

Multiple Choice (48 Punkte)

Markieren Sie bei folgenden Multiple-Choice-Aufgaben die korrekte Aussage.

- In jedem Block von Aussagen ist **genau eine** Antwort korrekt.
 - Die eindeutig markierte korrekte Aussage wird mit 4 Punkten (pro MC-Aufgabe) bewertet.
 - Eine Markierung der falschen Aussage, eine Mehrfachmarkierung oder keine Markierung wird mit 0 Punkten bewertet.
-
1. (4 Punkte) Wir beobachten die Realisierungen von 25 Zufallsvariablen, die jeweils unabhängig voneinander aus derselben Normalverteilung mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Varianz $\sigma^2 = 0.5$ gezogen werden. Wir möchten folgenden Hypothesentest durchführen: $H_0 : \mu = 0.5$ gegen $H_1 : \mu \geq 0.5$ mit einem Signifikanzniveau von $\alpha = 5\%$. Für welchen Wertebereich des Stichprobenmittelwertes \bar{x} wird die Hypothese H_0 verworfen? Geben Sie den *grösstmöglichen* Bereich an.
 - (a) $\bar{x} > 0.66$.
 - (b) $\bar{x} > 0.73$.
 - (c) $\bar{x} > 0.78$.
 - (d) $\bar{x} > 1.64$.

 2. (4 Punkte) Seien X und Y zwei Zufallsvariablen. Es ist bekannt, dass $\mathbb{E}[X^2] = \mathbb{E}[Y] = \frac{1}{3}$, $\mathbb{E}[X] = 0$ und $\rho_{X^2,Y} > 0$ (ρ bezeichnet den Korrelationskoeffizienten nach Pearson). Welche der folgenden Aussagen ist immer wahr?
 - (a) $-1 \leq \rho_{X,Y} < 0$
 - (b) $\rho_{X,Y} = 0$
 - (c) $0 < \rho_{X,Y} \leq 1$
 - (d) Keine der obigen Aussagen ist immer wahr.

 3. (4 Punkte) A und B sind Ereignisse. Es sei $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{2}$, $\mathbb{P}(B) = \frac{2}{3}$ und $\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{1}{4}$. \bar{B} bezeichnet das Komplement von B . Wie gross ist der Wert von $\mathbb{P}(A \mid \bar{B})$?
 - (a) $\frac{1}{4}$
 - (b) $\frac{1}{3}$
 - (c) $\frac{3}{4}$
 - (d) $\frac{5}{6}$

 4. (4 Punkte) Das Gewicht einer Packung Nudeln ist normalverteilt mit dem Erwartungswert $\mu = 500$ und der Varianz $\sigma^2 = 40$. Finden Sie das korrekte symmetrische Konfidenzintervall für das erwartete Gewicht einer einzelnen Packung: das Konfidenzintervall muss um das mittlere Gewicht zentriert sein und 99% aller Nudelpackungen enthalten.
 - (a) $[396.967; 603.033]$
 - (b) $[483.709; 516.291]$
 - (c) $[485.287; 514.713]$
 - (d) $[487.604; 512.396]$

5. (4 Punkte) Es werden zufällig 4 Zahlen aus den ersten 12 Primzahlen ohne Zurücklegen ausgewählt. Betrachten Sie die beiden Ereignisse:

- A: Die Summe der 4 ausgewählten Zahlen ist ungerade.
- B: Alle vier ausgewählten Zahlen sind ungerade.

Welche der folgenden Aussagen ist richtig in Bezug auf die Ereignisse A und B?

- (a) A und B sind unabhängig und disjunkt.
 - (b) A und B sind unabhängig, aber nicht disjunkt.
 - (c) A und B sind abhängig und disjunkt.
 - (d) A und B sind abhängig und nicht disjunkt.
6. (4 Punkte) In einem Bewerbungsverfahren beträgt die Wahrscheinlichkeit, zu einem Vorstellungsgespräch eingeladen zu werden, 10%. Von denjenigen, die eingeladen werden, haben 90% in ihrer Statistikprüfung eine bessere Note als 5 erreicht. Umgekehrt haben von den Bewerbern, die nicht zu einem Vorstellungsgespräch eingeladen wurden, nur 20% eine bessere Note als 5 erreicht. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Bewerber eine bessere Note als 5 in Statistik hat?
- (a) 18%.
 - (b) 25%.
 - (c) 27%.
 - (d) 50%.
7. (4 Punkte) Sei Y eine stetige Zufallsvariable mit Dichtefunktion

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin(y) & \text{für } 0 < y < \pi, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Wie gross ist der Erwartungswert von Y ?

- (a) $\ln(\pi)$
 - (b) $\frac{\pi}{2}$
 - (c) $\sqrt{2}\pi$
 - (d) $\frac{3\pi}{2}$
8. (4 Punkte) Angenommen, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit $\sigma^2 = 5$. Wir wollen die Hypothese $H_0 : \mu = 8$ gegen $H_1 : \mu \neq 8$ mit nur 5 Beobachtungen testen. Ein MLE-Schätzwert von μ steht uns zur Verfügung und beträgt $\hat{\mu} = 4.95$. Wie gross ist der p-Wert des obigen Tests?
- (a) 0.0011
 - (b) 0.0022
 - (c) 0.1738
 - (d) 0.3476

9. (4 Punkte) Das Einkommen X der Bürger einer Stadt ist lognormal verteilt (d.h. $\ln(X) \sim N(\mu, \sigma^2)$) mit $\mu = 8$ und $\sigma^2 = 4$. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Einkommen eines Bürgers unter 12000 CHF liegt?
- (a) 0.242
 - (b) 0.363
 - (c) 0.637
 - (d) 0.758
10. (4 Punkte) Ruben und Jochen spielen das folgende Spiel. Ruben würfelt so lange mit einem fairen Würfel, bis er die Sequenz (1, 1) in zwei aufeinanderfolgenden Würfeln erhält. Jochen würfelt so lange, bis er die Sequenz (1, 2) in zwei aufeinanderfolgenden Würfeln erhält. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?
- Hinweis:* Versuchen Sie nicht, die erwartete Anzahl an Würfeln zu berechnen! Ein bisschen gesunder Menschenverstand und Statistik helfen hier weiter.
- (a) Im Durchschnitt benötigt Ruben mehr Würfe, um zu gewinnen.
 - (b) Im Durchschnitt benötigt Jochen mehr Würfe, um zu gewinnen.
 - (c) Im Durchschnitt benötigen beide die gleiche Anzahl an Würfeln, um zu gewinnen.
 - (d) Es gibt nicht genügend Informationen, um den erwarteten Gewinner zu bestimmen.
11. (4 Punkte) Ruben und Jochen spielen das folgende Spiel. Eine faire Münze wird geworfen. Wenn Kopf fällt, zahlt Jochen 1 CHF an Ruben. Wenn Zahl fällt, zahlt Ruben 1 CHF an Jochen. Sie spielen das Spiel für eine gegebene Anzahl n an Runden. Sei X Rubens Gesamtgewinn nach n Runden und Y Jochens Gesamtgewinn nach n Runden. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?
- Hinweis:* Beachten Sie, dass *Gewinne* auch negativ sein können. Der Begriff bezieht sich auf den Betrag, den der Spieler verdient oder verloren hat (wenn negativ).
- (a) X und Y haben dieselbe Verteilung.
 - (b) $X = Y$
 - (c) X und Y sind unabhängig.
 - (d) Keine der obigen Aussagen ist wahr.
12. (4 Punkte) Ein Brunnen enthält 10 Liter Wasser. Jeden Tag wird eine zufällige Menge Wasser aus dem Brunnen gepumpt. Die täglich gepumpte Wassermenge ist i.i.d. und gleichverteilt zwischen 0 und 1 Litern. Wie viele Tage dauert es im Durchschnitt, bis der Brunnen leer ist?
- (a) 12.5
 - (b) 15
 - (c) 17.5
 - (d) 20

Aufgabe 1 (12 Punkte)

Teil 1A (4 Punkte)

Eine zufällige Stichprobe von Beobachtungen wird aus jeder der vier Verteilungen F_1 , F_2 , F_3 und F_4 gezogen:

F_1) Gleichverteilung auf dem Intervall $[5, 15]$.

Stichprobengrösse $n_1 = 200$

F_2) Normalverteilung mit $\mu = 10$ und $\sigma^2 = 1$.

Stichprobengrösse $n_2 = 200$

F_3) Normalverteilung mit $\mu = 10$ und $\sigma^2 = 100$.

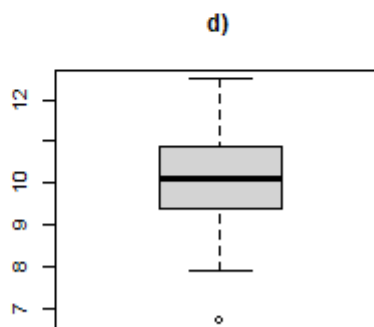
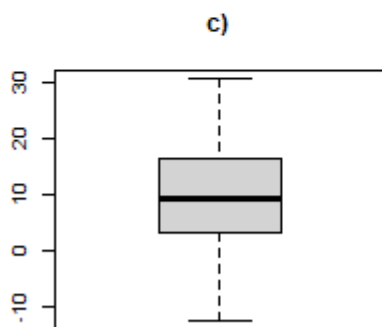
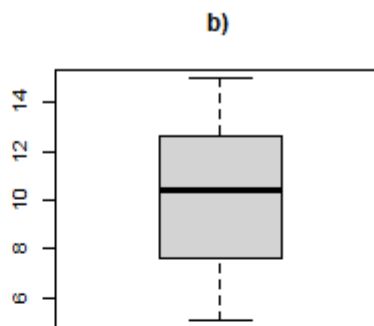
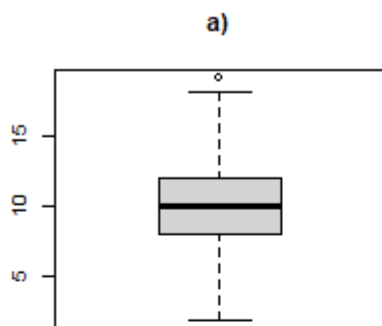
Stichprobengrösse $n_3 = 200$

F_4) Poissonverteilung mit $\lambda = 10$.

Stichprobengrösse $n_4 = 200$

Die untenstehenden Grafiken zeigen die Boxplots der entsprechenden Stichproben (F_1 , F_2 , F_3 und F_4). Ordnen Sie jede Grafik der entsprechenden Verteilung zu, z.B. F_1 : a

Hinweis: Jede Grafik entspricht genau einer der vier Verteilungen F_1 , F_2 , F_3 und F_4 .



Teil 1B (8 Punkte)

Die Zeiten einer Gruppe von 10 Hobbyläufern wurden während eines 10-Kilometer-Trainingslaufs in Appenzell gemessen. Ihre Zielzeiten (in Minuten) sind wie folgt:

55, 60, 58, 59, 55, 61, 60, 55, 58, 61

1. (3 Punkte) Berechnen Sie den Modus, den Median und das 10%-Quantil der Zielzeiten der Hobbyläufer.
2. (5 Punkte) Zeichnen Sie die empirische kumulative Verteilungsfunktion.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Aufgabe 2 (15 Punkte)

Der Fahrradhersteller „Pyramid“ produziert Rennräder, und 98% der Fahrräder entsprechen den Qualitätsstandards, während 2% *defekt* sind. Ein Qualitätstest wird an einem zufällig ausgewählten Rennrad durchgeführt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 94% liefert der Test ein negatives Ergebnis, wenn das Fahrrad *defekt* ist, und mit einer Wahrscheinlichkeit von 96% liefert der Test ein positives Ergebnis, wenn das Fahrrad *nicht defekt* ist.

1. (3 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Qualitätstest ein negatives Ergebnis liefert?
2. (2 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Rennrad defekt ist, gegeben dass der Qualitätstest ein negatives Ergebnis liefert?
3. (2 Punkte) Begründen Sie anhand statistischer Argumente, warum die Ereignisse „der Qualitätstest liefert ein negatives Ergebnis“ und „das Rennrad ist *defekt*“ nicht stochastisch unabhängig sind.

Ein lokale Fahrradladen bestellt 40 Rennräder vom Hersteller „Pyramid“. Der Laden hat ein eigenes spezielles Prüfverfahren: Um zu entscheiden, ob eine Lieferung angenommen wird, geht der Laden wie folgt vor:

4 Rennräder werden zufällig ausgewählt (ohne Zurücklegen) und überprüft. Nur wenn keines der ausgewählten 4 Fahrräder *defekt* ist, wird die Lieferung angenommen. Im Unterschied zum Qualitätstest des Herstellers machen die Mitarbeiter des Ladens keine Fehler beim Unterscheiden zwischen guten und *defekten* Fahrrädern.

4. (4 Punkte) Angenommen, 3 der 40 Fahrräder in der Lieferung sind *defekt*. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung abgelehnt wird?

Da der lokale Fahrradladen eine grosse Lieferung von 1000 Rennrädern vom Hersteller „Pyramid“ erhält, ändert er seine Prüfstrategie. Die durchschnittliche Defektrate einer grossen Lieferung beträgt 2%. Um die Qualität sicherzustellen, werden 10% der Rennräder zufällig zur Inspektion ausgewählt, und diese Auswahl wird jeweils mit Zurücklegen ausgeführt. Die gesamte Lieferung wird abgelehnt, wenn in der Stichprobe mindestens 4 Rennräder als defekt gefunden werden.

5. (4 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung **nicht** abgelehnt wird? Verwenden Sie eine geeignete Approximation.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Die Dauer X (in Sekunden) bis eine Person einen Vorlesungssaal betritt, ist exponentialverteilt mit dem Parameter $\lambda = \frac{1}{60}$.

1. (1 Punkt) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion an.
2. (3 Punkte) Zu einem zufälligen Zeitpunkt: Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb der nächsten 30 Sekunden niemand den Vorlesungssaal betritt?
3. (3 Punkte) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb der nächsten 30 Sekunden niemand den Vorlesungssaal betritt, unter der Bedingung, dass in den vorherigen 45 Sekunden niemand den Vorlesungssaal betreten hat? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der vorherigen Teilaufgabe und erläutern Sie.
4. (3 Punkte) Zeigen Sie, dass der Mittelwert einer Exponentialverteilung $\mu = \frac{1}{\lambda}$ beträgt.
5. (3 Punkte) Zeigen Sie, dass die Varianz einer Exponentialverteilung $\text{Var} = \frac{1}{\lambda^2}$ beträgt.
6. (2 Punkte) Angenommen, Sie sammeln einige Daten zur Dauer bis zum Betreten des Vorlesungssaals. Die Stichprobenvarianz beträgt $s^2 = 2500$. Berechnen Sie einen Schätzer der Momentenmethode für λ .

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Aufgabe 4 (15 Punkte)

Hinweis: Stellen Sie sicher, dass Sie Ihre Berechnungen für die folgenden Aufgaben vollständig angeben. Nur die richtige Antwort ohne Herleitung wird nicht die volle Punktzahl erzielen.

Sei c eine Konstante und seien X und Y zwei Zufallsvariablen mit der folgenden gemeinsamen Dichtefunktion

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{3c} e^{y-x} & \text{falls } 0 \leq x < \infty, -\infty < y \leq 2 \ln(c) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

1. (5 Punkte) Bestimmen Sie den Wert der Konstanten c .
2. (3 Punkte) Berechnen Sie das Modus-Paar von $f_{X,Y}(x,y)$. *Hinweis:* Das Modus-Paar einer stetigen Verteilung ist ein Paar $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, das die Dichtefunktion maximiert.
3. (4 Punkte) Sind X und Y unabhängig oder abhängig? Begründen Sie Ihre Antwort.
4. (3 Punkte) Berechnen Sie $\mathbb{E}[X]$.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Aufgabe 5 (15 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion:

$$p_X(x; p) = (1 - p)^{x-1} p, \quad x = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

mit $0 < p < 1$ als unbekanntem Parameter.

Betrachten Sie eine zufällige Stichprobe X_1, \dots, X_n , die aus der oben genannten Verteilung gezogen wurde.

1. (8 Punkte) Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für p .
2. (5 Punkte) Es ist bekannt, dass die Varianz einer Zufallsvariablen X mit der Wahrscheinlichkeitsmassenfunktion (1) gegeben ist durch $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$. Berechnen Sie einen geeigneten Schätzer für die Varianz.
3. (2 Punkte) Verwenden Sie die Beobachtungsdaten in Tabelle 1, um den Wert des Maximum-Likelihood-Schätzers für p und den Schätzer für $Var(X)$ aus den Teilaufgaben 1 und 2 zu berechnen.

Nummer des Datenpunktes	Realisierung x_i
1	1
2	4
3	1
4	1
5	3

Tabelle 1: Beobachtungen der Zufallsvariablen X

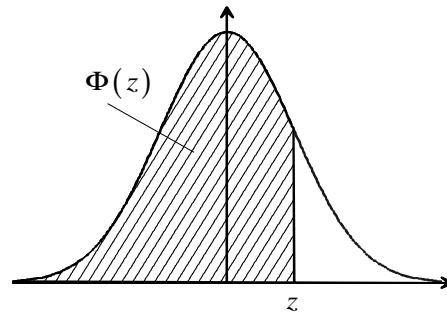
Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Verwenden Sie diese Seite für Ihre Lösung. Sie können Vorder- und Rückseite der Prüfungsblätter für Ihre Lösung benutzen. Falls Sie mehr Platz benötigen, machen Sie einen klaren Verweis auf dem Aufgabenblatt der Prüfung und beschriften Sie auch das zusätzliche Blatt klar und deutlich. Die Aufgabe wird sonst nicht gewertet.

Standardnormalverteilung

$$(z \geq 0)$$

Verteilungsfunktion



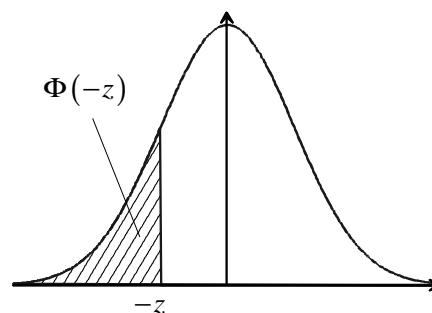
Verteilungsfunktion $F_Z(z)$ einer standardnormalverteilten
Zufallsvariablen $Z \sim N(0, 1)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.10	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.20	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.30	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.40	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.50	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.60	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.70	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.80	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.90	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.00	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.10	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.20	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.30	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.40	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.50	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.60	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.70	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.80	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.90	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.00	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.10	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.20	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.30	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.40	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.50	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.60	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.70	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.80	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.90	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.00	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.10	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.20	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.30	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.40	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

Standardnormalverteilung

$$(z \leq 0)$$

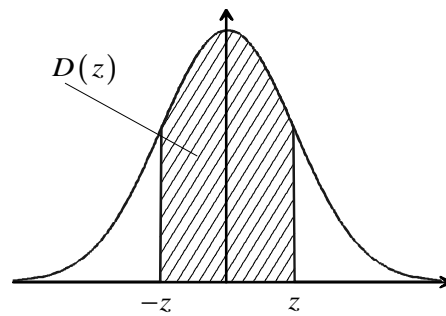
Verteilungsfunktion



Verteilungsfunktion $F_Z(z)$ einer standardnormalverteilten
Zufallsvariablen $Z \sim N(0, 1)$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.10	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.20	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.30	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.40	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.50	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.60	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.70	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.80	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.90	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.00	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.10	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.20	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.30	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.40	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.50	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.60	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.70	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.80	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.90	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.00	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.10	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.20	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.30	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.40	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.50	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.60	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.70	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.80	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.90	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.00	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.10	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.20	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.30	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.40	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002

Standardnormalverteilung Zentrierte Wahrscheinlichkeiten



**Zentrierte Wahrscheinlichkeiten einer standardnormalverteilten
Zufallsvariablen $Z \sim N(0, 1)$**

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.00	0.0000	0.0080	0.0160	0.0239	0.0319	0.0399	0.0478	0.0558	0.0638	0.0717
0.10	0.0797	0.0876	0.0955	0.1034	0.1113	0.1192	0.1271	0.1350	0.1428	0.1507
0.20	0.1585	0.1663	0.1741	0.1819	0.1897	0.1974	0.2051	0.2128	0.2205	0.2282
0.30	0.2358	0.2434	0.2510	0.2586	0.2661	0.2737	0.2812	0.2886	0.2961	0.3035
0.40	0.3108	0.3182	0.3255	0.3328	0.3401	0.3473	0.3545	0.3616	0.3688	0.3759
0.50	0.3829	0.3899	0.3969	0.4039	0.4108	0.4177	0.4245	0.4313	0.4381	0.4448
0.60	0.4515	0.4581	0.4647	0.4713	0.4778	0.4843	0.4907	0.4971	0.5035	0.5098
0.70	0.5161	0.5223	0.5285	0.5346	0.5407	0.5467	0.5527	0.5587	0.5646	0.5705
0.80	0.5763	0.5821	0.5878	0.5935	0.5991	0.6047	0.6102	0.6157	0.6211	0.6265
0.90	0.6319	0.6372	0.6424	0.6476	0.6528	0.6579	0.6629	0.6680	0.6729	0.6778
1.00	0.6827	0.6875	0.6923	0.6970	0.7017	0.7063	0.7109	0.7154	0.7199	0.7243
1.10	0.7287	0.7330	0.7373	0.7415	0.7457	0.7499	0.7540	0.7580	0.7620	0.7660
1.20	0.7699	0.7737	0.7775	0.7813	0.7850	0.7887	0.7923	0.7959	0.7995	0.8029
1.30	0.8064	0.8098	0.8132	0.8165	0.8198	0.8230	0.8262	0.8293	0.8324	0.8355
1.40	0.8385	0.8415	0.8444	0.8473	0.8501	0.8529	0.8557	0.8584	0.8611	0.8638
1.50	0.8664	0.8690	0.8715	0.8740	0.8764	0.8789	0.8812	0.8836	0.8859	0.8882
1.60	0.8904	0.8926	0.8948	0.8969	0.8990	0.9011	0.9031	0.9051	0.9070	0.9090
1.70	0.9109	0.9127	0.9146	0.9164	0.9181	0.9199	0.9216	0.9233	0.9249	0.9265
1.80	0.9281	0.9297	0.9312	0.9328	0.9342	0.9357	0.9371	0.9385	0.9399	0.9412
1.90	0.9426	0.9439	0.9451	0.9464	0.9476	0.9488	0.9500	0.9512	0.9523	0.9534
2.00	0.9545	0.9556	0.9566	0.9576	0.9586	0.9596	0.9606	0.9615	0.9625	0.9634
2.10	0.9643	0.9651	0.9660	0.9668	0.9676	0.9684	0.9692	0.9700	0.9707	0.9715
2.20	0.9722	0.9729	0.9736	0.9743	0.9749	0.9756	0.9762	0.9768	0.9774	0.9780
2.30	0.9786	0.9791	0.9797	0.9802	0.9807	0.9812	0.9817	0.9822	0.9827	0.9832
2.40	0.9836	0.9840	0.9845	0.9849	0.9853	0.9857	0.9861	0.9865	0.9869	0.9872
2.50	0.9876	0.9879	0.9883	0.9886	0.9889	0.9892	0.9895	0.9898	0.9901	0.9904
2.60	0.9907	0.9909	0.9912	0.9915	0.9917	0.9920	0.9922	0.9924	0.9926	0.9929
2.70	0.9931	0.9933	0.9935	0.9937	0.9939	0.9940	0.9942	0.9944	0.9946	0.9947
2.80	0.9949	0.9950	0.9952	0.9953	0.9955	0.9956	0.9958	0.9959	0.9960	0.9961
2.90	0.9963	0.9964	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972
3.00	0.9973	0.9974	0.9975	0.9976	0.9976	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980
3.10	0.9981	0.9981	0.9982	0.9983	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986
3.20	0.9986	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.30	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.40	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995

Binomialverteilung

$$0.25 \leq p \leq 0.5$$

$$1 \leq n \leq 9$$

n	x	p= 0.25		p= 0.30		p= 1/3		p= 0.40		p= 0.50	
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$
1	0	0.7500	0.7500	0.7000	0.7000	0.6667	0.6667	0.6000	0.6000	0.5000	0.5000
	1	0.2500	1.0000	0.3000	1.0000	0.3333	1.0000	0.4000	1.0000	0.5000	1.0000
2	0	0.5625	0.5625	0.4900	0.4900	0.4444	0.4444	0.3600	0.3600	0.2500	0.2500
	1	0.3750	0.9375	0.4200	0.9100	0.4444	0.8889	0.4800	0.8400	0.5000	0.7500
3	0	0.0625	1.0000	0.0900	1.0000	0.1111	1.0000	0.1600	1.0000	0.2500	1.0000
	1	0.4219	0.4219	0.3430	0.3430	0.2963	0.2963	0.2160	0.2160	0.1250	0.1250
4	0	0.4219	0.8438	0.4410	0.7840	0.4444	0.7407	0.4320	0.6480	0.3750	0.5000
	1	0.1406	0.9844	0.1890	0.9730	0.2222	0.9630	0.2880	0.9360	0.3750	0.8750
5	0	0.0000	0.9844	0.0270	1.0000	0.0370	1.0000	0.0640	1.0000	0.1250	1.0000
	1	0.3164	0.3164	0.2401	0.2401	0.1975	0.1975	0.1296	0.1296	0.0625	0.0625
6	0	0.4219	0.7383	0.4116	0.6517	0.3951	0.5926	0.3456	0.4752	0.2500	0.3125
	1	0.2109	0.9492	0.2646	0.9163	0.2963	0.8889	0.3456	0.8208	0.3750	0.6875
7	0	0.0469	0.9961	0.0756	0.9919	0.0988	0.9877	0.1536	0.9744	0.2500	0.9375
	1	0.0039	1.0000	0.0081	1.0000	0.0123	1.0000	0.0256	1.0000	0.0625	1.0000
8	0	0.2373	0.2373	0.1681	0.1681	0.1317	0.1317	0.0778	0.0778	0.0313	0.0313
	1	0.3955	0.6328	0.3602	0.5282	0.3292	0.4609	0.2592	0.3370	0.1563	0.1875
9	0	0.2637	0.8965	0.3087	0.8369	0.3292	0.7901	0.3456	0.6826	0.3125	0.5000
	1	0.0879	0.9844	0.1323	0.9692	0.1646	0.9547	0.2304	0.9130	0.3125	0.8125
10	0	0.0146	0.9990	0.0284	0.9976	0.0412	0.9959	0.0768	0.9898	0.1563	0.9688
	1	0.0010	1.0000	0.0024	1.0000	0.0041	1.0000	0.0102	1.0000	0.0313	1.0000
11	0	0.1780	0.1780	0.1176	0.1176	0.0878	0.0878	0.0467	0.0467	0.0156	0.0156
	1	0.3560	0.5339	0.3025	0.4202	0.2634	0.3512	0.1866	0.2333	0.0938	0.1094
12	0	0.2966	0.8306	0.3241	0.7443	0.3292	0.6804	0.3110	0.5443	0.2344	0.3438
	1	0.1318	0.9624	0.1852	0.9295	0.2195	0.8999	0.2765	0.8208	0.3125	0.6563
13	0	0.0330	0.9954	0.0595	0.9891	0.0823	0.9822	0.1382	0.9590	0.2344	0.8906
	1	0.0044	0.9998	0.0102	0.9993	0.0165	0.9986	0.0369	0.9959	0.0938	0.9844
14	0	0.0002	1.0000	0.0007	1.0000	0.0014	1.0000	0.0041	1.0000	0.0156	1.0000
	1	0.1335	0.1335	0.0824	0.0824	0.0585	0.0585	0.0280	0.0280	0.0078	0.0078
15	0	0.3115	0.4449	0.2471	0.3294	0.2048	0.2634	0.1306	0.1586	0.0547	0.0625
	1	0.3115	0.7564	0.3177	0.6471	0.3073	0.5706	0.2613	0.4199	0.1641	0.2266
16	0	0.1730	0.9294	0.2269	0.8740	0.2561	0.8267	0.2903	0.7102	0.2734	0.5000
	1	0.0577	0.9871	0.0972	0.9712	0.1280	0.9547	0.1935	0.9037	0.2734	0.7734
17	0	0.0115	0.9987	0.0250	0.9962	0.0384	0.9931	0.0774	0.9812	0.1641	0.9375
	1	0.0013	0.9999	0.0036	0.9998	0.0064	0.9995	0.0172	0.9984	0.0547	0.9922
18	0	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0005	1.0000	0.0016	1.0000	0.0078	1.0000
	1	0.1001	0.1001	0.0576	0.0576	0.0390	0.0390	0.0168	0.0168	0.0039	0.0039
19	0	0.2670	0.3671	0.1977	0.2553	0.1561	0.1951	0.0896	0.1064	0.0313	0.0352
	1	0.3115	0.6785	0.2965	0.5518	0.2731	0.4682	0.2090	0.3154	0.1094	0.1445
20	0	0.2076	0.8862	0.2541	0.8059	0.2731	0.7414	0.2787	0.5941	0.2188	0.3633
	1	0.0865	0.9727	0.1361	0.9420	0.1707	0.9121	0.2322	0.8263	0.2734	0.6367
21	0	0.0231	0.9958	0.0467	0.9887	0.0683	0.9803	0.1239	0.9502	0.2188	0.8555
	1	0.0038	0.9996	0.0100	0.9987	0.0171	0.9974	0.0413	0.9915	0.1094	0.9648
22	0	0.0004	1.0000	0.0012	0.9999	0.0024	0.9998	0.0079	0.9993	0.0313	0.9961
	1	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0007	1.0000	0.0039	1.0000
23	0	0.0751	0.0751	0.0404	0.0404	0.0260	0.0260	0.0101	0.0101	0.0020	0.0020
	1	0.2253	0.3003	0.1556	0.1960	0.1171	0.1431	0.0605	0.0705	0.0176	0.0195
24	0	0.3003	0.6007	0.2668	0.4628	0.2341	0.3772	0.1612	0.2318	0.0703	0.0898
	1	0.2336	0.8343	0.2668	0.7297	0.2731	0.6503	0.2508	0.4826	0.1641	0.2539
25	0	0.1168	0.9511	0.1715	0.9012	0.2048	0.8552	0.2508	0.7334	0.2461	0.5000
	1	0.0389	0.9900	0.0735	0.9747	0.1024	0.9576	0.1672	0.9006	0.2461	0.7461
26	0	0.0087	0.9987	0.0210	0.9957	0.0341	0.9917	0.0743	0.9750	0.1641	0.9102
	1	0.0012	0.9999	0.0039	0.9996	0.0073	0.9990	0.0212	0.9962	0.0703	0.9805
27	0	0.0001	1.0000	0.0004	1.0000	0.0009	0.9999	0.0035	0.9997	0.0176	0.9980
	1	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0020	1.0000

Binomialverteilung

$$0.25 \leq p \leq 0.5$$

$$10 \leq n \leq 13$$

n	x	p = 0.25		p = 0.30		p = 1/3		p = 0.40		p = 0.50	
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$
10	0	0.0563	0.0563	0.0282	0.0282	0.0173	0.0173	0.0060	0.0060	0.0010	0.0010
	1	0.1877	0.2440	0.1211	0.1493	0.0867	0.1040	0.0403	0.0464	0.0098	0.0107
	2	0.2816	0.5256	0.2335	0.3828	0.1951	0.2991	0.1209	0.1673	0.0439	0.0547
	3	0.2503	0.7759	0.2668	0.6496	0.2601	0.5593	0.2150	0.3823	0.1172	0.1719
	4	0.1460	0.9219	0.2001	0.8497	0.2276	0.7869	0.2508	0.6331	0.2051	0.3770
	5	0.0584	0.9803	0.1029	0.9527	0.1366	0.9234	0.2007	0.8338	0.2461	0.6230
	6	0.0162	0.9965	0.0368	0.9894	0.0569	0.9803	0.1115	0.9452	0.2051	0.8281
	7	0.0031	0.9996	0.0090	0.9984	0.0163	0.9966	0.0425	0.9877	0.1172	0.9453
	8	0.0004	1.0000	0.0014	0.9999	0.0030	0.9996	0.0106	0.9983	0.0439	0.9893
	9	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0016	0.9999	0.0098	0.9990
	10			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0010	1.0000
11	0	0.0422	0.0422	0.0198	0.0198	0.0116	0.0116	0.0036	0.0036	0.0005	0.0005
	1	0.1549	0.1971	0.0932	0.1130	0.0636	0.0751	0.0266	0.0302	0.0054	0.0059
	2	0.2581	0.4552	0.1998	0.3127	0.1590	0.2341	0.0887	0.1189	0.0269	0.0327
	3	0.2581	0.7133	0.2568	0.5696	0.2384	0.4726	0.1774	0.2963	0.0806	0.1133
	4	0.1721	0.8854	0.2201	0.7897	0.2384	0.7110	0.2365	0.5328	0.1611	0.2744
	5	0.0803	0.9657	0.1321	0.9218	0.1669	0.8779	0.2207	0.7535	0.2256	0.5000
	6	0.0268	0.9924	0.0566	0.9784	0.0835	0.9614	0.1471	0.9006	0.2256	0.7256
	7	0.0064	0.9988	0.0173	0.9957	0.0298	0.9912	0.0701	0.9707	0.1611	0.8867
	8	0.0011	0.9999	0.0037	0.9994	0.0075	0.9986	0.0234	0.9941	0.0806	0.9673
	9	0.0001	1.0000	0.0005	1.0000	0.0012	0.9999	0.0052	0.9993	0.0269	0.9941
	10	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0007	1.0000	0.0054	0.9995
	11					0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0005	1.0000
12	0	0.0317	0.0317	0.0138	0.0138	0.0077	0.0077	0.0022	0.0022	0.0002	0.0002
	1	0.1267	0.1584	0.0712	0.0850	0.0462	0.0540	0.0174	0.0196	0.0029	0.0032
	2	0.2323	0.3907	0.1678	0.2528	0.1272	0.1811	0.0639	0.0834	0.0161	0.0193
	3	0.2581	0.6488	0.2397	0.4925	0.2120	0.3931	0.1419	0.2253	0.0537	0.0730
	4	0.1936	0.8424	0.2311	0.7237	0.2384	0.6315	0.2128	0.4382	0.1208	0.1938
	5	0.1032	0.9456	0.1585	0.8822	0.1908	0.8223	0.2270	0.6652	0.1934	0.3872
	6	0.0401	0.9857	0.0792	0.9614	0.1113	0.9336	0.1766	0.8418	0.2256	0.6128
	7	0.0115	0.9972	0.0291	0.9905	0.0477	0.9812	0.1009	0.9427	0.1934	0.8062
	8	0.0024	0.9996	0.0078	0.9983	0.0149	0.9961	0.0420	0.9847	0.1208	0.9270
	9	0.0004	1.0000	0.0015	0.9998	0.0033	0.9995	0.0125	0.9972	0.0537	0.9807
	10	0.0000	1.0000	0.0002	1.0000	0.0005	1.0000	0.0025	0.9997	0.0161	0.9968
	11			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0029	0.9998
	12							0.0000	1.0000	0.0002	1.0000
13	0	0.0238	0.0238	0.0097	0.0097	0.0051	0.0051	0.0013	0.0013	0.0001	0.0001
	1	0.1029	0.1267	0.0540	0.0637	0.0334	0.0385	0.0113	0.0126	0.0016	0.0017
	2	0.2059	0.3326	0.1388	0.2025	0.1002	0.1387	0.0453	0.0579	0.0095	0.0112
	3	0.2517	0.5843	0.2181	0.4206	0.1837	0.3224	0.1107	0.1686	0.0349	0.0461
	4	0.2097	0.7940	0.2337	0.6543	0.2296	0.5520	0.1845	0.3530	0.0873	0.1334
	5	0.1258	0.9198	0.1803	0.8346	0.2067	0.7587	0.2214	0.5744	0.1571	0.2905
	6	0.0559	0.9757	0.1030	0.9376	0.1378	0.8965	0.1968	0.7712	0.2095	0.5000
	7	0.0186	0.9944	0.0442	0.9818	0.0689	0.9653	0.1312	0.9023	0.2095	0.7095
	8	0.0047	0.9990	0.0142	0.9960	0.0258	0.9912	0.0656	0.9679	0.1571	0.8666
	9	0.0009	0.9999	0.0034	0.9993	0.0072	0.9984	0.0243	0.9922	0.0873	0.9539
	10	0.0001	1.0000	0.0006	0.9999	0.0014	0.9998	0.0065	0.9987	0.0349	0.9888
	11	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0002	1.0000	0.0012	0.9999	0.0095	0.9983
	12			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0016	0.9999
	13							0.0000	1.0000	0.0001	1.0000

Binomialverteilung

$$0.25 \leq p \leq 0.5$$

$$15 \leq n \leq 30$$

n	x	p= 0.25		p= 0.30		p= 1/3		p= 0.40		p= 0.50	
		$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$	$f_x(x)$	$F_x(x)$
15	0	0.0134	0.0134	0.0047	0.0047	0.0023	0.0023	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000
	1	0.0668	0.0802	0.0305	0.0353	0.0171	0.0194	0.0047	0.0052	0.0005	0.0005
	2	0.1559	0.2361	0.0916	0.1268	0.0599	0.0794	0.0219	0.0271	0.0032	0.0037
	3	0.2252	0.4613	0.1700	0.2969	0.1299	0.2092	0.0634	0.0905	0.0139	0.0176
	4	0.2252	0.6865	0.2186	0.5155	0.1948	0.4041	0.1268	0.2173	0.0417	0.0592
	5	0.1651	0.8516	0.2061	0.7216	0.2143	0.6184	0.1859	0.4032	0.0916	0.1509
	6	0.0917	0.9434	0.1472	0.8689	0.1786	0.7970	0.2066	0.6098	0.1527	0.3036
	7	0.0393	0.9827	0.0811	0.9500	0.1148	0.9118	0.1771	0.7869	0.1964	0.5000
	8	0.0131	0.9958	0.0348	0.9848	0.0574	0.9692	0.1181	0.9050	0.1964	0.6964
	9	0.0034	0.9992	0.0116	0.9963	0.0223	0.9915	0.0612	0.9662	0.1527	0.8491
	10	0.0007	0.9999	0.0030	0.9993	0.0067	0.9982	0.0245	0.9907	0.0916	0.9408
	11	0.0001	1.0000	0.0006	0.9999	0.0015	0.9997	0.0074	0.9981	0.0417	0.9824
	12	0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0003	1.0000	0.0016	0.9997	0.0139	0.9963
	13			0.0000	1.0000	0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0032	0.9995
	14							0.0000	1.0000	0.0005	1.0000
	15									0.0000	1.0000
20	0	0.0032	0.0032	0.0008	0.0008	0.0003	0.0003	0.0000	0.0000		
	1	0.0211	0.0243	0.0068	0.0076	0.0030	0.0033	0.0005	0.0005	0.0000	0.0000
	2	0.0669	0.0913	0.0278	0.0355	0.0143	0.0176	0.0031	0.0036	0.0002	0.0002
	3	0.1339	0.2252	0.0716	0.1071	0.0429	0.0604	0.0123	0.0160	0.0011	0.0013
	4	0.1897	0.4148	0.1304	0.2375	0.0911	0.1515	0.0350	0.0510	0.0046	0.0059
	5	0.2023	0.6172	0.1789	0.4164	0.1457	0.2972	0.0746	0.1256	0.0148	0.0207
	6	0.1686	0.7858	0.1916	0.6080	0.1821	0.4793	0.1244	0.2500	0.0370	0.0577
	7	0.1124	0.8982	0.1643	0.7723	0.1821	0.6615	0.1659	0.4159	0.0739	0.1316
	8	0.0609	0.9591	0.1144	0.8867	0.1480	0.8095	0.1797	0.5956	0.1201	0.2517
	9	0.0271	0.9861	0.0654	0.9520	0.0987	0.9081	0.1597	0.7553	0.1602	0.4119
	10	0.0099	0.9961	0.0308	0.9829	0.0543	0.9624	0.1171	0.8725	0.1762	0.5881
	11	0.0030	0.9991	0.0120	0.9949	0.0247	0.9870	0.0710	0.9435	0.1602	0.7483
	12	0.0008	0.9998	0.0039	0.9987	0.0092	0.9963	0.0355	0.9790	0.1201	0.8684
	13	0.0002	1.0000	0.0010	0.9997	0.0028	0.9991	0.0146	0.9935	0.0739	0.9423
	14	0.0000	1.0000	0.0002	1.0000	0.0007	0.9998	0.0049	0.9984	0.0370	0.9793
	15			0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0013	0.9997	0.0148	0.9941
	16					0.0000	1.0000	0.0003	1.0000	0.0046	0.9987
	17							0.0000	1.0000	0.0011	0.9998
	18									0.0002	1.0000
	19									0.0000	1.0000
30	0	0.0002	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000				
	1	0.0018	0.0020	0.0003	0.0003	0.0001	0.0001				
	2	0.0086	0.0106	0.0018	0.0021	0.0006	0.0007	0.0000	0.0000		
	3	0.0269	0.0374	0.0072	0.0093	0.0026	0.0033	0.0003	0.0003		
	4	0.0604	0.0979	0.0208	0.0302	0.0089	0.0122	0.0012	0.0015	0.0000	0.0000
	5	0.1047	0.2026	0.0464	0.0766	0.0232	0.0355	0.0041	0.0057	0.0001	0.0002
	6	0.1455	0.3481	0.0829	0.1595	0.0484	0.0838	0.0115	0.0172	0.0006	0.0007
	7	0.1662	0.5143	0.1219	0.2814	0.0829	0.1668	0.0263	0.0435	0.0019	0.0026
	8	0.1593	0.6736	0.1501	0.4315	0.1192	0.2860	0.0505	0.0940	0.0055	0.0081
	9	0.1298	0.8034	0.1573	0.5888	0.1457	0.4317	0.0823	0.1763	0.0133	0.0214
	10	0.0909	0.8943	0.1416	0.7304	0.1530	0.5848	0.1152	0.2915	0.0280	0.0494
	11	0.0551	0.9493	0.1103	0.8407	0.1391	0.7239	0.1396	0.4311	0.0509	0.1002
	12	0.0291	0.9784	0.0749	0.9155	0.1101	0.8340	0.1474	0.5785	0.0806	0.1808
	13	0.0134	0.9918	0.0444	0.9599	0.0762	0.9102	0.1360	0.7145	0.1115	0.2923
	14	0.0054	0.9973	0.0231	0.9831	0.0463	0.9565	0.1101	0.8246	0.1354	0.4278
	15	0.0019	0.9992	0.0106	0.9936	0.0247	0.9812	0.0783	0.9029	0.1445	0.5722
	16	0.0006	0.9998	0.0042	0.9979	0.0116	0.9928	0.0489	0.9519	0.1354	0.7077
	17	0.0002	0.9999	0.0015	0.9994	0.0048	0.9975	0.0269	0.9788	0.1115	0.8192
	18	0.0000	1.0000	0.0005	0.9998	0.0017	0.9993	0.0129	0.9917	0.0806	0.8998
	19			0.0001	1.0000	0.0005	0.9998	0.0054	0.9971	0.0509	0.9506
	20			0.0000	1.0000	0.0001	1.0000	0.0020	0.9991	0.0280	0.9786
	21					0.0000	1.0000	0.0006	0.9998	0.0133	0.9919
	22							0.0002	0.9999	0.0055	0.9974
	23							0.0000	1.0000	0.0019	0.9993
	24									0.0006	0.9998
	25									0.0001	1.0000
	26									0.0000	1.0000