

Universidad Mariano Gálvez de Guatemala
Boca del Monte

Ingeniería en Sistemas. Ciclo II, "c"
Jornada Sábado.

ALGEBRA LÍNEAL

HENRRY WALDEMAR SONTAY CHAN



Nombre: Luis Fernando Lima Ixcuná
Carné: 7690-20-17409

9. Reducir a la forma escalonada

$$i) A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 11 & -5 & 3 \\ 2 & -5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$ii) A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 4 \end{bmatrix}$$

Escalonada

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 11 & -5 & 3 \\ 2 & -5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$R_3 \leftarrow (-2)R_1 \rightarrow R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 11 & -5 & 3 \\ 0 & -11 & 5 & -3 \\ 4 & 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$R_4 \leftarrow (-4)R_1 \rightarrow R_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 11 & -5 & 3 \\ 0 & -11 & 5 & -3 \\ 0 & -11 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$R_2 \leftarrow (1/11)R_2 \rightarrow R_2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -5/11 & 3/11 \\ 0 & -11 & 5 & -3 \\ 0 & -11 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$R_1 \leftarrow (-3)R_2 \rightarrow R_1$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4/11 & 19/11 \\ 0 & 1 & -5/11 & 3/11 \\ 0 & -11 & 5 & -3 \\ 0 & -11 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$R_3 \leftarrow (11)R_2 \rightarrow R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4/11 & 19/11 \\ 0 & 1 & -5/11 & 3/11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & -11 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$R_4 \leftarrow (11)R_2 \rightarrow R_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4/11 & 19/11 \\ 0 & 1 & -5/11 & 3/11 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$R_3 \leftarrow (1/2)R_3 \rightarrow R_3$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4/11 & 19/11 \\ 0 & 1 & -5/11 & 3/11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$R_4 \leftarrow (-19/11)R_3 \rightarrow R_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4/11 & 0 \\ 0 & 1 & -5/11 & 3/11 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$R_2 \leftarrow (-1/11)R_3 \rightarrow R_2$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4/11 & 0 \\ 0 & 1 & -5/11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$R_4 \leftarrow (2)R_3 \rightarrow R_4$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 4/11 & 0 \\ 0 & 0 & -5/11 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

R/R

$$\begin{array}{c}
 A \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 4 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 4 \end{bmatrix}
 \end{array}
 =
 \begin{array}{c}
 R_2 + (-4)R_1 \rightarrow R_2 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -13 & 11 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 4 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 R_3 + (0)R_1 \rightarrow R_3 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -13 & 11 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 4 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 R_4 + (-5)R_1 \rightarrow R_4 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -13 & 11 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -18 & 14 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 R_2 \vee (-1/13)R_3 \rightarrow R_2 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -11/13 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -18 & 14 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 R_1 + (-3)R_2 \rightarrow R_1 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 7/13 \\ 0 & 0 & 1 & -11/13 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -18 & 14 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 R_3 + (-2)R_2 \rightarrow R_3 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 7/13 \\ 0 & 0 & 1 & -11/13 \\ 0 & 0 & 0 & 35/13 \\ 0 & 0 & -18 & 14 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 R_4 + (18)R_2 \rightarrow R_4 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 7/13 \\ 0 & 0 & 1 & -11/13 \\ 0 & 0 & 0 & 35/13 \\ 0 & 0 & 0 & -16/13 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 R_3 \vee (3/8)R_4 \rightarrow R_3 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 7/13 \\ 0 & 0 & 1 & -11/13 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -16/13 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 R_1 + (-7/13)R_3 \rightarrow R_1 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -11/13 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -16/13 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 R_2 + (11/13)R_3 \rightarrow R_2 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -16/13 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 R_4 + (16/13)R_3 \rightarrow R_4 \\
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \quad R_1 //$$

10. Dado el Sistema:

$$x_1 - x_3 + x_4 = 7$$

$$2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -1$$

$$4x_1 - x_2 - x_3 = 0$$

$$-2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 = 2$$

Resolver el sistema anterior por

$$x = A^{-1}B$$

Sistema
Interior

$$\begin{aligned} x_1 - x_3 + x_4 &= 7 \\ 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 &= -1 \\ 4x_1 - x_2 - x_3 &= 0 \\ -2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_4 &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & -3 \\ 4 & 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3/5 & -1/5 & 2/5 & 0 \\ 8 & 1 & -2 & 0 \\ 12/5 & 4/5 & -3/5 & 0 \\ -26/5 & -7/5 & 9/5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3/5 & -1/5 & 2/5 & 0 \\ 8/12 & 1 & -2 & 0 \\ 12/5 & 4/5 & -3/5 & 0 \\ 26/11 & 7/11 & -9/11 & -5/11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9/11 & 2/11 & -1/11 & -3/11 \\ -24/11 & -9/11 & 10/11 & 8/11 \\ -62/11 & -15/11 & 24/11 & 17/11 \\ 26/11 & 7/11 & -9/11 & -5/11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9/11 & 2/11 & -1/11 & -3/11 \\ -24/11 & -9/11 & 10/11 & 8/11 \\ -62/11 & -15/11 & 24/11 & 17/11 \\ 26/11 & 7/11 & -9/11 & -5/11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9/11 & 2/11 & -1/11 & -3/11 \\ -62/11 & -15/11 & 24/11 & 17/11 \\ 26/11 & 7/11 & -9/11 & -5/11 \\ -29/11 & -9/11 & 10/11 & 8/11 \end{bmatrix} R/1$$

11. Hallar la inversa de:

a) $\begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

Inversa

$$A \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix} \cdot I = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -3 \\ 10 & -7 & 6 \\ 8 & -6 & 5 \end{bmatrix} R_1$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot I$$

$$\begin{bmatrix} 4/23 & -5/23 & 3/23 \\ 5/23 & 11/23 & -2/23 \\ -10/23 & 1/23 & 4/23 \end{bmatrix} R_{11}$$

12. Evaluar el determinante de cada matriz:

a) $\begin{bmatrix} t-2 & 4 & 3 \\ 1 & t+1 & -2 \\ 0 & 0 & t-4 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} t-1 & 3 & -3 \\ -3 & t+5 & -3 \\ -6 & 6 & t-4 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} t+3 & -1 & 1 \\ 7 & t-5 & 1 \\ 6 & -6 & t+1 \end{bmatrix}$

Determinantes

A

$$\begin{bmatrix} t-2 & 4 & 3 \\ 1 & t+1 & -2 \\ 0 & 0 & t-4 \end{bmatrix} = (t-2)(t+1)(t-4) + 4(-2)(t-4) + 3(1)(0) - 0(t+1)(3) - 0(-2)(t-2) - (t-4)$$

$$= t^3 - 5t^2 - 2t + 24$$

$R_{11} \quad t^3 - 5t^2 - 2t + 24$

B

$$\begin{bmatrix} t-1 & 3 & -3 \\ -3 & t+5 & -3 \\ -6 & 6 & t-4 \end{bmatrix} = (t-1)(t+5)(t-4) + 3(-3)(-6) + (-3)(-3)(-6) - (-3)(-6)(t-1) - (-3)(t+5)(-3) - (-6)(-3)(t-4)$$

$$= t^3 - 12t - 16$$

$R_{11} \quad t^3 - 12t - 16$

$$C \begin{bmatrix} t+3 & -1 & 1 \\ 7 & t-5 & 1 \\ 6 & -6 & t+1 \end{bmatrix} = \begin{matrix} (t+3)(t-5)(t+1) + (-1)1 \times 6 + 1 \times 7 \\ (-6) - 6(t-5) + (-6)1(t+3) \\ -(t+1)7(-1) \end{matrix} = t^3 - t^2 - 10t - 8$$

$$R // t^3 - t^2 - 10t - 8$$