INTEGRAL IMPROPIA

Una integral es impropia si,

- Los límites de integración no son finitos, es decir $[a, +\infty[$, $]-\infty, b]$ ó $]-\infty, +\infty[$

- La función en el integrando no es continua en el intervalo de integración.

Proceso para resolver una integral impropia se siguen los siguientes pasos

- ✓ Plantear el limite según sea el caso
- ✓ Resolver la integral utilizando métodos de integración y formulario
- ✓ Aplicar el teorema fundamental del calculo
- ✓ Calcular el límite del resultado de la integral

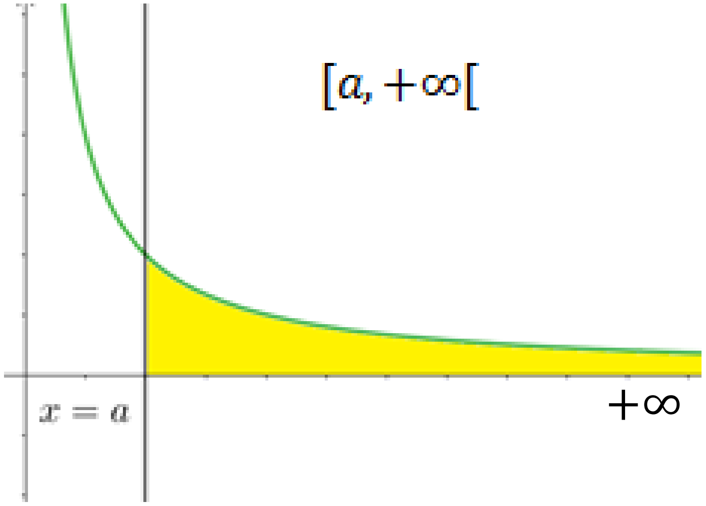
Primer tipo de integral impropia

Límites de integración infinitos

- Caso 1: Si f es continua en el intervalo $[a, +\infty[$

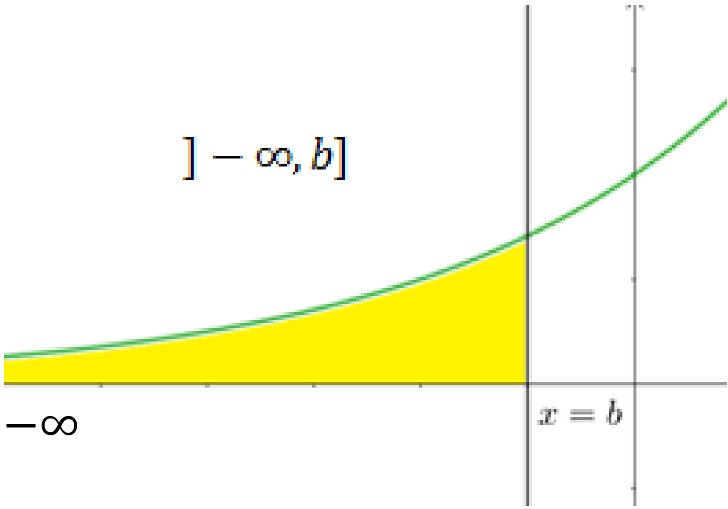
$$\int_a^{+\infty} f(x)\ dx = \lim_{t\to+\infty} \int_a^t f(x)\ dx$$

Si el límite existe, se dice que la integral impropia converge, si no existe el límite entonces diverge



- Caso 2: Si f es continua en el intervalo $]-\infty, b]$

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)\ dx = \lim_{t\to-\infty}\int_{t}^{b} f(x)\ dx$$



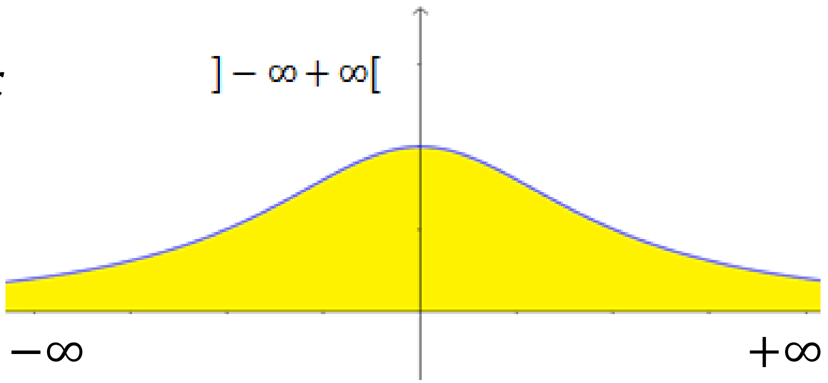
Si el límite existe, se dice que la integral impropia converge, si no existe el límite entonces diverge

- Caso 3: Si f es continua en el intervalo $]-\infty, +\infty]$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\ dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)\ dx + \int_{c}^{+\infty} f(x)\ dx$$

Caso 2

Caso 1



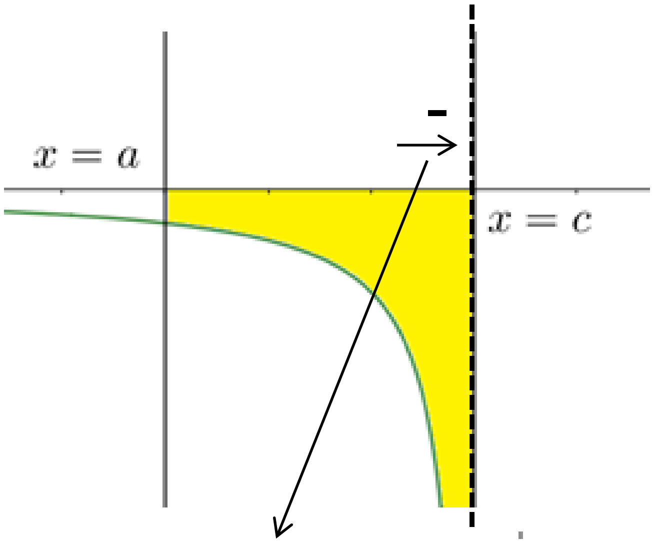
La integral impropia converge solamente si ambas integrales convergen, caso contrario diremos que diverge

Segundo tipo de integral impropia

Integrales con integrando que tiende a infinito

- Caso 1: Si f es continua en el intervalo $[a, c[$ y c es una discontinuidad infinita, entonces

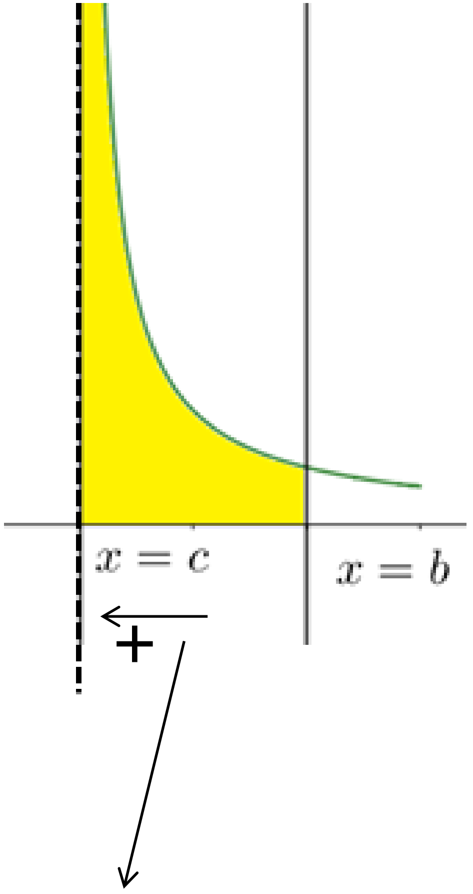
$$\int_a^c f(x)\ dx = \lim_{t \to c^-} \int_a^t f(x)\ dx$$



Analizar a la izquierda de c

- Caso 2: Si f es continua en el intervalo $]c, b]$ y c es una discontinuidad infinita, entonces

$$\int_{c}^{b} f(x)\ dx = \lim_{t \to c^{+}} \int_{t}^{b} f(x)\ dx$$



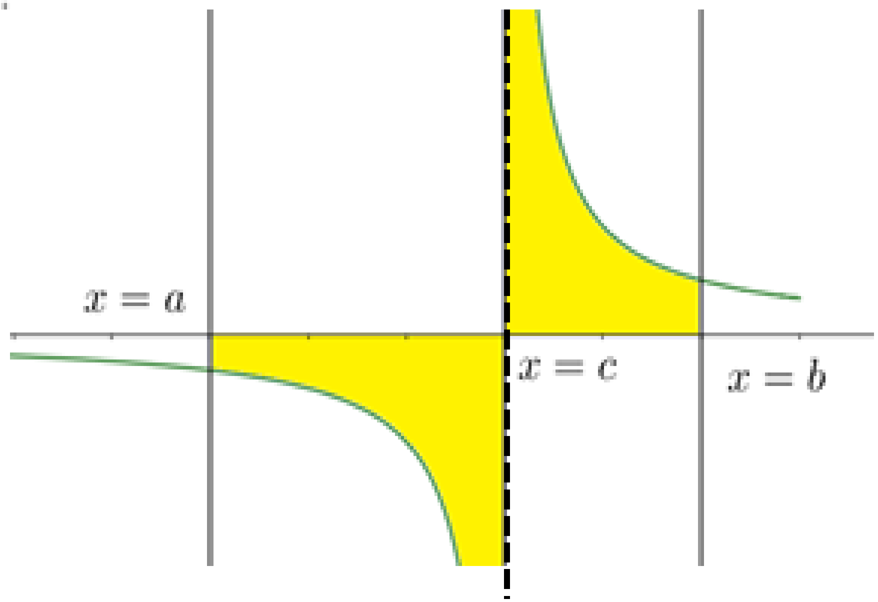
Analizar a la derecha de c

- Caso 3: Si f es continua en el intervalo $[a,b]$ y $c\epsilon]a,b[$ es una discontinuidad infinita, entonces

$$\int_a^b f(x)\ dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

Caso 1

Caso 2



Tercer tipo de integral impropia

Combinación de los dos tipos

- Límites de integración infinitos

- Integrales con integrando que tiende a infinito