeitsraum sowie Massen- und Verteilungsfunktion der Zufallsvariablen X .

7. Studentin Xenia Yrglut lernt bei schönem Wetter täglich 20 Minuten, bei bewölktem Himmel 1 Stunde, bei Regen 80 Minuten und wenn es schneit 2 Stunden. Wie gross ist der Erwartungswert ihrer täglichen Lernzeit, wenn die Wahrscheinlichkeit für schönes Wetter $1/10$, für Bewölkung $1/3$, für Regen $1/2$ und für Schnee $1/15$ beträgt?

[70 Minuten]

8. *St. Petersburger Spiel.* Sie dürfen so lange mit einer Münze werfen, bis zum ersten Mal "Kopf" erscheint. Dann ist das Spiel beendet und es erfolgt die Gewinnauszahlung G . Erscheint schon beim ersten Wurf "Kopf", erhalten Sie nur 2 Rubel. Fällt beim zweiten Wurf "Kopf", so bekommen Sie $2^2 = 4$ Rubel. Fällt erst beim 10. Mal "Kopf", beträgt der Gewinn $2^{10} = 1024$ Rubel, usw.

- (a) Welche Werte g kann die Zufallsvariable G annehmen? Welche Wahrscheinlichkeitsmassen kommen den einzelnen Werten zu?
- (b) Wie gross ist der Erwartungswert des Gewinns bei diesem Spiel?
- (c) Wieviel wären Sie bereit, für das Petersburger Spiel als Einsatz zu zahlen?

[(b) existiert nicht]

Teil C2: Aufgaben: Spezielle diskrete Verteilungen

In Übung voraussichtlich besprochen: 3,5,8

1. *Basketball.* Ein Profi wirft beim Training aus einer Entfernung von sieben Metern auf den Korb. Er trifft bei jedem Wurf mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 1/2$. Die Zufallsvariable X ist definiert als die Anzahl der Treffer bei einer Serie von vier Würfen.
 - (a) Geben Sie die Massenfunktion dieser Zufallsvariablen an.
 - (b) Wie gross sind Erwartungswert und Varianz von X .
 - (c) Zeichnen Sie die Verteilungsfunktion.

[(b) 2; 1]

2. Herr Kaiser verkauft durchschnittlich bei zwei von zehn Hausbesuchen eine Lebensversicherung. Er ist sehr fleissig und macht jeden Tag genau 16 Hausbesuche.
 - (a) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz der verkauften Lebensversicherungen pro Tag.
 - (b) An wieviel % seiner Arbeitstage verkauft Herr Kaiser mehr als 10 Lebensversicherungen?

[(a) 3.2; 2.56; (b) $\approx 0\%$]

3. *Druckfehler.* Bevor es gedruckt wird, hat man bei jedem Buch sehr sorgfältig die Druckfehler auszumerzen versucht. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein einzelner Buchstabe falsch ist, ist sehr gering. Andererseits sind in so einem Buch sehr viele Buchstaben. So kommt es, dass der Erwartungswert der Anzahl der Druckfehler in einem Buch $\mu = 8$ ist.
 - (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Buch sechs oder mehr Druckfehler sind?
 - (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Buch genau 13 Druckfehler sind?

[(a) 0.8088; (b) 0.02962]

4. (a) Wie gross ist in einer Gruppe von 5 Studierenden die Wahrscheinlichkeit, dass genau 2 an einem Sonntag Geburstag haben?
(b) Wie gross ist bei dieser Gruppe die Wahrscheinlichkeit, dass jede Person an einem anderen Wochentag Geburstag hat?
(c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat von 500 zufällig ausgewählten Personen wenigstens eine am 24. Dezember Geburstag?

[(a) 0.1285; (b) 0.1499; (c) 0.7463]

5. Ein Fernsehsender fällt im Verlaufe von 10000 Betriebsstunden im Mittel 10 Mal aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt er innerhalb von 100 Betriebsstunden aus?

[0.0952]

6. Eine Urne enthält 20 weisse und 80 schwarze Kugeln. Fünfmal wird eine Kugel gezogen, die Farbe notiert und die Kugel zurückgelegt.

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau zweimal eine weisse Kugel gezogen wird?

[0.2048]

7. Eine Lieferung von 100 Klammern bestehe aus N_1 defekten und $N_2 = 100 - N_1$ intakten Klammern. Es wurde vereinbart, dass der Hersteller eine Konventionalstrafe zu zahlen hat, sobald $N_1 \geq 3$ ist. Da die Überprüfung der einzelnen Klammern sehr kostspielig ist, lässt der Hersteller nicht die gesamte Lieferung überprüfen, sondern wendet eines der nachfolgend beschriebenen statistischen Entscheidungsverfahren an:

- Es wird eine Stichprobe vom Unfang $n = 10$ ohne Zurücklegen gezogen. Die Auslieferung erfolgt nur dann, wenn die Stichprobe keine defekte Klammer enthält. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Verfahren die Auslieferung verhindert, wenn die Anzahl N_1 der defekten Klammern 2 ist?
- Es wird eine Stichprobe vom Umfang $n = 10$ mit Zurücklegen gezogen. Die Auslieferung erfolgt wiederum nur dann, wenn die Stichprobe keine defekte Klammer enthält.
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Verfahren die Auslieferung verhindert, wenn die Anzahl N_1 der defekten Klammern 2 ist?
 - Welcher absolute und welcher relative Fehler geschieht, falls die unter (b1) gesuchte Wahrscheinlichkeit mittels der Poissonverteilung (anstatt exakt) berechnet wird?

[(a) 0.1909; (b1) 0.1829; (b2) $\Delta a = 0.0016$; $\Delta r = 0.875\%$]

8. Eine Firma hat 500 Geräte mit je CHF 200 Gewinn verkauft. Fällt ein Gerät innerhalb der Garantiezeit aus, so erhält der Käufer CHF 20000 Schadenersatz. Die Wahrscheinlichkeit für einen Ausfall des Gerätes während der Garantiezeit sei $p = 0.004$.

- Geben Sie formelmässig (nach dem exakten Modell) die Wahrscheinlichkeit an, dass (i) der Gesamtgewinn die Schadenersatzzahlungen übersteigt; (ii) der Gesamtgewinn kleiner ist als die Schadenersatzzahlungen.
- Berechnen Sie zahlenmässig die Wahrscheinlichkeiten unter (a), wobei die Approximation der Binomialverteilung mittels einer geeigneten Verteilung zulässig ist.
- Wieviele Reservegeräte müsste die Firma wenigstens bereithalten, damit sie die bei den Kunden ausfallenden Geräte mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90% ersetzen kann? Geeignete Approximationsverfahren sind wiederum zulässig.

[(b) 0.9473; 0.01656 (c) 4 Geräte]

9. Die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers in einem Meter Draht sei $p = 0.001$. Zwei und mehr Fehler kommen nur mit einer vernachlässigbar kleinen Wahrscheinlichkeit vor.
 X beschreibe die Anzahl Fehler in 3000 m Draht. Die Anzahl Fehler sei unabhängig in sich nicht überlappenden Intervallen.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthalten die 3000 m Draht genau 5 Fehler?
- (b) Mit wieviel Fehler muss man im Mittel bei 3000 m Draht rechnen?
- (c) Eine Leitung bestehe aus 300 m des obigen Drahtes. Eine Übertragung einer Nachricht ist nur bei fehlerlosen Draht möglich. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist dies zu erwarten?

[(a) 0.1008 (b) 3 (c) 0.7408]

10. In einem Binomialexperiment sei $n = 3$. Für welche Werte von p gilt:

- (a) $f(0) = f(1)$, (b) $f(0) = f(3)$ und (c) beide zusammen?

[(a) 1 oder 1/4; (b) 1/2 (c) nicht möglich]

11. Eine poissonverteilte Zufallsvariable X habe die Varianz 3. Wie gross ist der Erwartungswert von X ? Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt X den Wert 3 an?

[3; 0.2240]

Teil C3: Aufgaben: Normalverteilung

In Übung voraussichtlich besprochen: 2,7

1. Bei einer Gewichtskontrolle von 1-kg-Paketen wurde festgestellt, dass das Gewicht normalverteilt ist mit $\mu = 1.01$ und $\sigma = 0.02$.

- (a) Wieviel Prozent aller Pakete wiegen mindestens 1 kg?
- (b) Jenseits welches Betrages befinden sich die 6% schwersten Pakete?
- (c) Wieviel Prozent aller Pakete wiegen mindestens 1.020 kg?
- (d) Warum ist der erste Satz dieser Aufgabe mit Sicherheit falsch?

[(a) 69.15%; (b) 1.0411 Kg; (c) 30.85%]

2. Eine normalverteilte Zufallsvariable X habe den Erwartungswert $\mu = 18$ und Standardabweichung $\sigma = 4$.

- (a) Die standardisierte Variable $Z = \frac{X-18}{4}$ ist dann standardnormalverteilt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Variable Z zufällig in das Intervall $(-1, 1]$ fällt? Bestimmen Sie $P[-1 < Z \leq +1] = P[-1 < \frac{X-18}{4} \leq +1]$.
- (b) Geben Sie das entsprechende Intervall an, in welches X mit eben dieser Wahrscheinlichkeit fällt.
- (c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass X in ein Intervall von +10 bis +26 fällt? Bestimmen Sie $P[10 < X \leq 26]$.

[(a) 0.6826; (b) (14,22); (c) 0.9544]

3. Eine stochastische Variable W habe den Erwartungswert $\mu = -5$ und die Standardabweichung $\sigma = 0.5$.
- Die transformierte Variable $U = 2 \cdot (W + 5)$ ist somit standardnormalverteilt. In welches um den Nullpunkt symmetrische Intervall fällt U mit einer Wahrscheinlichkeit von 80%, 90%, 95%, 100%?
 - Geben Sie die um -5 symmetrischen Intervalle an, in die die Zufallsvariable W mit diesen Wahrscheinlichkeiten fällt.

[(a) $(-1.282, 1.282)$; ... (b) $(-5.641, -4.395)$; ...]

4. Ein Produzent von Kakaopulver weiss aus Erfahrung, dass das Füllgewicht seiner 125g-Packung einer Normalverteilung mit $\mu = 125g$ und einer Standardabweichung von $\sigma = 5g$ unterliegt.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Packung genau 125 g wiegt?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Packung zwischen 120 g und 130 g wiegt?
 - Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Packung weniger als 110 g wiegt?
 - Welches Gewicht unterschreitet eine Packung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.05?

[(a) 0; (b) 0.6826; (c) 0.0013; (d) 116.775g]

5. Wieviel Prozent der Wahrscheinlichkeitsmasse liegt innerhalb eines Zwei-Sigma-Intervalls um den Erwartungswert, wenn die Zufallsvariable X
- normalverteilt ist mit $\mu = 0$ und $\sigma = 1$
 - normalverteilt ist mit $\mu = 13$ und $\sigma = 4$
 - binomialverteilt ist mit $n = 8$ und $p = 0.2$
 - binomialverteilt ist mit $n = 16$ und $p = 0.5$?

[(a) 95.44%; (b) 95.44%; (c) 94.37%; (d) 95.10%]

6. X sei eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert 100 und der Varianz 25. Bestimmen Sie
- $P[X \leq 112.5]$, $P[0 \leq X \leq 94]$, $P[99.5 \leq X \leq 100.5]$, $P[X = 100]$;
 - t jeweils so, dass gilt: $P[X < t] = 0.05$, $P[t \leq X \leq 104] = 0.36$ und $P[100 - t \leq X \leq 100 + t] = 0.75$.

[(a) 0.9938; 0.1151; 0.0796; 0; (b) 91.775; 99.1; 5.75]

7. Die Körpergrösse einer Gruppe von Studierenden ist normalverteilt mit $\mu = 171$ cm. Wie gross ist die Standardabweichung σ , wenn bekannt ist, dass 14% der Studierenden grösser als 176.4 cm sind?

[5]