

APELLIDOS, NOMBRE:

La puntuación total del examen es de **7,5 puntos**

De ellos, **2,5 puntos** corresponden a este test

### PREGUNTAS DE TEST

- Cada pregunta tiene (espero) una y solo una respuesta correcta. Marcad con un aspa la opción elegida.
- **Cada respuesta correcta suma un punto; cada respuesta incorrecta resta medio punto;** las respuestas en blanco ni suman ni restan. Estad ojo avizor y suerte. Está prohibidísimo copiar.

1. ¿Cuántas de las siguientes expresiones son sintácticamente equivalentes a  $[[1], [2, 3]]$ ?

$[1]:[2, 3]$      $[[1]]:[2, 3]$      $[1]:([2, 3]:[])$      $([1]:[2, 3]):[]$

- ☐ Ninguna  
☒ Exactamente una  
☐ Exactamente dos

2. Considérense las expresiones de tipo (que solo difieren en los paréntesis):  $\tau_1 = (a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow (a \rightarrow a)$

$\tau_2 = (a \rightarrow a) \rightarrow (a \rightarrow a \rightarrow a)$

$\tau_3 = (a \rightarrow a \rightarrow a) \rightarrow a \rightarrow a$

- ☐  $\tau_1 \equiv \tau_2 \equiv \tau_3$   
☒  $\tau_1 \equiv \tau_2 \not\equiv \tau_3$   
☐  $\tau_1 \equiv \tau_3 \not\equiv \tau_2$

3. Considérese el operador `infixr 4 ?` y las expresiones:

$e_1 = f \ x \ y \ ? \ g \ y \ ? \ x$

$e_2 = (?) \ ((f \ x) \ y) \ (g \ y \ ? \ x)$

$e_3 = ((f \ x \ y) \ ?) \ ((?) \ (g \ y) \ x)$

- ☒  $e_1 \equiv e_2 \equiv e_3$   
☐  $e_1 \equiv e_2 \not\equiv e_3$   
☐  $e_1 \not\equiv e_3 \not\equiv e_2 \not\equiv e_1$

4. Sea `f` definida por las siguientes ecuaciones:

`f x False z = x`    ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

`f x True z = z`

- ☐ La función es estricta en sus tres argumentos  
☒ La función es estricta en el segundo argumento y en ninguno otro más  
☐ Las dos anteriores son falsas.

5. La evaluación de la expresión `length (foldr (\x y -> x:y) [1] [undefined,1])` da como resultado

- ☒ 3  
☐ Un error de tipos  
☐ Un error en tiempo de ejecución

6. La evaluación de la expresión  $(\lambda x \rightarrow (\lambda y \rightarrow y x) (\lambda x \rightarrow x+1)) 4$  da como resultado

- ☒ 5  
☐ 6  
☐ Un error de tipos
- 

7. Sea  $f$  definida por  $f\ x\ y\ z = z\ (x\ y)$ . El tipo de  $f$  es:

- ☐  $(a \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow (c \rightarrow b) \rightarrow b$   
☐  $(a \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow (b \rightarrow b) \rightarrow b$   
☒  $(a \rightarrow b) \rightarrow a \rightarrow (b \rightarrow c) \rightarrow c$
- 

8. La evaluación de la expresión `[take 3 (iterate (*i) i) !! 1 | i <- [1..10]]` produce como resultado:

- ☐ Una lista formada por diez listas de longitud 3  
☒ Una lista formada por diez números  
☐ Un cómputo no terminante
- 

9. Considérense el programa lógico:

`p(a,f(a)).`

`p(f(X),f(Y)) :- p(X,f(Y)), q(X,Y).`

`q(a,a).`

`q(f(a),X) :- q(X,X).`

y los objetivos:

*i*) `p(X,f(a)).`

*ii*) `p(f(a),Y).`

- ☒ El árbol de resolución de *i*) tiene alguna rama infinita y *ii*) solo tiene como solución  $Y = f(a)$ .  
☐ *i*) solo tiene como solución  $X = a$  y *ii*) solo tiene como solución  $Y = f(a)$ .  
☐ *i*) y *ii*) tienen infinitas soluciones.
- 

10. Considérense los siguientes tres objetivos Prolog:

`var(X),X is 1+1,X == 1+1.`

`X = 1+1,var(X),X is 1+1.`

`var(X),X = 1+1,X == 1+1.`

- ☐ Ninguno de ellos tiene éxito.  
☒ Uno de ellos tiene éxito y los otros dos no.  
☐ Dos de ellos tienen éxito y el otro no.
-

**EXAMEN FINAL de PROGRAMACIÓN DECLARATIVA**  
**PREGUNTAS DE DESARROLLO**

1. [0,5 puntos]

Escribe una expresión Haskell cuya evaluación produzca la lista infinita

$[(0,0), (1,2), (3,6), (7,14), (15,30), \dots]$

---

```
[(2 ^ i - 1, 2 * (2 ^ i - 1)) | i <- [0..]]
```

---

2. [0,5 puntos]

Razona brevemente cuál es el tipo de la función definida por la ecuación

$f\ x\ y\ z = y\ (y\ x\ z)\ z$

---

La función  $f$  recibe tres parámetros luego su tipo ha de ser:

$f :: A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$

Siendo  $A$ ,  $B$ ,  $C$  el tipo de los parámetros  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , respectivamente, y  $D$  el tipo del resultado. Es decir:

$x :: A, y :: B, z :: C,$

$y\ (y\ x\ z)\ z :: D$

A su vez, si  $y\ (y\ x\ z)\ z :: D$ ,  $y$  será una función que aplicada a dos parámetros da como resultado una expresión de tipo  $D$ . Podemos asegurar que el segundo de estos parámetros es de tipo  $C$ , pues  $z$  figura como segundo parámetro de  $y$  tanto en la expresión  $y\ (y\ x\ z)\ z$ , como en  $(y\ x\ z)$ . En esta segunda expresión el primer parámetro de  $y$  es  $x$ , a cuyo tipo hemos llamado  $A$ , por lo que:

$y :: A \rightarrow C \rightarrow D$ . Y por tanto, la expresión  $(y\ x\ z)$  tendrá el tipo resultante de aplicar la función  $y$  a dos argumentos es decir:

$(y\ x\ z) :: D$

Pero como  $(y\ x\ z)$  es el primer parámetro de  $y$  en la expresión  $y\ (y\ x\ z)\ z$ , a la fuerza  $D = A$ .

Recopilando,  $A$  es sencillamente una variable de tipo, llamémosla  $a$ , y  $C$  una variable de tipo, llamémosla  $b$ , mientras que  $B$  (el tipo supuesto para  $y$ ) debe ser  $a \rightarrow b \rightarrow a$  y concluimos:

$f :: a \rightarrow (a \rightarrow b \rightarrow a) \rightarrow b \rightarrow a$ .

---

3. [1 punto]

- Define un tipo de datos polimórfico `ArbolT a` para representar árboles ternarios, en los que cada nodo tiene una información de tipo  $a$  y, salvo que sea una hoja, tiene tres hijos, que de nuevo son árboles ternarios.
- Programa la función `sumaCentral t` que, dado un árbol ternario de números, obtiene la suma de los elementos de la rama central del árbol.

---

```
data ArbolT a = Hoja a | Nodo a (ArbolT a) (ArbolT a) (ArbolT a) deriving (Show, Eq, Read)
```

```
sumaCentral :: Num a => ArbolT a -> a
sumaCentral (Hoja x) = x
sumaCentral (Nodo x hi hc hd) = x + sumaCentral hc
```

---

4. Programa en Haskell las siguientes funciones, indicando sus tipos:

a) [0,5 puntos]

`sublista xs ys = True` si los elementos de la lista `xs` aparecen consecutivamente en `ys` (`False` e.o.c.).

b) [0,5 puntos]

`maxterna xs = (i, j, k)`, siendo  $(i, j, k)$  las tres posiciones consecutivas en `xs` tales que la suma de los elementos en esas posiciones es máxima. Se supone que las posiciones se numeran desde 0.

Ejemplo: `maxterna [7,3,10,15,2] = (1,2,3)`

---

Una forma corta, sin preocuparse de la eficiencia (se obtienen muchas repeticiones).

```
sublista :: [a] -> [a] -> Bool
sublista xs ys = elem xs [take n (drop m ys) | n <- [0..length ys], m <- [0..length ys]]

maxterna :: (Ord a, Num a) => [a] -> (Int,Int,Int)
maxterna xs
  | (length xs) >= 3 = let i = maxIndex (sumaternas xs) in (i,i+1,i+2)
  | otherwise        = error "lista con menos de 3 elementos"

sumaternas :: Num a => [a] -> [(Int,a)]
sumaternas xs = [(i, (xs !! i)+(xs !! (i+1))+(xs !! (i+2))) | i<- [0..(length xs)-3 ]]

maxIndex :: Ord a => [(Int,a)] -> Int
maxIndex xs = fst $ foldl1 (\ (i,x) (j,y) -> (if x < y then (j,y) else (i,x))) xs
```

---

5. Programa en Prolog los siguientes predicados:

- a) **[0,25 puntos]**  
ordenada(Xs)  $\leftrightarrow$  los elementos de la lista Xs están ordenados de menor a mayor.
  - b) **[0,75 punto]**  
maxaparece(Xs,X)  $\leftrightarrow$  la lista Xs está ordenada y X es el elemento que aparece un número mayor de veces en Xs, o bien es la constante ninguno si Xs es vacía.
- 

```
ordenada([]) :- !.
ordenada([_]) :- !.
ordenada([X,Y|Xs]) :- X @=< Y, ordenada([Y|Xs]).

maxaparece([],ninguno) :- !.
maxaparece([X|Xs],Y) :- ordenada([X|Xs]), maxaparece([Xs,X,1,X,1,Y]).

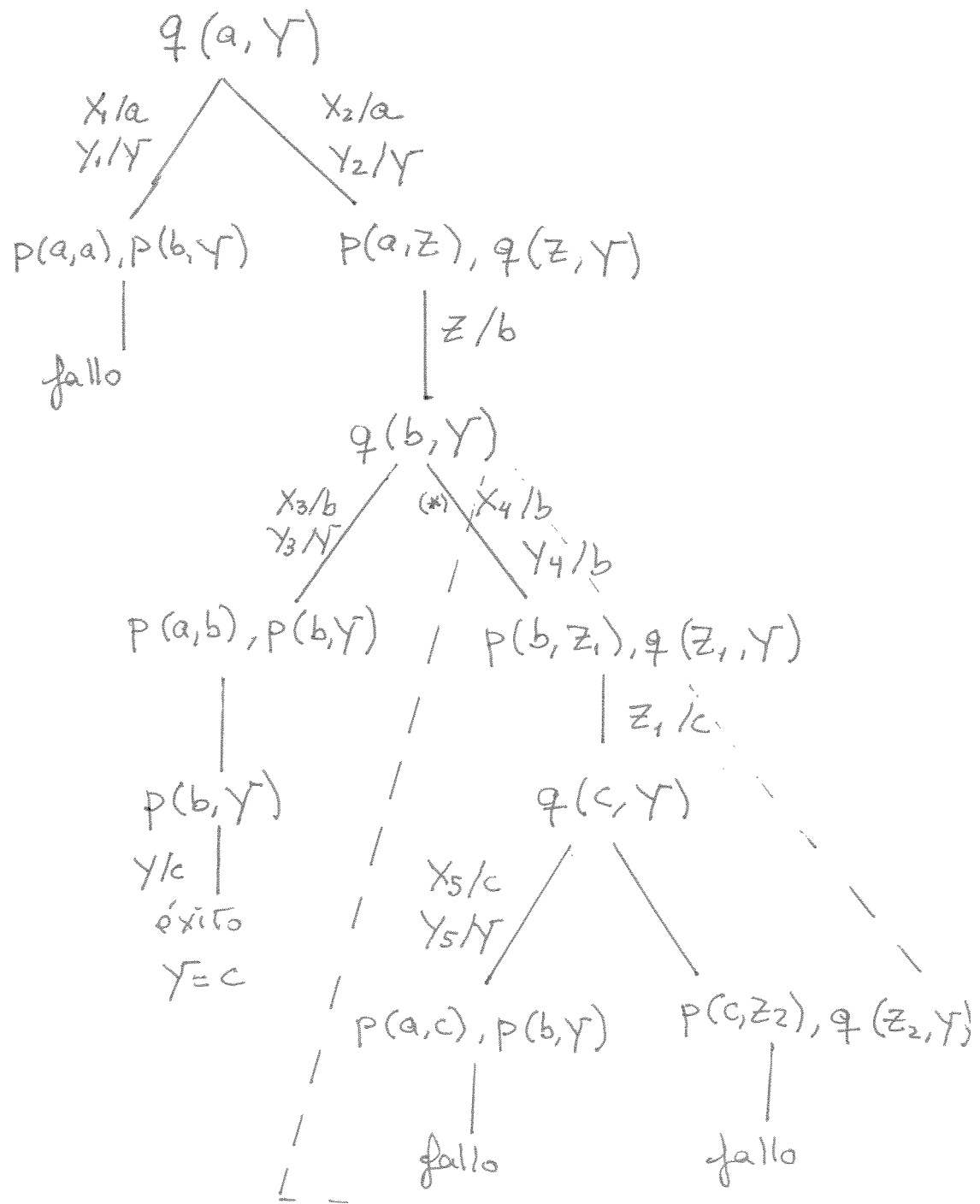
maxaparece([],_,_,Y,_,Y) :- !.
maxaparece([X|Xs],X,N,Z,M,Y) :- !,
    N1 is N + 1,
    maxaparece(Xs,X,N1,Z,M,Y).
maxaparece([X|Xs],X1,N,_,M,Y) :-
    N > M, !,
    maxaparece(Xs,X,1,X1,N,Y).
maxaparece([X|Xs],_,_,Z,M,Y) :-
    maxaparece(Xs,X,1,Z,M,Y).
```

---

6. Dado el programa lógico

```
p(a,b).          q(X,Y) :- p(a,X), p(b,Y).
p(b,c).          q(X,Y) :- p(X,Z), q(Z,Y).
```

- a) **[0,75 puntos]**  
Construye el árbol de resolución del objetivo q(a,Y).
- b) **[0,25 puntos]**  
Señala en el árbol anterior las ramas que se podan si la primera cláusula del predicado q se sustituye por q(X,Y) :- p(a,X), !, p(b,Y).



subárbol  
podado en apartado b)

Desaparecen todas las ramas  
a partir de (\*)