INTEGRAL INDEFINIDA

I) Antiderivada

II) Propiedades

III) Proceso general de integración

IV) Integrales Básicas

Integral Indefinida

La antiderivada

Se dice que un función F es una antiderivada de una función f sobre algún intervalo I si $F'(x) = f(x)$ para toda x en I.

Ejemplo: Determinar la antiderivada de las siguientes funciones

- $f(x) = 5x^3 - \frac{4}{3}x^2 - 2$

$$F(x) = 5\ \frac{x^{3+1}}{3+1} - \frac{4}{3}\ \frac{x^{2+1}}{2+1} - 2\ x$$

Antiderivada

$$F(x) = \frac{5}{4}\ x^4 - \frac{4}{9}\ x^3 - 2x$$

$$F'(x) = \frac{5}{4}\ (4)x^3 - \frac{4}{9}\ (3)x^2 - 2 = f(x)$$

- $f(x) = \cos(3x)$

Antiderivada

$$F(x) = \frac{sen(3x)}{3}$$

$$F'(x) = \frac{1}{3}\cos(3x)\ (3) = \cos(3x) = f(x)$$

Notar que: $F(x) = \frac{sen(3x)}{3} + 4$, es también una antiderivada

Definición:

Si F es una antiderivada de f, la antiderivada más general $F(x) + c$ se denomina integral indefinida de f y se denota por

Signo integral

$$\boxed{\int}\boxed{f(x)}\,dx = \boxed{F(x)} + \boxed{c}$$

Constante de integración

Integrando

Antiderivada

La diferenciación y la integración son fundamentalmente operaciones inversas. Si

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

entonces F es la antiderivada de f; es decir, $F'(x) = f(x)$

Además

$$\frac{d}{dx}\int f(x)dx = \frac{d}{dx}(F(x) + c) = F'(x) = f(x)$$

- *Compruebe la integral indefinida*

$$\int x^4 + sen(2x) - 3 \;\; dx = \frac{x^5}{5} + \cos(2x) - 3x + C$$

Dado que $F´(x) = f(x)$

$$D_x\left[\frac{x^5}{5} + \cos(2x) - 3x + C\right] = \frac{5}{5}x^4 - 2sen(2x) - 3$$

$$= x^4 - 2sen(2x) - 3 \;\; \neq f(x)$$

Por lo tanto, la integral <u>es incorrecta</u>.

- *Obtenga el integrando* $\int \boldsymbol{f(x)}\ dx = \frac{9}{4}(x^2+3)^{2/3} + C$

Dado que $F'(x) = f(x)$

$$D_x\left[\frac{9}{4}(x^2+3)^{\frac{2}{3}} + C\right] = \frac{9}{4} * \frac{2}{3}(x^2+3)^{-\frac{1}{3}}(2x)$$

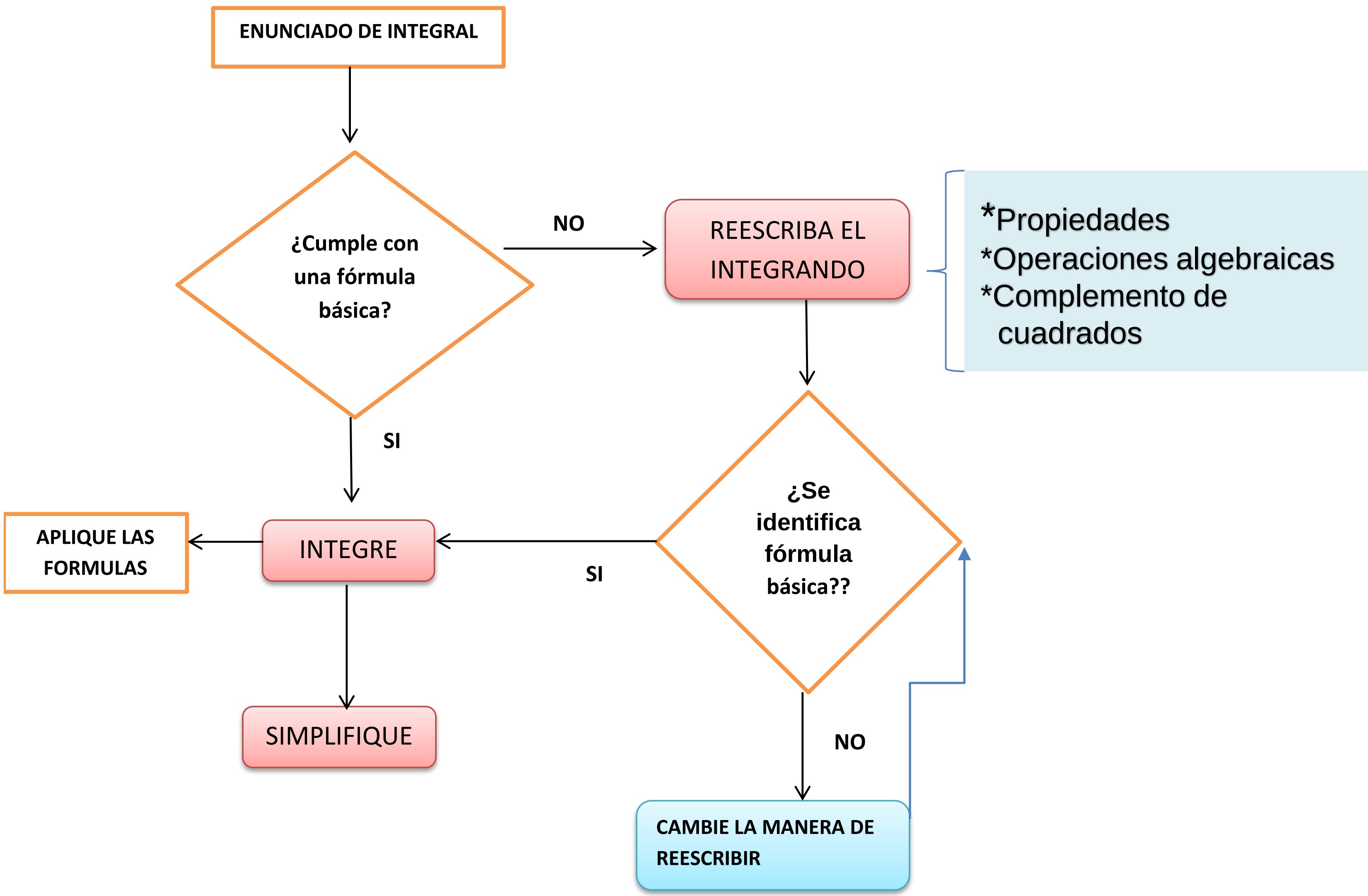
$$= \frac{\boldsymbol{3x}}{\boldsymbol{(x^2+3)^{1/3}}} = \boldsymbol{f(x)}$$

Propiedades de integración

$$\int [f(x) \pm g(x)]\, dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$$

$$\int k\, f(x)\, dx = k \int f(x)\; dx$$

❑ Proceso general de integración



❑ Formulario Básico (ver documento publicado en aula digital)

- Aplicando las fórmulas básicas y el proceso general de integración , resolver las siguientes integrales:

- 1. $\int \frac{x^2}{\sqrt[5]{x}}\,dx = \int x^{9/5}\,dx = \frac{x^{14/5}}{14/5} + C = \frac{5}{14}x^{14/5} + C$

Reescribir

Integrar: Formula básica 3

simplificar

- 2. $\int \frac{3}{x}\,dx = 3\int \frac{1}{x}dx = 3Ln|x| + C$

Reescribir

Integrar: Formula básica 4

Reescribir

Integrar: Formula básica 19

3. $$\int \frac{5}{\sqrt{8-x^2}}\,dx = 5\int \frac{1}{\sqrt{8-x^2}}\,dx = 5arcsen\left(\frac{x}{\sqrt{8}}\right) + C$$

4. $$\int \frac{3}{2x^2+4}\,dx = 3\int \frac{1}{2(x^2+2)}\,dx = \frac{3}{2}\int \frac{1}{(x^2+2)}\,dx = \frac{3}{2\sqrt{2}}\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right) + C$$

Reescribir

Integrar: Formula básica 20

5. $$\int \frac{3x^2-2}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = \int \frac{3x^2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = 3\int x^{2-2/3}\,dx - 2\int x^{-2/3}\,dx$$

$$= 3\int x^{4/3}dx - 2\int x^{-2/3}dx$$

Reescribir

$$= 3\frac{x^{7/3}}{7/3} - 2\frac{x^{1/3}}{1/3} + C = \frac{9}{7}x^{\frac{7}{3}} - 6x^{\frac{1}{3}} + C$$

Integrar: Formula básica 3

simplificar

- Realice lo asignado en la guia de estudio de la semana aplicando el contenido de este material y de los libros indicados.