ÁREAS DE REGIONES PLANAS

APLICACIONES DE LA INTEGRAL DEFINIDA

Mg. Silvia María Somoza

Elemento representativo

- Se toma como base la división en **n subintervalos** del intervalo [a, b]
- A cada subintervalo le corresponde un rectángulo como **elemento representativo de la región plana .**
- Este rectángulo se usa para definir la altura y su base.

- Para **plantear la integral de área**:

A) Dibujar la región plana. Calcular puntos de corte entre graficas e intercepto con ejes.

B) Dibujar el rectángulo representativo, dentro de la región plana.

C) Plantear el área del rectángulo, identificar su altura y su base.

D) Plantear la integral tomando como limites de integración el intervalo de valores donde inicia y termina la región.

Área de Región limitada sobre eje x

Sea $f(x)$ una función continua y no negativa en el intervalo $[a, b]$.

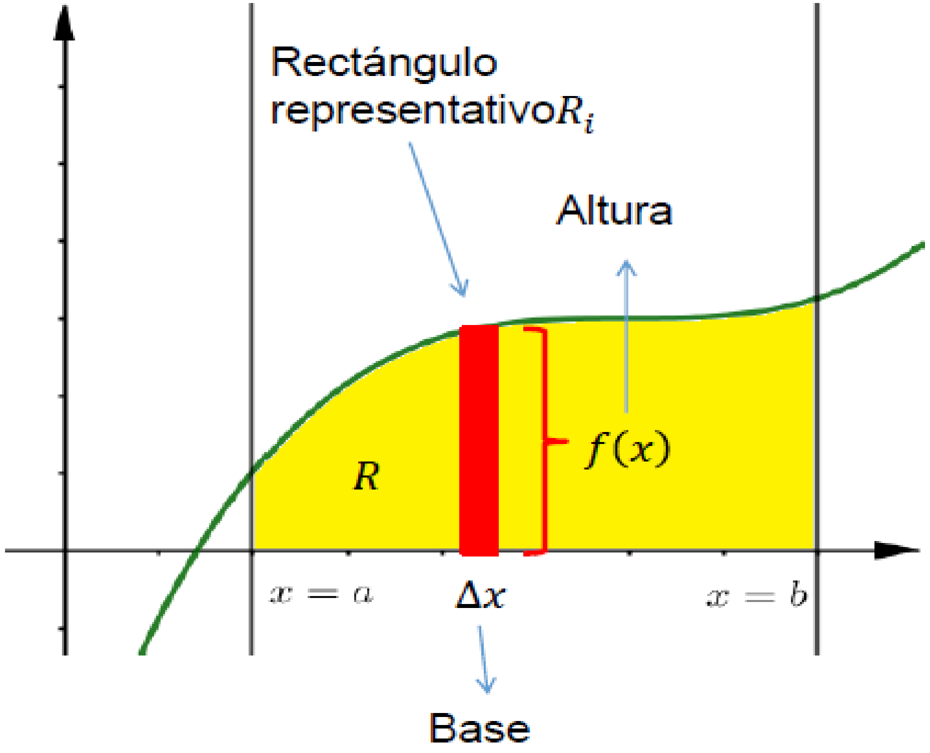
Área del rectángulo representativo R_i

$$A(R_i) = base \times altura$$

$$= f(x)\,\Delta x$$

El área de la región R limitada por la curva $y = f(x)$ y las rectas verticales $x = a$ y $x = b$, esta dada por

$$A(R) = \int_a^b f(x)\, dx$$



Área de Región limitada bajo el eje x

Sea $f(x)$ una función continua y negativa en el intervalo $[a, b]$.

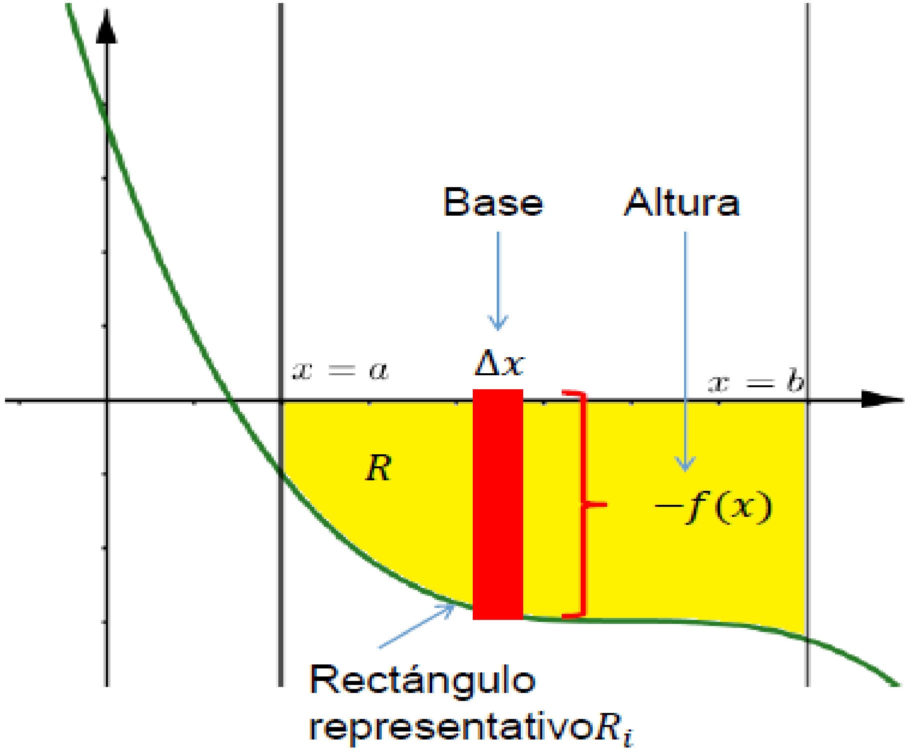
Área del rectángulo representativo R_i

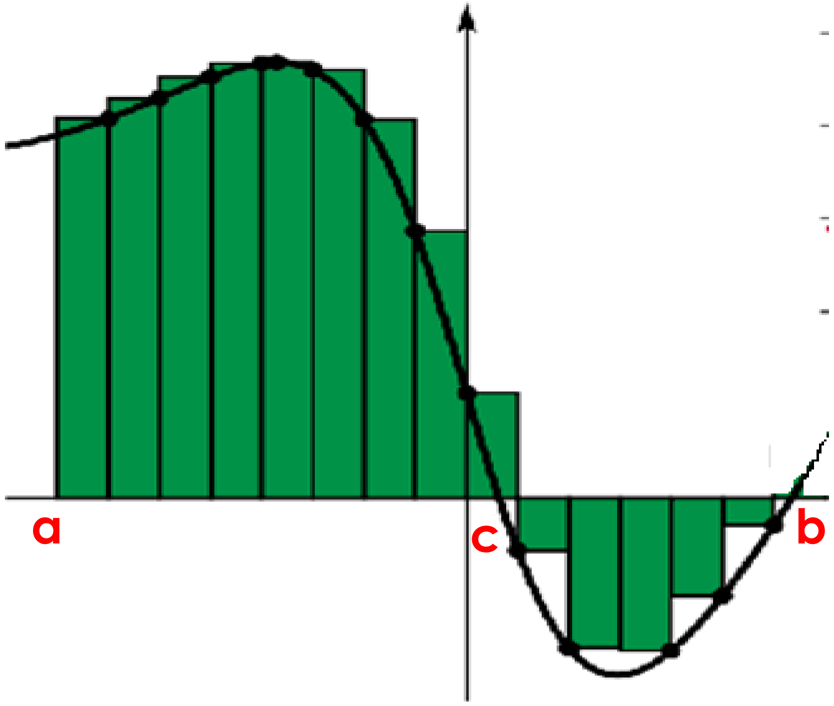
$$A(R_i) = base \times altura$$

$$= -f(x)\,\Delta x$$

El área de la región R limitada por la curva y $= f(x)$ y las rectas verticales $x = a$ y $x = b$, esta dada por

$$A(R) = -\int_a^b f(x)\; dx$$





¿ A partir del elemento representativo de La región , cómo debe plantearse la integral?

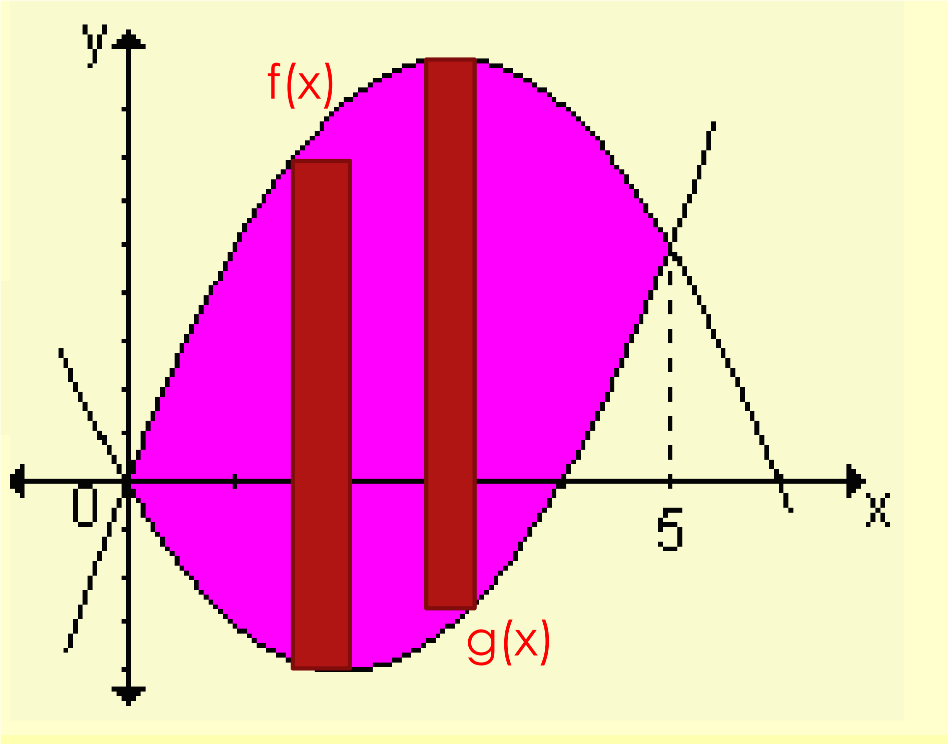
Se necesita determinar en que intervalo la función es positiva o negativa .

Esto genera dos integrales, una para la función positiva y otra para la parte negativa de la misma ecuación.

$$A = \int_{a}^{c} f(x)dx + \int_{c}^{b} -f(x)dx$$

Mg. Silvia Maria Somoza

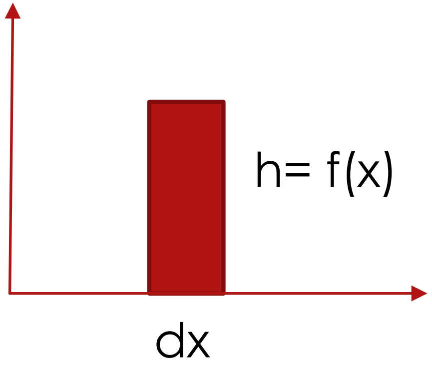
ÁREA ENTRE DOS GRÁFICOS

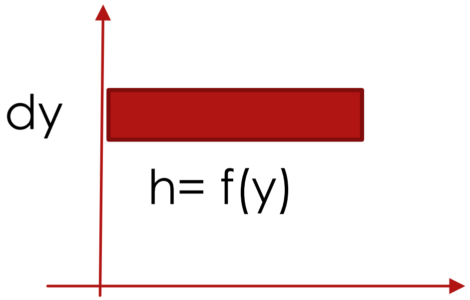


Ahora la región plana ya no estará limitada entre una grafica y un eje coordenado , debe estar acotada o encerrada entre dos graficas

.

- *¿Existe diferencia al integrar respecto a x que integrando respecto a y? El elemento representativo cambia de orientación.*





- *La altura y la base son de diferente variable, esto se visualiza a partir de los rectángulos representativos de la región.*

ÁREA ENTRE DOS GRÁFICOS: integrando en x

Si f y g son dos funciones continuas en $[a,b]$ y $f(x) \geq g(x)$ para todo x en $[a,b]$,

El área del rectángulo representativo

Base=Δx

Altura=Frontera arriba-Frontera abajo

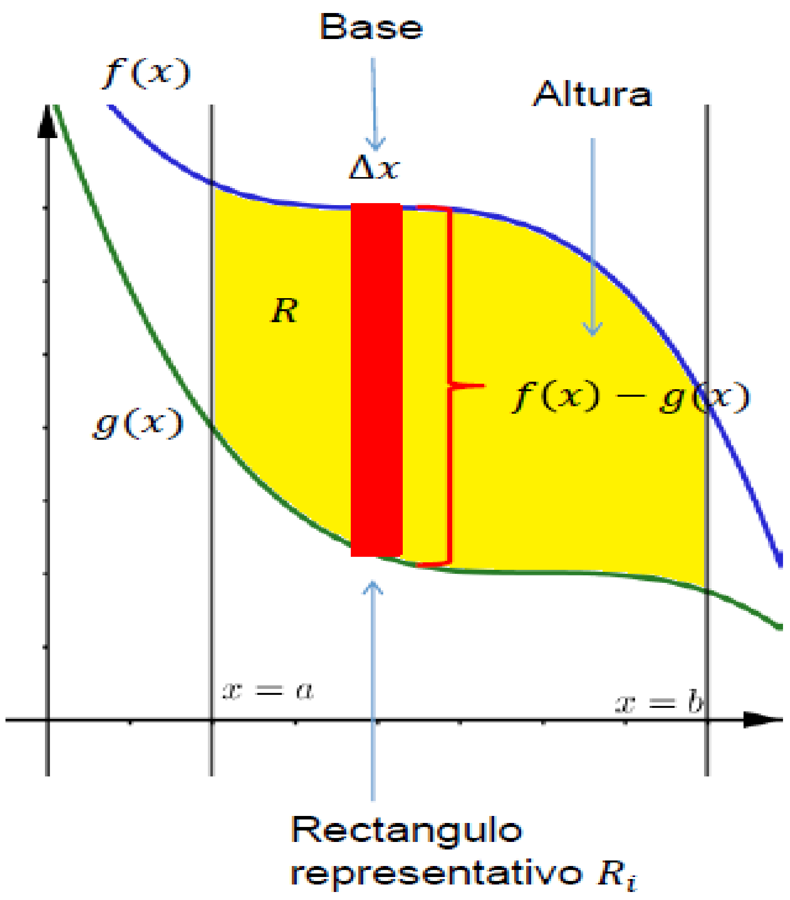
$$= f(x) - g(x)$$

$$A(R_i) = base \times altura$$

$$= [f(x) - g(x)]\,\Delta x$$

El área de la región R limitada por las graficas f y g, las rectas verticales $x = a$ y $x = b$ es

$$A(R) = \int_a^b [f(x) - g(x)]\ dx$$



ÁREA ENTRE DOS GRÁFICOS: integrando en y

Si f y g son dos funciones continuas en $[c, d]$ y $f(y) \geq g(y)$ para todo y en $[c, d]$,

El área del rectángulo representativo

Base=Δy

Altura=Frontera derecha-Frontera izquierda
$$= f(y) - g(y)$$

$$A(R_i) = base \times altura$$
$$= [f(y) - g(y)]\, \Delta y$$

El área de la región R limitada por las graficas f y g, las rectas verticales $y = c$. $y = d$ es

$$A(R) = \int_c^d [f(y) - g(y)]\, dy$$