Ejemplo 1. Encuentre la longitud de arco de la gráfica, dada la siguiente ecuación comprendida en el intervalo indicado.

$f(x) = \ln(\sec(x))$; en $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx$$

SOLUCIÓN	
Paso 1. Calcular la derivada de $f(x)$ $f'(x) = (\ln(secx))'$ $f'(x) = \frac{(secx)'}{secx}$ $f'(x) = \frac{secxtanx}{secx} = tanx$	Se deriva aplicando regla de derivación de la función logarítmica Se simplifican términos semejantes
Paso 2. Se eleva al cuadrado la derivada $[f'(x)]^2 = [tanx]^2 = tan^2(x)$	
Paso 3. Se suma 1 al cuadrado de la derivada $[f'(x)]^2 = tan^2(x) + 1$ $= sec^2x$	Por identidades trigonométricas
Paso 4. Sustituir en la integral y resolver $L = \int_0^{\pi/4} \sqrt{sec^2(x)}dx$ $L = \int_0^{\pi/4} secx\, dx$ $L = \ln(secx + tanx)\vert_0^{\pi/4}$ $L = \ln\left(\sec\left(\frac{\pi}{4}\right) + tan\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) - \ln(\sec(0) + tan(0))$ $L = ln(\sqrt{2} + 1) - \ln(1 + 0$ $L = 0.881\ u$	Se simplifica el radical Se integra usando reglas de integración Aplicando T.F.C Valores intermedio Por tanto la longitud es $L = 0.881\ u$