Musterlösungen

Übung 6: Hypothesentests

1. $\bar{X} = 218$

   (a) $Z = \sqrt{9}\frac{218-210}{\sqrt{225}} = 1,6$ und $q_{1-\alpha/2} = q_{0,95} = 1,645$. D.h. die Zielhypothese kann nich verworfen werden, da $|Z| < q_{1-\alpha/2}$

   (b) Um H_0 zu akzeptieren muss $-q_{0,95} \leq Z \leq q_{0,95}$:

$$-q_{0,95} \leq 3\frac{\bar{X}-210}{\sqrt{225}} \leq q_{0,95}$$
$$210 - q_{0,95}\frac{\sqrt{225}}{3} \leq \bar{X} \leq 210 + q_{0,95}\frac{\sqrt{225}}{3}$$
$$201,775 \leq \bar{X} \leq 218,225$$

2. $\bar{X} = 85,186 \Rightarrow Z = \sqrt{7}\frac{85,186-85}{0,2} = 2,461$

   (a) H_0 wird verworfen wenn Z gross genug ist. H_0 wird verworfen da $Z = 2,461 > 2,326 = q_{0,99}$.

   (b)
   - $\alpha = 0,4$: H_0 wird verworfen: $Z = 2,461 > 0,253 = q_{0,6}$
   - $\alpha = 0,0005$: H_0 wird nicht verworfen: $Z = 2,461 < 3,27 = q_{0,9995}$

   (c) $P(Z^* \leq 2,461) = 0,993$, es folgt $Z = q_{0,993} = q_{1-\alpha}$, i.e. $\alpha = 0,007$.

   (d) Die Hypothese wird verworfen falls $Z > 2,326$, d.h.

$$\frac{\bar{X}-85}{0,2}\sqrt{7} > 2,326$$
$$\bar{X} > 85,176.$$

   Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit, dass

$$\begin{aligned} P(\bar{X} \geq 85,176|\mu = 85,1) &= 1 - P(\bar{X} > 85,176|\mu = 85,1) \\ &= 1 - P\left(\frac{\bar{X}-85,1}{0,2}\sqrt{7} < \frac{85,176-85,1}{0,2}\sqrt{7}\right) \\ &= 1 - P(Z < 1,0054) \\ &= 1 - 0,8413 \\ &= 0,1587 \end{aligned}$$

3. $Z = \sqrt{125}\frac{140,5-148}{35} = -2,396$

   (a) $H_0 : \mu \geq 148$ wird verworfen, da $Z \leq q_{0,01} = -2,326$

(b) $H_0 : \mu \leq 148$ wird nicht verworfen, da $Z \leq q_{0,99} = 2,326$

4. $Z = \sqrt{40}\frac{0{,}91-0{,}9}{0{,}22} = 0,287$

   (a) i. $H_0 : \mu = 0,9$ wird nicht verworfen, da $|Z| \leq q_{0,995} = 2,576$
       ii. $H_0 : \mu \leq 0,9$ wird nicht verworfen, da $Z \leq q_{0,99} = 2,326$
       iii. $H_0 : \mu \geq 0,9$ wird nicht verworfen, da $Z \geq q_{0,01} = -2,326$

   (b) $H_0 : \mu \geq 1,0$
       $H_1 : \mu < 1,0$