Table of Contents

Teoria de decisión 1
Utilidad máxima esperada 1
Diagrama de influencia simple........ 2
Diagrama de influencia más complejo........ 2
Bordes de información........ 3
Utilidad esperada con información:........ 4
Funciones de utilidad........ 6
Curva de utilidad 6
Utilidades multi-atributos........ 8
Valor de la información perfecta (VPI)........ 8
Ingeniería del conocimiento 12

Semana 4

Teoria de decisión

En este módulo, discutimos la tarea de tomar decisiones bajo incertidumbre. Describimos el marco de la teoría de la decisión, incluidos algunos aspectos de las funciones de utilidad. Luego hablamos sobre cómo los escenarios de toma de decisiones se pueden codificar como un modelo gráfico llamado Diagrama de Influencia, y cómo dichos modelos brindan información sobre la toma de decisiones y el valor de la recopilación de información.

Utilidad máxima esperada

La toma de decisiones simple:

Una simple situación de toma de decisiones D:

- Un conjunto de acciones posibles $\mathrm{val}(a) = \{a^1, .., a^k\}$, diferentes opciones
- Un conjunto de estados $\mathrm{val}(x) = \{x_1, .., x_n\}$, estados del mundo
- Una distribución $P(x|a)$
- Una función de utlity $u(x, a)$

La utilidad esperada:

$$EU[D[a]] = \sum_x p(x \mid a)U(x, a)$$

(all the possible states of the world)

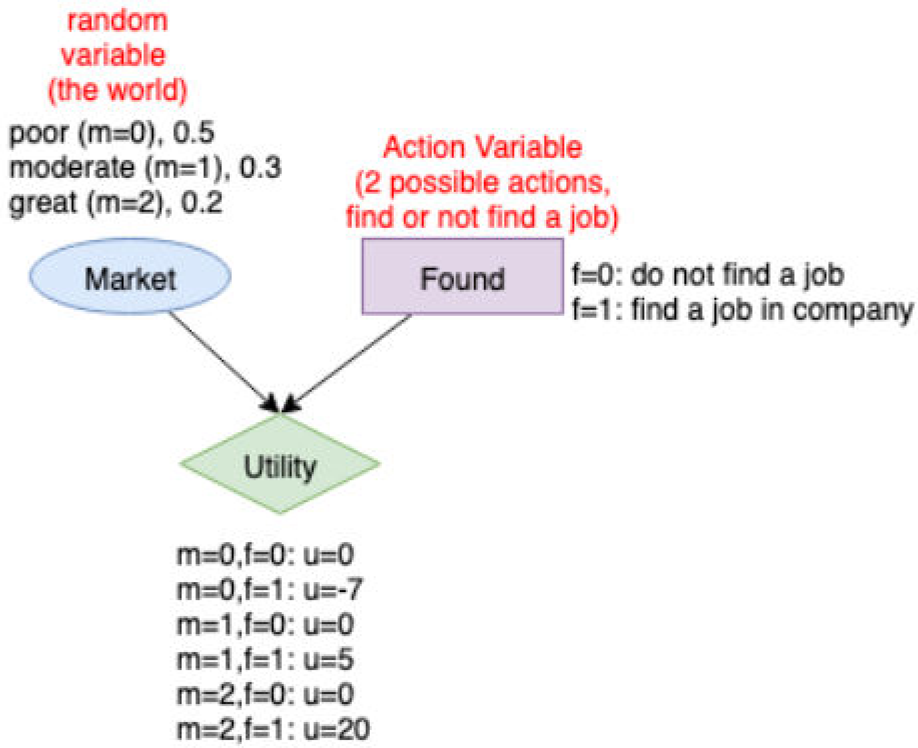
EU

D es la situación y a es una de las acciones.

Queremos elegir la acción A que maximice la UE: $a^* = \mathrm{argmax}_a EU[D(a)]$

Diagrama de influencia simple

Tenga en cuenta que: la acción (found) no es una variable aleatoria, por lo que no tiene un CPD (distribución de probabilidad condicional)

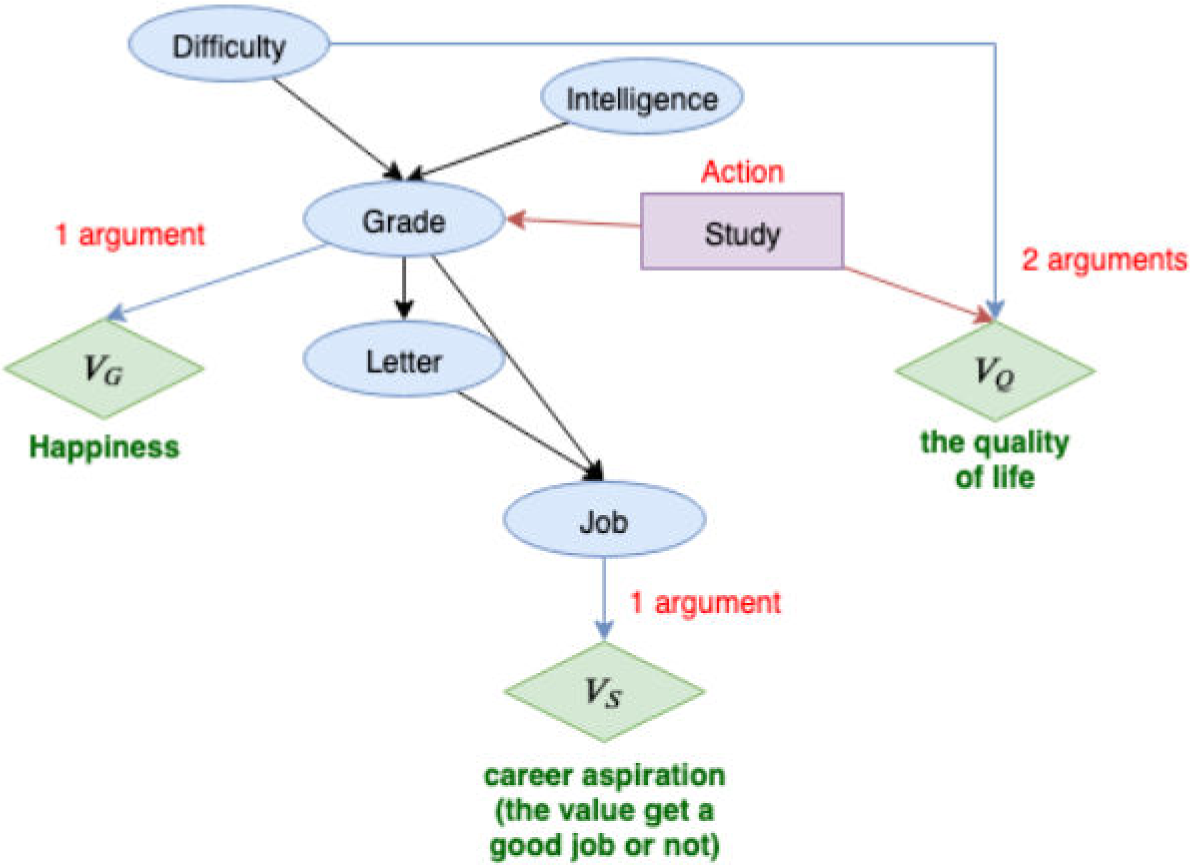


Simple Influence Diagram

EU[f_0]=0

*EU[f_1]=0.5(-7)+0.35+0.2*20=2

Diagrama de influencia más complejo.

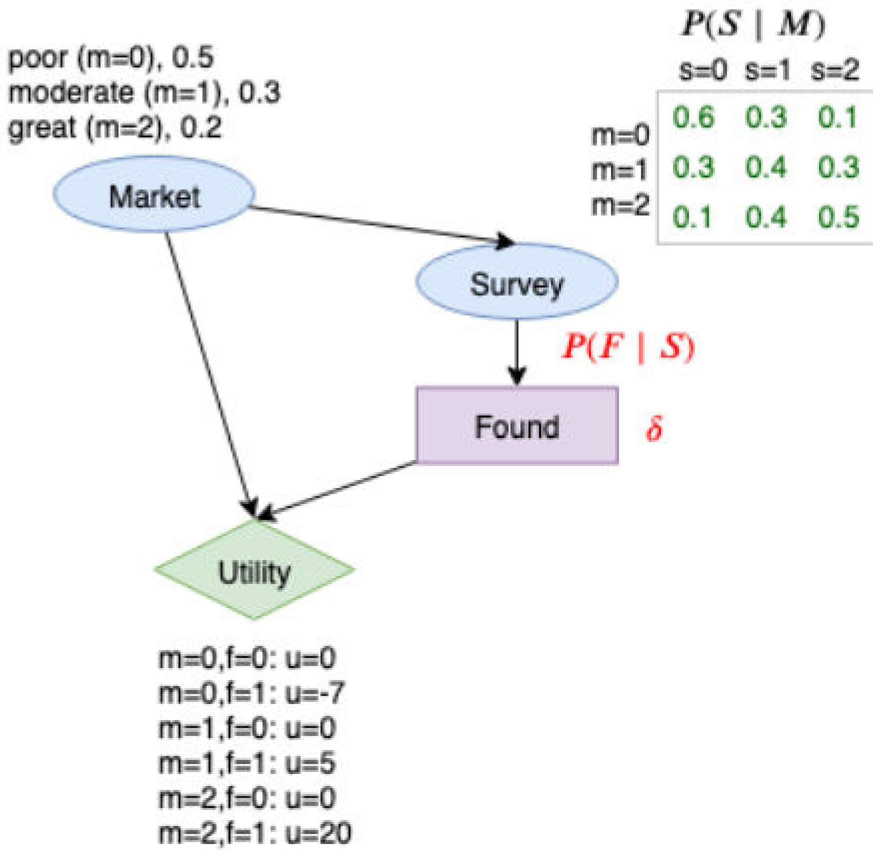


Example

V_G, V_S y V_Q representan diferentes componentes de la función de utilidad (una utilidad descompuesta).

$V = V_G + V_S + V_Q$

Bordes de información



Information Edges

survey aquí significa que se realiza una encuesta para investigar la demanda del mercado, el empresario puede fundar su empresa basado en el resultado de la encuesta, por eso la flecha de dependencia

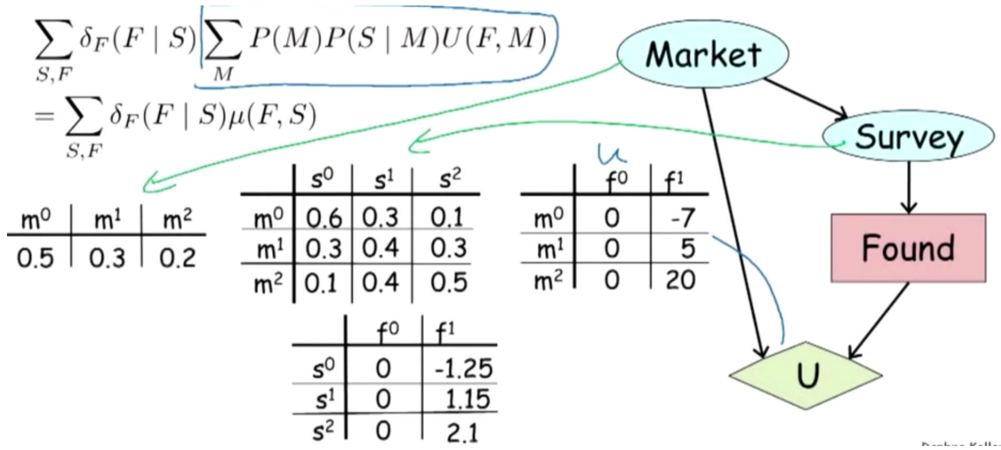
Utilidad esperada con información:

$EU[D[\delta_A]] = \sum_{x,a} P_{\delta_A}(X,a)U(X,a)$ una distribución de probabilidad conjunta sobre $X \cup \{A\}$

Regla de decisión δ en el nodo de acción A es un CPD, P (A | Padres (A)), aquí está P (F | S). δ_A es una regla de decisión para una acción.

Queremos elegir la regla de decisión δ_A que maximiza la utilidad esperada $argmax_{\delta_A} EU[D[\delta_A]]$

Example:



$$= \sum_{S,F} \delta_F(F|S) \boxed{\sum_M P(M)P(S|M)U(F,M)}$$
$$= \sum_{S,F} \delta_F(F|S)\boxed{\mu(F,S)}$$

	f=0	f=1
s=0	0	-1.25
s=1	0	1.15
s=2	0	2.1

actions

Para más detalles de el calculo aqui

Para maximizar la utilidad : la regla de decisión óptima es:

0 + 1.15 + 2.1 = 3.25 (la utilidad general esperada del agente en este caso)

De manera más general

$$EU[D[\delta_A]] = \sum_{x,a} \overbrace{P_{\delta_A}(x,a)}^{\text{a decision rule defines a joint distribution}} \overbrace{U(x,a)}^{\text{a utility under this scenario}}$$

$$\boxed{Z = P_{a_A} \text{ (observation)}}$$

$$= \sum_{X_1,X_2,\ldots,X_N,A} (\prod_i \underbrace{P(X_i|P_{a_{X_i}})}_{\text{original CPD}} \underbrace{U(P_{a_U})}_{\text{utility}} \delta_A(A|Z))$$

$$= \sum_{Z,A} \delta_A(A|Z) \sum_W ((\prod_i P(X_i|P_{a_{X_i}}))U(P_{a_U}))$$

$$\boxed{W = \{X_1, X_2, \ldots, X_N\} - Z}$$

$$= \sum_{Z,A} \delta_A(A|Z)\mu(A,Z)$$

A: actions

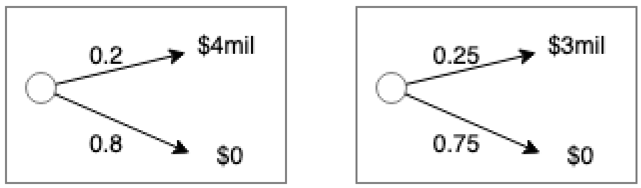
$$\delta_A^*(a|z) = \begin{cases} 1 & a = argmax_A \mu(A,Z) \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

- tratar A como una variable aleatoria con CPD arbitraria (desconocido), $\delta_A(A|Z)$
- Introducir factor de utilidad con el alcance P_{a_U}, P es padre, u es utilidad
- Eliminar todas las variables, excepto A, Z (los padres de A) para producir factor $\mu\,(A, Z)$
- Para cada conjunto de Z (observación): elegimos la regla de decisión óptima:

$$\delta_A^*(a|z) = \begin{cases} 1 & a = argmax_A \mu(A, Z) \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

Funciones de utilidad

Ejemplo de loterías:

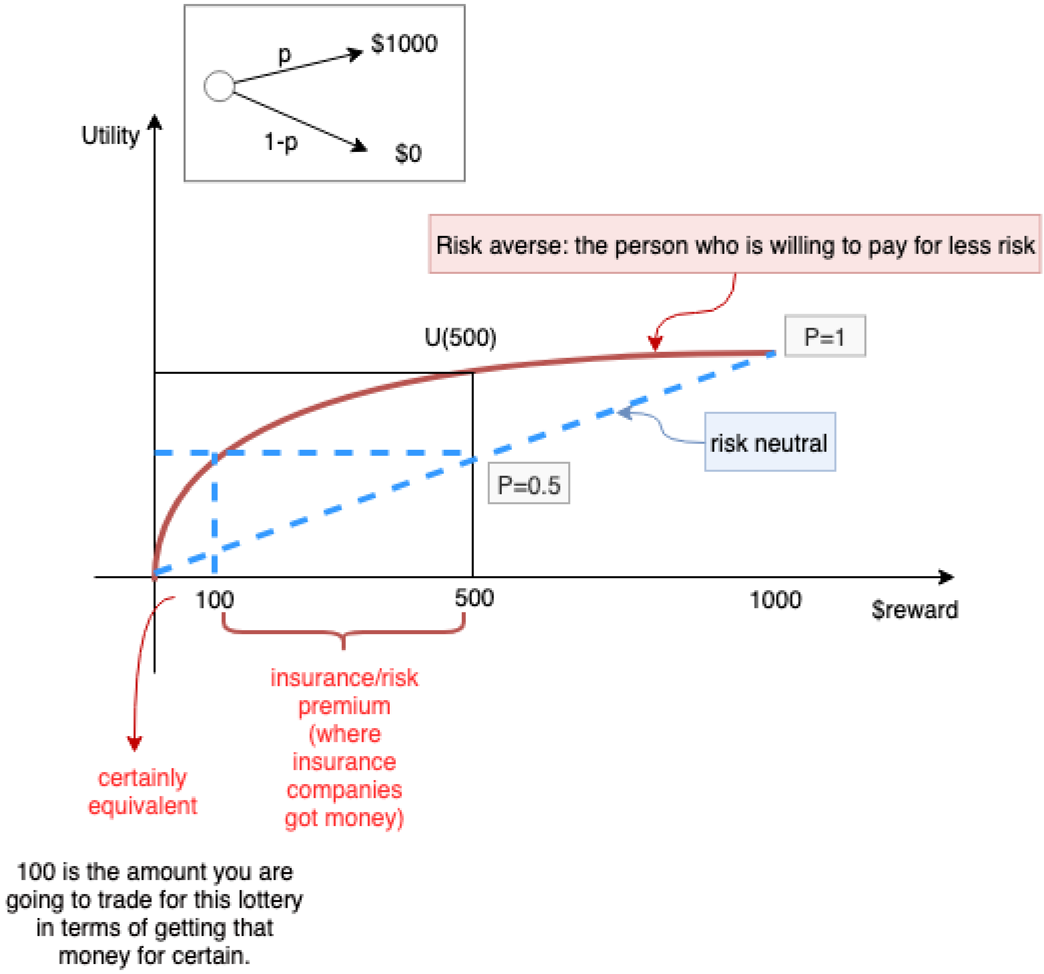


Podemos usar la utilidad esperada para decidir cuál comprar entre 2 loterías diferentes.

1) 0.2U(4)+0.8U(0)

2) 0.25U(3)+0.75U(3)+0.75U(0)

Curva de utilidad

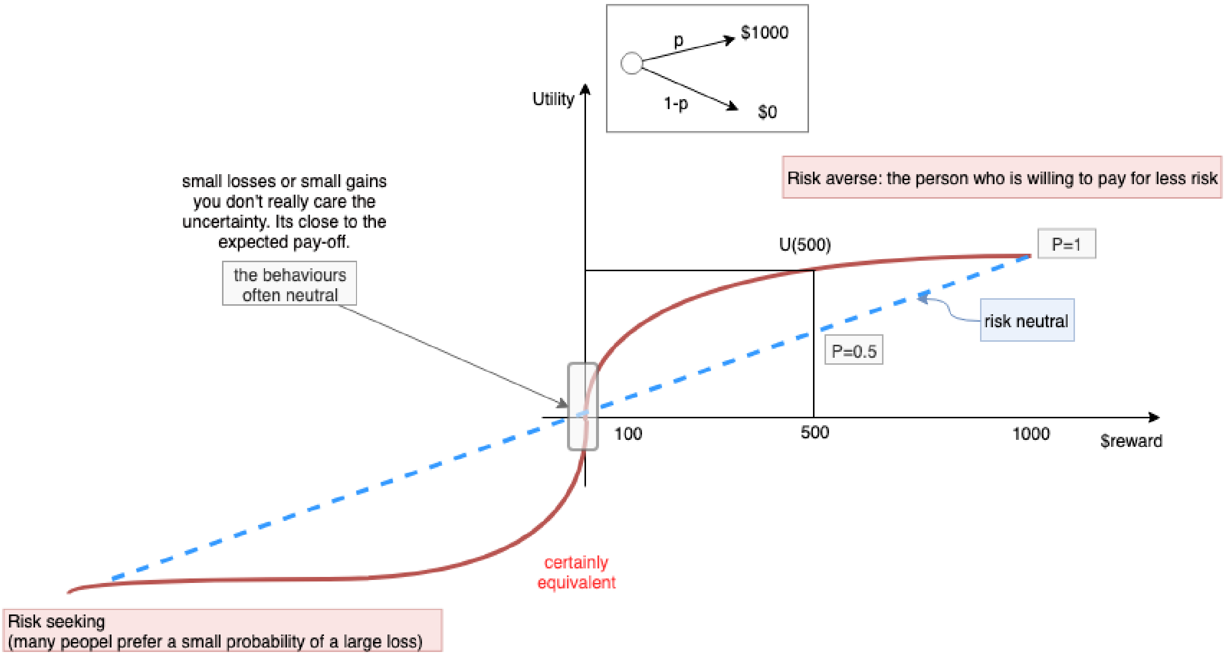


nuestra recompensa va a depender de el valor de p, para p=1 vamos a obtener $1000 y para p=0 vamos a obtener $0

la linea roja se refiere a la utilidad de obtener la recompensa segura, y la linea azul se refiera a obtenerla bajo la probabilidad

En economía, la **prima de riesgo** es la diferencia en la tasa de interés que a un inversor se le paga al asumir una determinada inversión con una menor fiabilidad económica que otra.

entonces en el ejemplo marcado el 100 es la certeza certeza equivalente a la loteria con p=500, porque los dos tienen la misma utilidad La diferencia entre estos dos números, la recompensa esperada y la utilidad de esa lotería se llama seguro prima o prima de riesgo. se llama así porque se busca a una persona que prefiera tener menos dinero co certeza sobre una propuesta más arriesgada

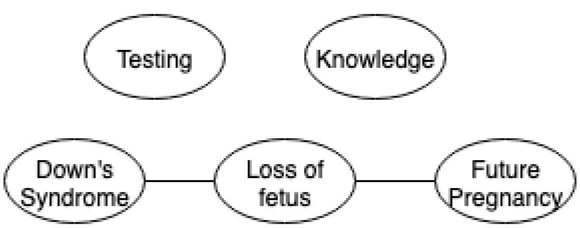


La grafica anterior muestra que para condiciones en donde se va a perder dinero las cosas funcionan al reves, la gente prefiere tener cierta probabilidad de perder dinero alto a perder dinero con certeza

Utilidades multi-atributos

- Todos los atributos que afectan las preferencias (por ejemplo, dinero, tiempo, placer, ...) deben integrarse en una función de utilidad;
- Ejemplo: Micromorts 1/1000000 Posibilidad de muerte por valor (≈ $ 20, 1980);
- Qaly (año de vida ajustado de calidad)

Ejemplo (diagnóstico prenatal):



Desactivar la función de utilidad como suma de utilidades $U_1(T) + U_2(K) + U_3(D, L) + U_4(L, F)$

Valor de la información perfecta (VPI)

El valor de la información perfecta es la cantidad en la que se podría mejorar el rédito esperado si la persona supiera de antemano cuál es el evento que va a ocurrir.

Restar del valor esperado del rédito obtenido sin información perfecta del valor esperado del rédito obtenido con información perfecta. Esta diferencia es el valor de la información perfecta

(Otra pregunta: ¿qué observaciones debo hacer antes de tomar una decisión ?, ¿cuál vale la pena y cuál no?)

VPI(A | X) es el valor de observar X antes de elegir una acción A

D: diagrama de influencia original

$D_{x\to A}$ diagrama de Influencia con borde $x \to A$

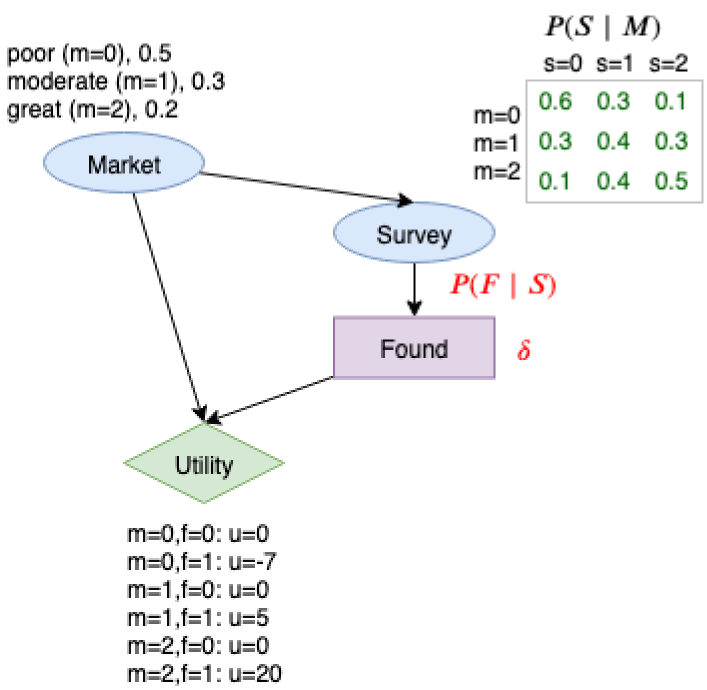
$VPI(A|X) := MEU(D_{x\to A}) - MEU(D)$ MEU es la utilidad máxima esperada

Ejemplo:

En este ejemplo que presentamos antes, vimos que habíamos comparado dos situaciones de decisión, uno donde el agente ha encontrado la empresa sin ningún tipo de información adicional sobre el valor del mercado. Y el otro es donde llega el agente a hacer una observación sobre la variable de la encuesta antes de tomar la decisión si fundar la empresa.

Primero encuentre las reglas de decisión de MEU para ambas y luego calcular $MEU(D_{s\to F}) - MEU(D)$

Como se muestra abajo: $MEU(D_{s\to F}) - MEU(D) = 3.25 - 2 = 1.25$ (los valores se tomaron de los calculos hechos anteriormente)Lo que significa que el agente debe estar dispuesto a pagar cualquier cosa hasta 1.25 puntos de utilidada si no realiza la encuesta.



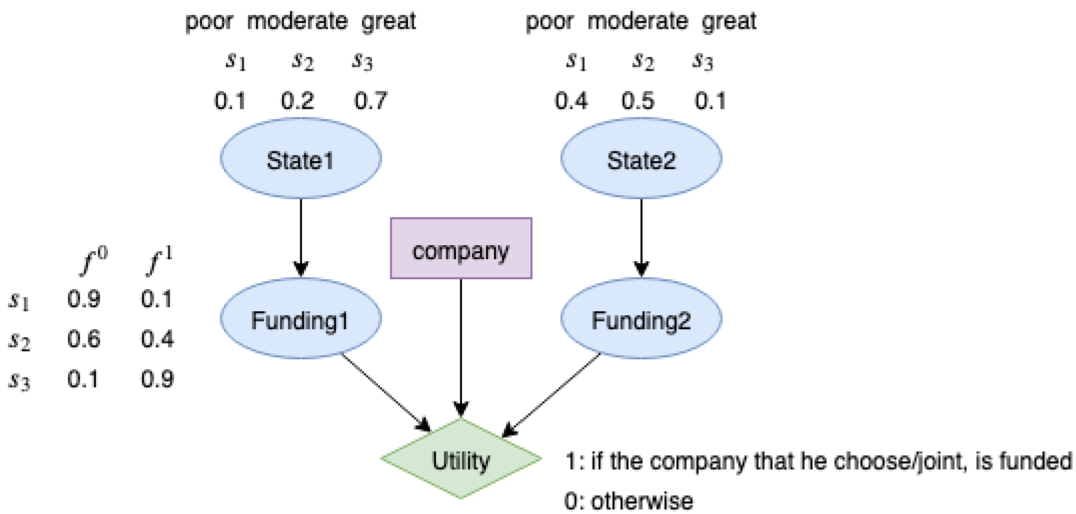
Teorema: $VPI(A|X) := MEU(D_{x\to A}) - MEU(D), VPI(A|X) >= 0$

$VPI(A|X) = 0$, Si y solo si la regla de decisión óptima para D sigue siendo óptima para $D_{x\to A}$

si no hay gran diferencia entre $MEU(D_{x\to A})\ y\ MEU(D)$ no es conveniente obtener esa informacion de x

Ejemplo detallado:

en el siguiente ejemplo se tiene que elegir entre fundar una o fundar otra

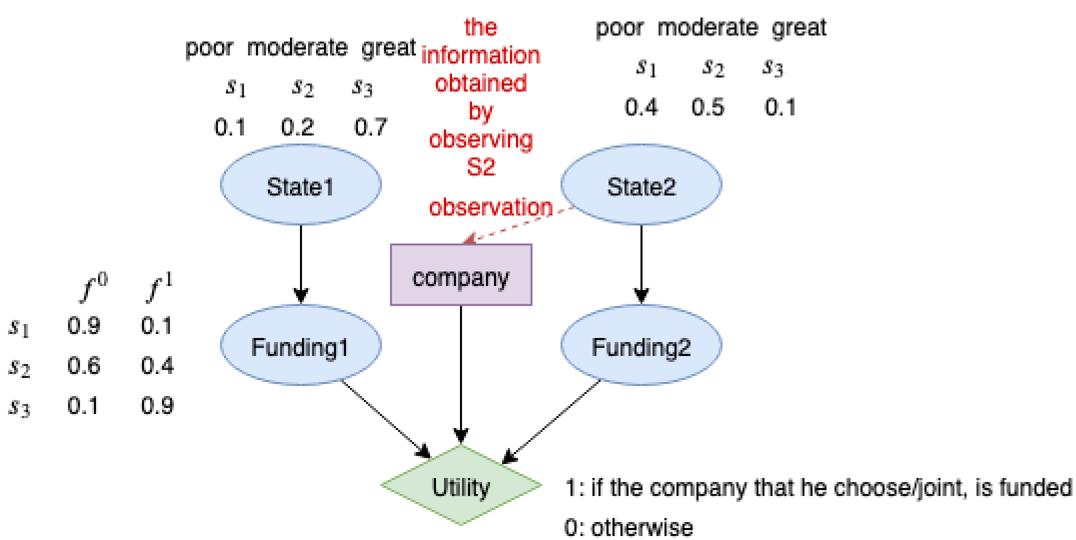


Si el agente no obtiene ninguna información (observación):

$$EU(D[C_1]) = 0.1 \times 0.1 + 0.2 \times 0.4 + 0.7 \times 0.9 = 0.72$$

$$EU(D[C_2]) = 0.4 \times 0.1 + 0.5 \times 0.4 + 0.9 \times 0.1 = 0.33$$

¿Qué pasa si el agente llega a hacer una observación?



La utilidad prevista (UE) (con observación) es:

- Si el agente elige la empresa2, y su estado es pobre ($S_2 = \text{poor}$), la UE es 0.1 (prefiere la compañía 1, porque la UE es inferior a 0.72)
- Si el agente elige la Compañía2, y su estado es moderado, la UE es 0.4 (prefiere la empresa1, porque la UE es baja que 0.72)
- Si el agente elige la Compañía2, y su estado es excelente, la UE es 0.9 (Prefiero la empresa2, Cambiar la mente a la empresa2)

Por lo tanto, la regla de decisión óptima es:

$\delta_A(C|S_2) = P(C^2) = 1, if\, S_2 = S^3(great)$

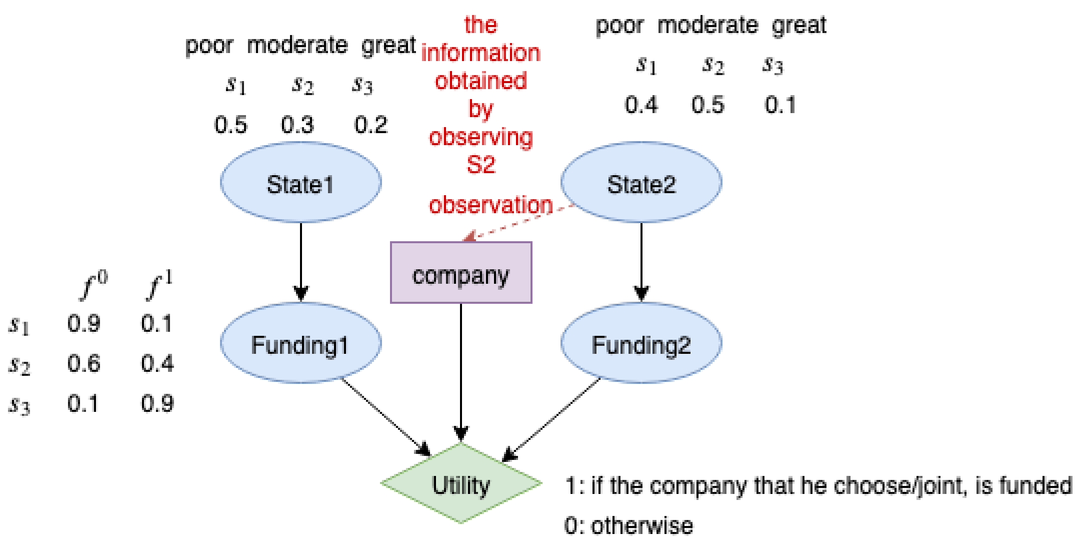
$\delta_A(C|S_2) = P(C^1) = 1, otherwise$

En este escenario, el valor de la MEU es 0.743.

$$MEU(D_{S_2 \to C}) = \sum_{S_2, C} \delta(C|S_2)\mu(S_2, C) = 0.743$$

0.743 no es una mejora significativa sobre nuestro valor original de MEU.Si se observa, el agente no debería estar dispuesto a pagar demasiado dinero a su compañía para obtener información sobre los detalles.

Otra situación (ni una compañía está muy bien):



$EU(D[C_1]) = 0.35$

$EU(D[C_2]) = 0.04 + 0.2 + 0.09 = 0.33$

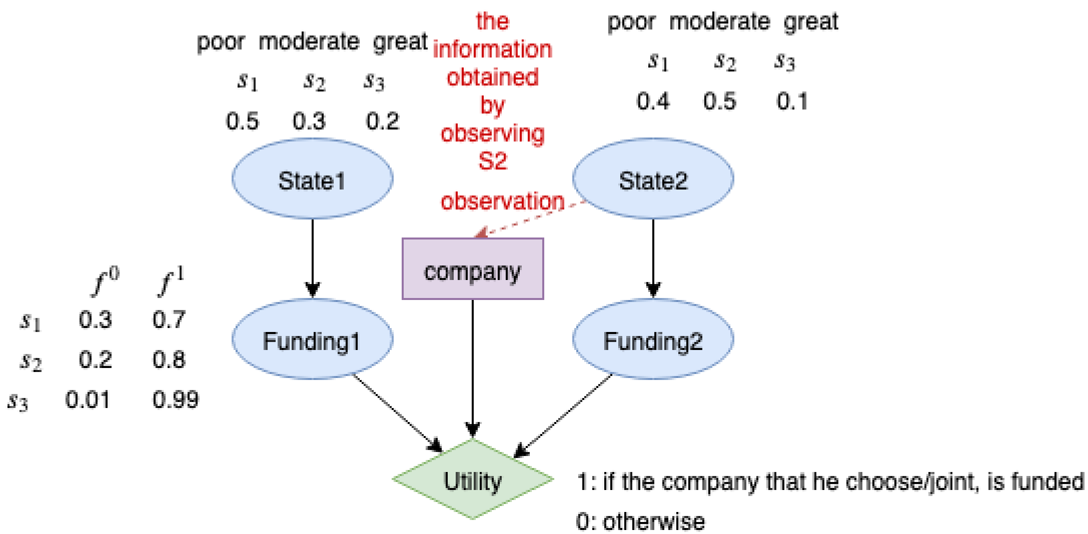
$\delta_A(C|S_2) = P(C^2) = 1, if\, S_2 = S^2, S^3(great)$

$\delta_A(C|S_2) = P(C^1) = 1, otherwise$

$$MEU(D_{S_2 \to C}) = \sum_{S_2, C} \delta(C|S_2)\mu(S_2, C) = 0.43$$

0.43 es un aumento mucho más significativo.

Tercera situación (ni compañía está muy bien):



$EU(D[C_1]) = 0.788$

$EU(D[C_2]) = 0.779$

$\delta_A(C|S_2) = P(C^2) = 1, if\, S_2 = S^2, S^3(great)$

$\delta_A(C|S_2) = P(C^1) = 1, otherwise$

$$MEU(D_{S_2 \to C}) = \sum_{S_2, C} \delta(C|S_2)\mu(S_2, C) = 0.8142$$

En esta situación, en los días de burbujas del auge de Internet y prácticamente se financia, con una probabilidad bastante alta, incluso si sus modelos de negocios son dudosos.

(Solo un pequeño aumento bastante pequeño sobre 0.788 que ya podrían haberse garantizado sin hacer esa observación)

Ingeniería del conocimiento

modelo basado en plantilla vs modelo especifico

especifico

- diagnostico medico
- usa más variables

plantilla

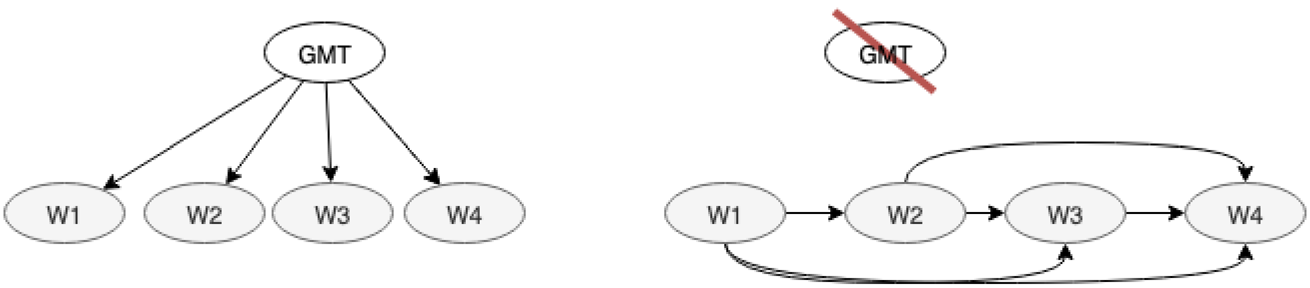
- segementacion de imagenes
- usa menos variables (en realidad son varias pero son compartidas)

Modelo Generativo vs. discriminativo

- Generativo: cuando no tenga una tarea prediterminada (turnos de tareas). Ejemplo: Paquete de diagnóstico médico: cada paciente presente de manera diferente, cada caso de paciente, tenemos un subconjunto diferente de las cosas que le sucedan (síntomas y pruebas), queremos medir algunas variables y predecir a otros, queremos más flexibilidad no solo calcular y apartir de las variables x Fácil de entrenar en ciertos regímenes. (donde los datos no están completamente etiquetados)
- Discriminativo: la tarea de predicción es particular, necesita características ricamente expresivas (evita tratar con las corelaciones), y puede lograr un alto rendimiento.

Diseñando un modelo gráfico (tipos de variables)

- Objetivo: Hay los que nos importa, por ejemplo, un conjunto de enfermedades en la configuración del diagnóstico
- Observado: no wa necesario predecirlo , como los síntomas y los resultados de las pruebas en el entorno médico
- Latente / oculto: son variables que no son observadas ni te importa predecir, pueden simplificar nuestra estructura, ejemplo a continuación:

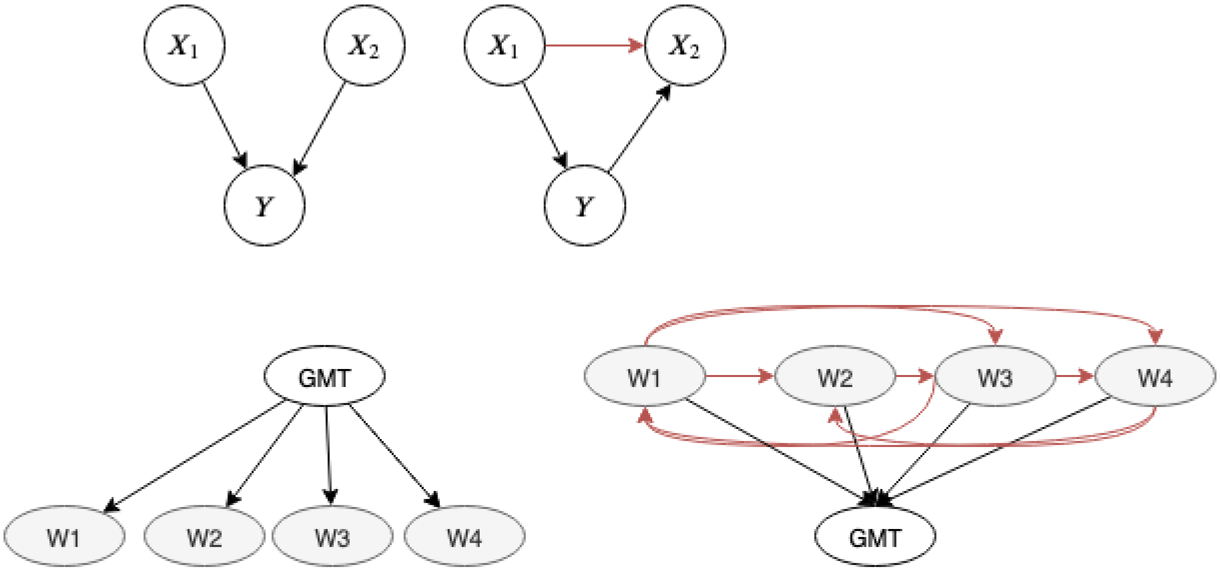


estructura

- ordenamiento causal versus no causal.

¿Las flechas en el gráfico dirigido correspondientes a la causalidad?(Si y no)

No: x → y Cualquier distribución que podamos modelar en este modelo gráfico donde X es un padre de Y, podemos modelar igualmente bien en un modelo y → x.En algunos ejemplos, podemos revertir los bordes y tener un modelo que sea igualmente expresivo.(Pero el modelo puede ser desagradable, ejemplos a continuación. Por lo tanto, la ordenacion causal es generalmente más escasa, intuitiva y más fácil de parameterizar)



Parámetros: estructura local

Usar estructuras locales como sigmoid CPDs o liner gaussian para casos continuos