CURVAS PLANAS Y ECUACIONES PARAMÉTRICAS (PARTE 1)

*DEFINICIÓN

*GRAFICANDO

*ELIMINANDO PARÁMETRO

Mg. Silvia Somoza

INTRODUCCIÓN

- Hasta ahora hemos trabajado con ecuaciones del sistema cartesiano, realizando graficas en el plano cartesiano, ubicando puntos (x,y) obtenidos a partir de una ecuación de la variable x ó de la variable y , es decir , $y = f(x)$ ó $x = f(y)$.
- Existen otras formas y otros sistemas que permiten describir a una grafica, siendo una de ellas la *forma paramétrica*, en la cual se expresa a **x** e **y** como funciones de una tercera variable " t " , denominada *parámetro.*
- Es decir, se utilizan dos ecuaciones de la forma $x = f(t)$, $y = g(t)$. A partir de valores del parámetro t se obtienen las coordenadas (x,y) y se ubican siempre en un plano cartesiano. Estas ecuaciones tienen como aplicación, describir el desplazamiento de una partícula en diferentes instantes t .

Mg. Silvia Somoza

DEFINICIÓN

- Comenzamos citando el concepto que relaciona a las ecuaciones paramétricas y las curvas planas, presentada por Leithold (1998) :

  Suponga que una partícula se mueve en un plano de modo que las coordenadas (x, y), de su posición en cualquier tiempo t, están dadas por las ecuaciones $x = f(t)$, $y = g(t)$. Entonces para cada número t del dominio común de *f* y *g* , la partícula se encuentra en un punto $(f(t),\ g(t))$ y estos puntos describen una curva plana **C**, recorrida por la partícula. Las ecuaciones se denominan ***ecuaciones paramétricas de C*** y la variable t se llama parámetro(p. 740)

- Este concepto nos expresa lo que representan las ecuaciones paramétricas y que al variar el valor del parámetro t , en un intervalo de valores reales, se obtienen puntos de una grafica denominada curva plana. Dicha curva plana se ubica en el sistema cartesiano xy.

GRAFICANDO

- Para trazar la grafica de una ecuación paramétrica debemos tener definido el intervalo de valores del parámetro $a \leq t \leq b$, como expresa la definición anterior, el dominio común de f(t) y g(t).
- Esto permitirá formar una tabulación de la siguiente forma, para obtener las coordenadas (x,y) de la curva C que se graficará.

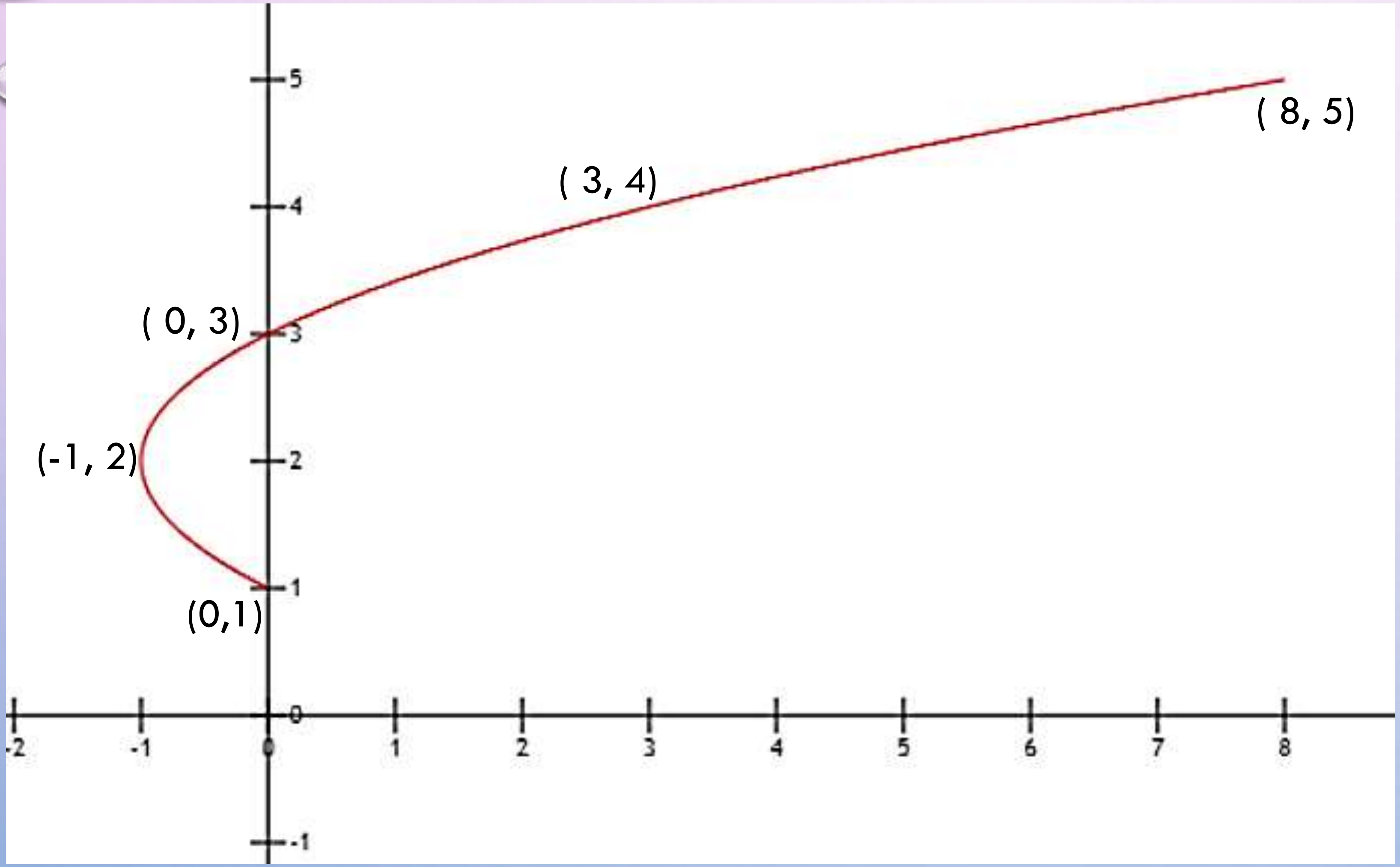
t	a	…….	b
X= f(t)			
Y = g(t)			
(x ,y)			

Mg. Silvia Somoza

EJEMPLO

- DADAS LAS ECUACIONES PARAMÉTRICAS $x = t^2 - 2t, \;\; y = t + 1$. GRAFIQUE LA CURVA EN EL INTERVALO $0 \leq t \leq 4$
- El intervalo puede separarse en una escala que permita describir mejor a la curva. Esos valores se evalúan en cada ecuación obteniendo los siguientes resultados:

t	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*
X= f(t)	*0*	*-1*	*0*	*3*	*8*
Y = g(t)	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*
(x ,y)	*(0,1)*	*(-1,2)*	*(0,3)*	*(3,4)*	*(8,5)*



La ubicación de puntos (x,y) genera la siguiente curva C, una parábola horizontal desplazada.

ELIMINANDO PARÁMETRO

- Las ecuaciones paramétricas tienen una forma cartesiana equivalente , que describe a la misma grafica .
- Dicha ecuación cartesiana se obtiene al eliminar el parámetro t del par de ecuaciones dadas.
- Ejemplo 1 :

A partir de las ecuaciones paramétricas antes graficadas $x = t^2 - 2t, \quad y = t + 1$, obtener la ecuación cartesiana que representa a la misma curva.

a) Despejamos el parámetro *t* de una ecuación ,en este caso es mas fácil despejar de la ecuación *y = g(t)*

$$\boldsymbol{y = t + 1} \ , donde \ \ \boldsymbol{t = y - 1}$$

b) sustituir esta expresión en la ecuación de *x = f(t)*

$$x = (y-1)^2 - 2(y-1)$$

donde $x = y^2 - 2y + 1 - 2y + 2$

operando $x = y^2 - 4y + 3$

obteniendo al final la ecuación de una parábola horizontal desplazada $\boldsymbol{x = (y-2)^2 - 1}$

Mg. Silvia Somoza

- EJEMPLO 2

Dadas las ecuaciones paramétricas $x = 2\,cos(t)\,, y = sen(t)$ ***obtenga su forma cartesiana.***

a) En este caso se despejan las funciones trigonométricas, de ambas ecuaciones, a diferencia del ejemplo anterior.

$$\frac{x}{2} = \cos(t) \qquad , \qquad y = \cos(t)$$

b) Luego se sustituyen en la identidad pitagórica $sen^2(t) + cos^2(t) = 1$

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = 1$$

Obteniendo la ecuación de una elipse horizontal.

Asignación: trace la grafica a partir de las ecuaciones paramétricas dadas en el intervalo $0 \leq t \leq 2\pi$

Mg. Silvia Somoza

FUENTES DEL CONSULTA

- LEITHOLD, L. (1998). El Cálculo , México: Oxford University press - Harla.
- Arenivar, L. (2017). Cálculo integral, El Salvador: editorial Universidad Don Bosco.