Cálculo Numérico (MAT0012)
Atividade 02

Universidade Federal de Itajubá
UNIFEI

Luis Roberto Costa Dias - 21783
Fernando Belo Anacleto Granço - 22007

Método de Gauss-Seidel

In[43]:=
```
Clear[n, k, maxit, eps, A, b, x0, x1];
apaga

(* tamanho do sistema *)

n = 3;

k = 0;

(* número máximo de iterações e tolerância *)

maxit = 100;

eps = 0.00001;

(* matriz A e vetor b *)

A = {{2.0, 1.0, 0.0}, {1.0, 4.0, -1.0}, {1.0, 3.0, 5.0}};

b = {2.0, 4.0, 5.0};

(* chute inicial e vetor auxiliar *)

x0 = {0, 0, 0};

x1 = {1, 1, 1};

(*Print as matrix*)
    escreve
Print["Esquematização do sistema:"]
escreve
Print[MatrixForm[A], MatrixForm[x0], "=", MatrixForm[b]];
escreve forma de matriz      forma de matriz           forma de matriz
```

```
Esquematização do sistema:
```

$$\begin{pmatrix} 2. & 1. & 0. \\ 1. & 4. & -1. \\ 1. & 3. & 5. \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2. \\ 4. \\ 5. \end{pmatrix}$$

Primeira Parte

In[54]:=

```
Print["Resultados Obtidos:"]
escreve
While[
repete até que não retorne um valor verdadeiro
 k <= maxit,
 Print[ ];
 escreve
 Print[k + 1, "º Iteração:"];
 escreve
 (* Cálculo da nova aproximação *)
 For[i = 1, i <= n, i++,
 para cada
   x1[[i]] = (b[[i]] - Sum[A[[i, j]] * x1[[j]], {j, 1, i - 1}] -
                       soma
       Sum[A[[i, j]] * x0[[j]], {j, i + 1, n}]) / A[[i, i]];
       soma
   Print[i, "º Valor:", x1[[i]]]
   escreve
  ]
  (* Critério de parada *)

  If[Norm[x1 - x0] < eps,
  se norma
   Print["Matriz de Solução X:", MatrixForm[x1]];
   escreve                       forma de matriz
   Print["Número de iterações:", k];
   escreve
   x0 = x1;
   Break[],
   interrompe a execução
   (* Atualizando informações *)
   x0 = x1;
   k++;
  ]
  (* Parar se atingiu número máximo de iterações *)

  If[k > maxit,
  se
   Print[" "];
   escreve
   Print["Número máximo de iterações atingido"];
   escreve
   Print["k = ", k];
   escreve
   Break[]
   interrompe a execução
]
```

```
Resultados Obtidos:

1º Iteração:
1º Valor:1.
2º Valor:0.75
3º Valor:0.35

2º Iteração:
1º Valor:0.625
2º Valor:0.93125
3º Valor:0.31625

3º Iteração:
1º Valor:0.534375
2º Valor:0.945469
3º Valor:0.325844

4º Iteração:
1º Valor:0.527266
2º Valor:0.949645
3º Valor:0.32476

5º Iteração:
```

Printed by Wolfram Mathematica Student Edition

```
1º Valor:0.525178

2º Valor:0.949896

3º Valor:0.325027


6º Iteração:

1º Valor:0.525052

2º Valor:0.949994

3º Valor:0.324993


7º Iteração:

1º Valor:0.525003

2º Valor:0.949998

3º Valor:0.325001


8º Iteração:

1º Valor:0.525001

2º Valor:0.95

3º Valor:0.325
```

Matriz de Solução X: $\begin{pmatrix} 0.525001 \\ 0.95 \\ 0.325 \end{pmatrix}$

```
Número de iterações:7
```

Segunda Parte:

In[56]:=
```
ls = LinearSolve[A, b];
     resolve equação linear
Print[ls];
escreve
```

```
{0.525, 0.95, 0.325}
```

Terceira Parte:

In[58]:=
```
nm1 = Norm[A.x1 - b];(*Norma para Gauss-Seidel*)
      norma
nm2 = Norm[A.ls - b];(*Norma para LinearSolve*)
      norma                          resolve equação linear
Print["Norma pelo método de Gauss-Seidel: ", nm1];
escreve
Print["Norma pela função LinearSolve: ", nm2]
escreve                          resolve equação linear
```

Norma pelo método de Gauss-Seidel: 2.57335×10^{-6}

Norma pela função LinearSolve: 0.

Parte Extra:

Declaração de Variáveis

In[84]:=
```
mA = {{4.0, -1.0, 0, -1.0, 0, 0},
    {-1.0, 4.0, -1.0, 0, -1.0, 0},
    {0, -1.0, 4.0, 0, 0, -1.0},
    {-1.0, 0, 0, 4.0, -1.0, 0},
    {0, -1.0, 0, -1.0, 4.0, -1.0},
    {0, 0, -1.0, 0, -1.0, 4.0}};

xA0 = {0, 0, 0, 0, 0, 0};

xA1 = {0, 0, 0, 0, 0, 0};

mb = {1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0, 1.0};
k = 0;
Print["Esquematização do sistema:"]
escreve
Print[MatrixForm[mA], MatrixForm[xA0], "=", MatrixForm[IdentityMatrix[6]]];
escreve forma de matriz   forma de matriz   forma de mat·· matriz identidade
Print["Inversa de A pela função Inverse: " MatrixForm[Inverse[mA]]];
escreve   matriz inversa forma de mat·· matriz inversa
```

Esquematização do sistema:

$$\begin{pmatrix} 4. & -1. & 0 & -1. & 0 & 0 \\ -1. & 4. & -1. & 0 & -1. & 0 \\ 0 & -1. & 4. & 0 & 0 & -1. \\ -1. & 0 & 0 & 4. & -1. & 0 \\ 0 & -1. & 0 & -1. & 4. & -1. \\ 0 & 0 & -1. & 0 & -1. & 4. \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Inversa de A pela função Inverse:

$$\begin{pmatrix} 0.294824 & 0.0931677 & 0.0281573 & 0.0861284 & 0.0496894 & 0.0194617 \\ 0.0931677 & 0.322981 & 0.0931677 & 0.0496894 & 0.10559 & 0.0496894 \\ 0.0281573 & 0.0931677 & 0.294824 & 0.0194617 & 0.0496894 & 0.0861284 \\ 0.0861284 & 0.0496894 & 0.0194617 & 0.294824 & 0.0931677 & 0.0281573 \\ 0.0496894 & 0.10559 & 0.0496894 & 0.0931677 & 0.322981 & 0.0931677 \\ 0.0194617 & 0.0496894 & 0.0861284 & 0.0281573 & 0.0931677 & 0.294824 \end{pmatrix}$$

Decomposição LU

In[92]:=
```
{lu, p, c} = LUDecomposition[mA];
Print["Matrizes da LUDecomposition:" MatrixForm[lu], "
Pivô:", MatrixForm[p]]
l = lu SparseArray[{i_, j_} /; j < i → 1, {6, 6}] + IdentityMatrix[6];
u = lu SparseArray[{i_, j_} /; j ≥ i → 1, {6, 6}];
Print["Matriz L:", MatrixForm[l]];
Print["Matriz U:", MatrixForm[u]];
```

Matrizes da LUDecomposition:

$$\begin{pmatrix} 4. & -1. & 0. & -1. & 0. & 0. \\ -0.25 & 3.75 & -1. & -0.25 & -1. & 0. \\ 0. & -0.266667 & 3.73333 & -0.0666667 & -0.266667 & -1. \\ -0.25 & -0.0666667 & -0.0178571 & 3.73214 & -1.07143 & -0.0178571 \\ 0. & -0.266667 & -0.0714286 & -0.287081 & 3.4067 & -1.07656 \\ 0. & 0. & -0.267857 & -0.00478469 & -0.316011 & 3.39185 \end{pmatrix}$$

Pivô:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Matriz L: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.25 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.266667 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0.25 & -0.0666667 & -0.0178571 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.266667 & -0.0714286 & -0.287081 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.267857 & -0.00478469 & -0.316011 & 1 \end{pmatrix}$

Matriz U: $\begin{pmatrix} 4. & -1. & 0 & -1. & 0 & 0 \\ 0 & 3.75 & -1. & -0.25 & -1. & 0 \\ 0 & 0 & 3.73333 & -0.0666667 & -0.266667 & -1. \\ 0 & 0 & 0 & 3.73214 & -1.07143 & -0.0178571 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.4067 & -1.07656 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.39185 \end{pmatrix}$

LinearSolve para obter Quinta Coluna da Inversa:

In[98]:=
```
(*A Inversa*)
I6 = IdentityMatrix[6];
     matriz identidade
bI6 = {0, 0, 0, 0, 1, 0};
lua1 = Inverse[u].Inverse[l];
       matriz inversa matriz inversa
Am1 = LinearSolve[lu, I6];
      resolve equação linear
n = 6;
Print["Quinta Coluna da Inversa:", MatrixForm[Am1[[All, 5]]]];
escreve                            forma de matriz  tudo
```

Quinta Coluna da Inversa: $\begin{pmatrix} 0.0511761 \\ 0.1067 \\ 0.0412746 \\ 0.0980041 \\ 0.321557 \\ 0.0333564 \end{pmatrix}$

Gauss-Seiddel para obter Quinta Coluna da Inversa:

In[104]:=

```
Print["Resultados Obtidos:"]
escreve
While[
repete até que não retorne um valor verdadeiro
 k <= maxit,
 Print[];
 escreve
 Print[k + 1, "º Iteração:"];
 escreve
 (* Cálculo da nova aproximação *)
 For[i = 1, i ≤ n, i++,
 para cada
   xA1[[i]] = (bI6[[i]] - Sum[lu[[i, j]] * xA1[[j]], {j, 1, i - 1}] -
                          soma
        Sum[lu[[i, j]] * xA0[[j]], {j, i + 1, n}]) / lu[[i, i]];
        soma
   Print[i, "º Valor:", xA1[[i]]]
   escreve
  ]
  (* Critério de parada *)

  If[Norm[xA1 - xA0] < eps,
  se norma
   Print["5º Coluna da Inversa de A:", MatrixForm[xA1]];
   escreve                            forma de matriz
   Print["Número de iterações:", k];
   escreve
   xA0 = xA1;
   Break[],
   interrompe a execução
   (* Atualizando informações *)
   xA0 = xA1;
   k++;
  ]
  (* Parar se atingiu número máximo de iterações *)

  If[k > maxit,
  se
   Print[" "];
   escreve
   Print["Número máximo de iterações atingido"];
   escreve
   Print["k = ", k];
   escreve
   Break[]
   interrompe a execução
]
```

Printed by Wolfram Mathematica Student Edition

```
Resultados Obtidos:

1º Iteração:
1º Valor:0.
2º Valor:0.
3º Valor:0.
4º Valor:0.
5º Valor:0.293539
6º Valor:0.0273484

2º Iteração:
1º Valor:0.
2º Valor:0.0782772
3º Valor:0.0338838
4º Valor:0.0859609
5º Valor:0.316263
6º Valor:0.0322626

3º Iteração:
1º Valor:0.0410595
2º Valor:0.101841
3º Valor:0.0400414
4º Valor:0.0957088
```

```
5º Valor:0.320611

6º Valor:0.0331677



4º Iteração:

1º Valor:0.0493874

2º Valor:0.105847

3º Valor:0.0410546

4º Valor:0.0975956

5º Valor:0.321391

6º Valor:0.0333231



5º Iteração:

1º Valor:0.0508607

2º Valor:0.106549

3º Valor:0.0412358

4º Valor:0.0979324

5º Valor:0.321527

6º Valor:0.0333505



6º Iteração:

1º Valor:0.0511204

2º Valor:0.106674

3º Valor:0.0412678
```

4º Valor:0.0979914

5º Valor:0.321552

6º Valor:0.0333554

7º Iteração:

1º Valor:0.0511663

2º Valor:0.106696

3º Valor:0.0412734

4º Valor:0.0980018

5º Valor:0.321556

6º Valor:0.0333563

8º Iteração:

1º Valor:0.0511744

2º Valor:0.1067

3º Valor:0.0412744

4º Valor:0.0980037

5º Valor:0.321557

6º Valor:0.0333564

5º Coluna da Inversa de A: $\begin{pmatrix} 0.0511744 \\ 0.1067 \\ 0.0412744 \\ 0.0980037 \\ 0.321557 \\ 0.0333564 \end{pmatrix}$

Número de iterações:7

Conclusão

Foi possível comprovar a eficiência dos métodos estudados em sala. Os métodos presentes na plataforma Mathematica apresentam uma certa precisão, a qual poderia ser facilmente alcançada caso fosse alterado o valor de **Epsilon.**