TF mat compu

Matemática Computacional (Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas)

Matemática Computacional (MA475)
Resolución de ejercicios del Examen de acreditación - TF

Apellidos y nombres	Código	Sección	Firma	
J[illegible] Zegarra, Mariana Valentina	U202112816	SS4E		

Indicaciones:

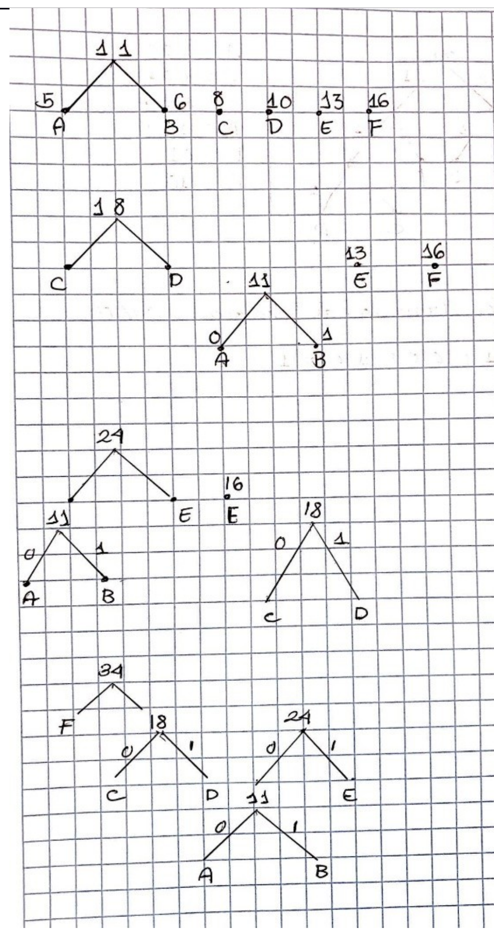
- ✓ Respondidas las preguntas, siga los siguientes pasos:
  - **a.** Escanear en <u>un solo</u> documento y colocarlo en formato PDF**.** O tomar foto solo a las respuestas, pegarlas en este documento y guárdalo en formato PDF.
  - **b.** El nombre del archivo en PDF debe tener la siguiente sintaxis: **Código de su sección y sus apellidos y nombres,** por ejemplo: CX11_Tiza Alva, Mario Rubén

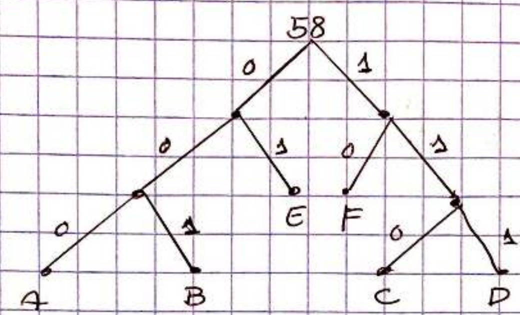
a. Coloque aquí el enunciado de la primera pregunta.

3. Dada la siguiente tabla de frecuencias, aplique el algoritmo de Huffman y responda las siguientes preguntas:

Caracter	A	B	C	D	E	F
Frecuencia	5	6	8	10	13	16

a. La secuencia binaria al codificar CAFE
b. Decodificar 00101110000
c. ¿A qué porcentaje se reduce el número de bits utilizados?





A = 000
B = 001
C = 110
D = 111
E = 01
F = 10

a- La secuencia binaria al codificar CAFE

CAFE = 1 1 0 0 0 0 1 0 0 1

b. Decodificar $\underbrace{0\,0\,1}_{B}\ \underbrace{0\,1}_{E}\ \underbrace{1\,1\,0}_{C}\ \underbrace{0\,0\,0}_{A}$

b. Coloque aquí el enunciado de la segunda pregunta.

6. La temperatura de un cuerpo es 36 °C. Se observa que el cambio de temperatura cada hora es 0,4 veces la diferencia entre la temperatura de la hora anterior y la temperatura ambiente, que es de 24°C.
   a. Escriba una ecuación en diferencias que modele la temperatura $T(n)$ del cuerpo luego de n horas.
   b. Determine explícitamente $T(n)$.

a $T(n)$: Luego de "n" horas temperatura del cuerpo

$$T(n = T(n-2) + 0,4\,(T(n-1) - 24)$$
$$T(n) = T(n-1) + 0,4\,T(n-2) - 9,6$$
$$T(n) = 1,4\,T(n-1) - 9,6$$
$$9,6 = 1,4\,T(n-1)\ T(n)$$

* sol general = sol. homo + sol particu

Caracteristica

$$0 = 1,4\lambda - 1$$
$$1 = 1,4\lambda$$
$$\frac{1}{1,4} = \lambda \qquad \lambda = 0,7143$$

$$T_h(n) = c_1\left(\frac{5}{7}\right)^n$$

$9{,}6 = 1{,}4\, T(n-1) - T(n)$

$T_n(n) = C_1 \left(\frac{5}{7}\right)^n, \; n \geq 0$

$g(n) = 9{,}6$

$T_p(n) = k n^m$

$T_p(n) = k n^0 \longrightarrow k$

$T_p(n-1) = k$

$9{,}6 = 1{,}4k - k$

$96 = 0{,}4k$

$k = 24$

Homogenea

$T_n(n = C_1 \left(\frac{5}{7}\right)^n ; \; n \geq 0$

Particular

$T_p(n) = 24$

$T_n = C_1 \left(\frac{5}{7}\right)^n + 24$

$T_n = 12 \left(\frac{5}{7}\right)^n + 24$

$36 = C_1 \left(\frac{5}{7}\right)^0 + 24$

$C_1 = 12$

c. Coloque aquí el enunciado de la tercera pregunta.

9. Un territorio está dividido en tres zonas A, B y C entre las que habita una población de leones. Cada año y debido a diversas razones (disponibilidad de alimentos, peleas por el territorio, etc.) se producen los siguientes flujos migratorios entre las distintas zonas: En A: el 80% permanece en A y el 20 % emigra a C. En B: un 20 % emigra a A, un 60% permanece en B y un 20 % emigra a C. En C: un 20 % emigra a A y un 80 % permanece en C. Inicialmente la población total de leones, 30 viven en A, 20 viven en B y 50 viven en C. ¿Luego de cuántos años hay menos de 25 leones en la zona B?

Sistema fundamental de soluciones:

$$\left\{ x_2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Vectores propios:

Para $\lambda_1 = 1$

$$(A - \lambda_1 I) = \begin{pmatrix} -0,2 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & -0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & -0,2 \end{pmatrix}$$

$$(A - \lambda_1 I)\, V = 0 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\begin{cases} x_1 & x_3 = 0 \\ x_2 & = 0 \end{cases}$$

$x_2 = 0$

$x_1 = x_3$

$x_3 = x_3$

$$\begin{pmatrix} x_{n-1} \\ y_{n-1} \\ z_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0,6 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0,8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0,6 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Valor Propio: $P(\lambda) = |A = \lambda| = 0$

$$P(\lambda) = \left| \begin{pmatrix} 0,8 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0,6 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0,8 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right|$$

$$P(\lambda) = \begin{vmatrix} 0,8-\lambda & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0,6-\lambda & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0,8-\lambda \end{vmatrix}$$

$$P(\lambda) = \frac{-25\lambda^3 + 55\lambda^2 - 29\lambda + 9}{25}$$

$$P(\lambda) = 25 \cdot \left(\frac{1}{25}\right) \cdot (\lambda - 1) \cdot \left(\lambda - \frac{3}{5}\right)^2 = 0$$

$$\lambda = 1, \quad \lambda_2 = \frac{3}{5}$$

$x_2 = 1$; $x_3 = 0$; $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$x_2 = 0$; $x_3 = 1$; $v_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$v_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix} = C_1 \, 1^n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 \frac{3}{5}^n \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + C_3 \left(\frac{3}{3}\right)^n \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$x_n = C_1 \, 1^n - C_2 \left(\frac{3}{5}\right)^n - C_3 \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

$$y_n = C_2 \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

$$z_n = C_1 \, 1^n + C_3 \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

$\lambda_3 = 1$

$$y_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Para $x_2 = \frac{3}{5}$

$$(A - \lambda_2 I) = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,2 & 0,2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0,2 & 0,2 \end{pmatrix}$$

$$(A - \lambda_1 I) \cdot V = 0 \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$x_1 + x_2 + x_3 = 0$ $\rightarrow$ Sol $x \begin{pmatrix} -x_2 - x_3 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

$x_1 = -x_2 - x_3$

$x_1 = -x_2 - x_3$

$x_2 = x_2$

$x_3 = x_3$

Sistema fundamental de soluciones

$$\left\{ x_2 \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Vectores propios:

Para $x_1 = 1$

d. Coloque aquí el enunciado de la cuarta pregunta.

12. Determine el equilibrio de Nash con estrategias puras y mixtas en juegos cuya matriz de pago es:

		Jugador 2		
		A	B	C
Jugador 1	X	9; 0	3; 2	0; 4
	Y	3; 4	4; 7	4; 12
	Z	6; 8	5; 3	8; 0

Además, calcule el monto recibido por cada jugador en el equilibrio (en estrategias puras y mixtas) si los valores dados están en miles de soles.

e. Coloque aquí el enunciado de la quinta pregunta.

15. La compañía Schumacher S.A., se dedica al alquiler de vehículos. En la siguiente tabla se muestran susmodelos con sus respectivas tarifas y características:

Tarifas en soles por día de alquiler y por kilómetro recorrido según modelo del vehículo

Modelos		Tarifa por día (soles)	Tarifa por km recorrido(soles)	Capacidad y espacio
Toyota Yaris (Mecánico)		220	0,25	4 personas
Suzuki Grand Nomade (Automático)		330	0,20	5 personas
Daihatsu Bego (Semiautomático)		300	0,15	4 personas

Promoción:
Por el alquiler de vehículos del mismo modelo recibirá un 5% de descuento de la inversión total.

El costo diario por alquilar un vehículo está compuesto por la tarifa por día de alquiler y un adicional por kilómetro recorrido.

Un grupo de nueve estudiantes de UPC, de los cuales tres tienen brevete y solamente uno sabe manejar un vehículo mecánico, desea realizar un viaje el sábado por la mañana a Lunahuaná y regresar al día