ÁREA DE UNA REGIÓN PLANA

Ejemplo

Calcular el área de la región limitada por $y = \frac{x^2}{2} - 2x + 4$, $x = 0$, $x = 3$, $y = 0$

Solución

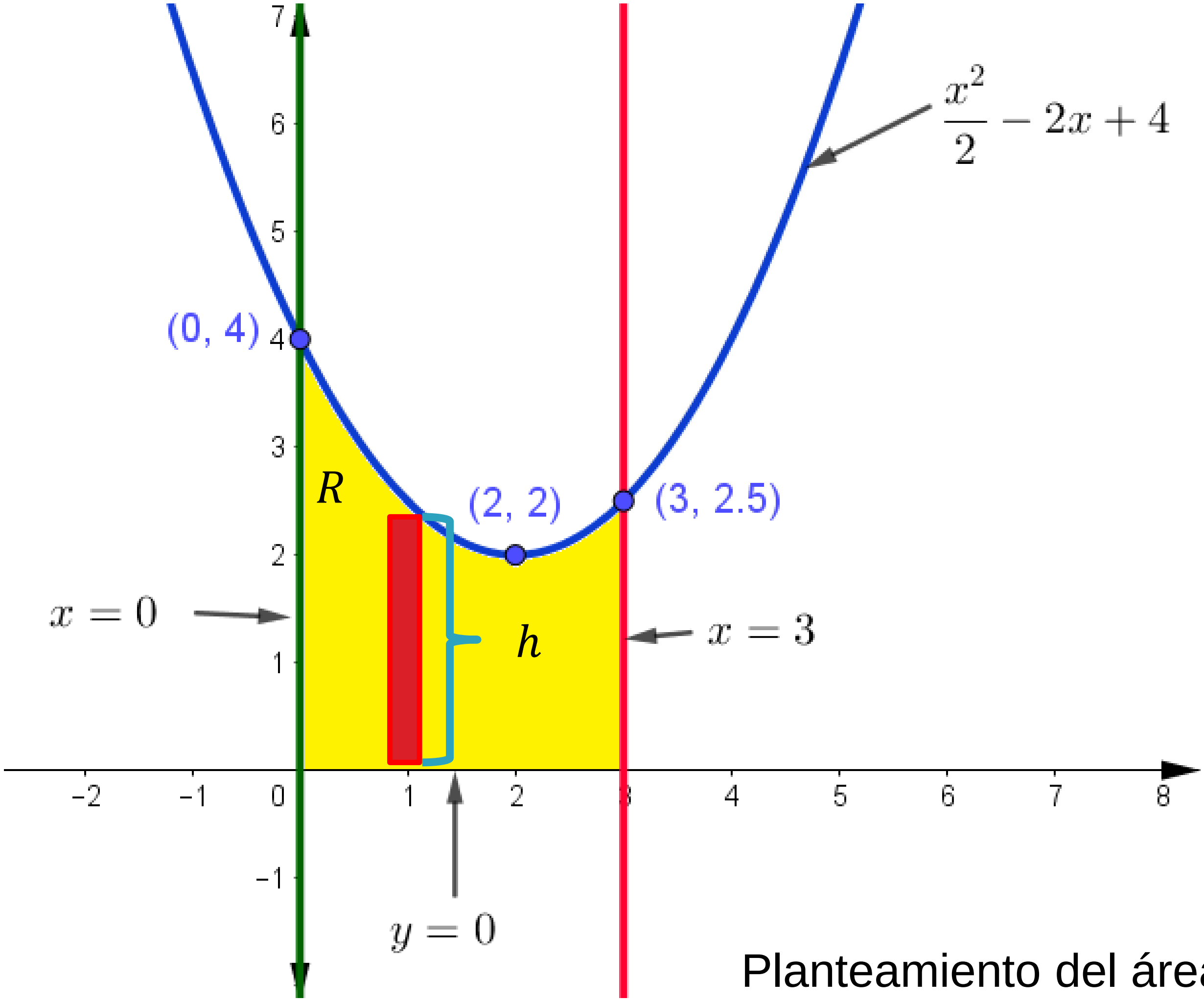
Se determinara los puntos de cortes entre las graficas

- Para $y = \frac{x^2}{2} - 2x + 4$, $x = 0$
  $y = \frac{0^2}{2} - 2(0) + 4 = 4$; entonces el punto de corte es $P_1(0,4)$

- Para $y = \frac{x^2}{2} - 2x + 4$, $x = 3$
  $y = \frac{3^2}{2} - 2(3) + 4 = \frac{5}{2}$; entonces el punto de corte es $P_2(3, 5/2)$

Determinando el vértice de la parábola $y = \frac{x^2}{2} - 2x + 4$

$h = -\frac{-2}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = 2$; $k = f(2) = \frac{2^2}{2} - 2(2) + 4 = 2$, entonces el vértice es $V(2,2)$



- Se traza las graficas de las funciones dadas por los puntos encontrados
- La región solicitada es la sombreada en amarillo, ya que esta limitada o tiene como frontera las graficas de las funciones dadas.
- Se ubica el rectángulo representativo en la región solicitada

La altura del rectángulo representativo es

$$h = \frac{x^2}{2} - 2x + 4$$

Planteamiento del área de la región R

$$A(R) = \int_0^3 \left(\frac{x^2}{2} - 2x + 4\right) dx$$

Resolviendo la integran

$$A(R) = \int_0^3 \left(\frac{x^2}{2} - 2x + 4\right) dx = \frac{1}{2}\int_0^3 x^2\, dx - 2\int_0^3 x\, dx + 4\int_0^3 dx = \frac{x^3}{6}\Bigg|_0^3 - x^2\Bigg|_0^3 + 4x\Bigg|_0^3$$

Aplicando el teorema fund3amental del calculo

$$A(R) = \frac{1}{6}(3^3 - 0^3) - (3^2 - 0^2) + 4(3 - 0) = \frac{27}{6} - 9 + 12$$

Área de la región R

$$A(R) = \frac{15}{2}\ u^2$$