P1 - Física I

Aluno(a): Luis Resende Silva
Matrícula: 220037094

1)

O gráfico 1 representa a posição versus tempo para um objeto cuja velocidade está aumentando.

A velocidade de um objeto em um gráfico de posição versus tempo em um instante t pode ser obtida pela inclinação da reta tangente a linha do gráfico na posição t. Observa-se no gráfico 1 que a inclinação da reta tangente à curva em t aumenta na medida em que se aumenta t. Logo, a velocidade está aumentando e o objeto possui aceleração positiva.

2)

Sabe-se que a posição de um objeto que possui posição inicial nula e velocidade inicial e aceleração não nulas é dada por

$$x = v0.t + (1/2).a.t^2 \quad \text{(Eq. 1)}$$

onde, "v0" é a velocidade inicial, "a" é a aceleração e "t" o tempo da trajetória.

Considerando que a posição do objeto em questão é dada por

$$x = -c.t + b.t^2 \quad \text{(Eq. 2)}$$

onde b = 2 m/s^2 e c = 6.7 m/s, é possível comparar os coeficientes desta equação com os coeficientes da primeira equação (Eq. 1) de forma a isolar o valor da velocidade inicial e o valor da aceleração do objeto da seguinte maneira:

$$v0 = -c$$
$$(1/2).a = b$$

Logo,

$$V0 = 6.7 \text{ m/s}$$
$$a = 4 \text{ m/s}^2$$

Com essas informações é possível descrever a posição e a velocidade instantânea do objeto para qualquer instante de tempo t utilizando a primeira equação (Eq. 1) para a posição e a seguinte equação para a velocidade final, dados a velocidade inicial, a aceleração e o tempo:

$$v = v0 + at \quad \text{(Eq. 3)}$$

sendo que a aceleração é constante. Logo, para o instante de tempo t = 6.2 segundos, temos que:

$$v = 6.7 \text{ m/s} + (4 \text{ m/s}^2 \cdot 6.2 \text{ s}) \quad \text{--->} \quad v = 31.5 \text{ m/s}$$

3)

Dados iniciais:

$$V = 2,4 \text{ m/s}$$
$$teta = 10°$$
$$x_i = 0 \text{ m}; \quad y_i = 71 \text{ m}; \quad y_f = 0$$
$$a = g = - 9,81 \text{ m/s}^2$$

O pacote solto do balão terá velocidade inicial igual à do balão, de módulo 2,4 m/s e 10° de inclinação com a vertical.

Pode-se estabelecer um sistema de coordenadas com origem no solo e 71 metros abaixo de onde o pacote foi solto. Dessa forma às coordenadas iniciais do objeto são:

$$x_i = 0 \text{ m}; \quad y_i = 71 \text{ m}$$

O movimento do objeto pode ser dividido em dois movimentos independentes, um na vertical e outro na horizontal.

Esses movimentos vão possuir velocidades iniciais iguais às componentes vertical e horizontal, respectivamente, do vetor da velocidade inicial do objeto. A velocidade inicial do objeto pode ser decomposta em suas componentes da seguinte maneira:

$$V_{xi} = V*\text{sen}(teta) \quad \text{--->} \quad V_{xi} = 2,4 \cdot \text{sen}(10°) \quad \text{\# Horizontal}$$

$$V_{yi} = V*\cos(teta) \quad \text{--->} \quad V_{yi} = 2,4 \cdot \cos(10°) \quad \text{\# Vertical}$$

$$V_{xi} = 0,417 \text{ m/s} \quad \text{e} \quad V_{yi} = 2,364 \text{ m/s}$$

Para calcular o módulo da velocidade final do objeto, primeiro precisamos calcular o módulo de suas componentes vertical e horizontal.

1. Determinação da componente vertical da velocidade final do objeto

O objeto se encontra 71 metros acima do solo e possui velocidade inicial vertical positiva, ou seja, está se afastando do solo. Uma vez que o pacote está submetido à aceleração da gravidade, que possui direção vertical negativa (voltada pro solo), a velocidade vertical do objeto terá variação negativa ao longo do tempo. Dessa forma, o objeto se afastará do solo sofrendo desaceleração até atingir uma altura máxima e velocidade vertical zero, e então sua velocidade vertical começa a aumentar negativamente até que ele atinja o solo.

A equação de Torricelli pode ser utilizada para determinar a velocidade vertical final do objeto.

$$Vf^2 = Vi^2 + 2.\ g\ .\ (yf - yi)$$

Ela pode ser aplicada para a trajetória entre o ponto em que o objeto retorna a sua altura inicial (71 metros) e o ponto em que ele atinge o solo.

Sabe-se que o módulo da velocidade vertical do objeto quando ele retorna a sua altura inicial é igual ao módulo de sua velocidade vertical (Vyi) no lançamento, mas a velocidade é oposta em sentido, portanto com sinal contrário. Além disso, a distância vertical |(yf - yi)| para essa trajetória é conhecida.

Portanto, a equação de Torricelli pode ser aplicada para calcular a velocidade vertical final da trajetória da seguinte maneira,

$$Vyf = (\ (-Vyi)^2 + 2.\ g\ .\ |(yf - yi)|\ )^{1/2} \quad \text{--->} \quad Vyf = -\ (\ 2.364^2 + 2\ .\ 9{,}81\ .\ 71\ )^{1/2}$$

$$Vyf = -\ 37{,}4\ m/s$$

2. Determinação da componente horizontal da velocidade final do objeto

Como o vetor da aceleração do pacote não possui componente horizontal, não haverá variação do módulo da componente horizontal da velocidade. Logo, a velocidade final do pacote na direção horizontal é igual à sua velocidade inicial na direção horizontal.

$$Vxf = Vxi = Vi\ .\ sen(teta) = 0{,}417\ m/s$$

3. Determinação do módulo da velocidade final do pacote

O módulo da velocidade final do pacote pode ser obtido por meio de suas componentes horizontal e vertical da seguinte maneira,

$$Vf = (\ Vxf^2 + Vyf^2\ )^{1/2} \quad \text{--->} \quad Vf = (\ 0.417^2 + (-37{,}4)^2\ )^{1/2} \quad \text{--->} \quad Vf \sim 37.4\ m/s$$

Obs: Observa-se que a componente horizontal da velocidade final é quase desprezível e que o módulo da velocidade final é praticamente igual ao módulo de sua componente vertical.

b) Uma vez que a velocidade vertical final (Vf) foi determinada, o tempo da trajetória pode ser calculado através da equação para a variação da velocidade para m.r.u.v. .

$$Vf = Vi + a.t \quad \text{--->} \quad t = (Vf - Vy) / a \quad \text{--->} \quad t = (\ Vyf - Vyi\ ) / g$$

$$t = (\ -\ 37{,}34 - 0{,}417\ ) / -9{,}81 \quad \text{--->} \quad t = 4{,}05 \text{ segundos}$$

onde “Vy” é a componente vertical da velocidade inicial, e “a” a aceleração da gravidade.

c) Para o cálculo do ângulo (teta) da velocidade final com a vertical, o seguinte sistema que relaciona os módulos das velocidades horizontal e vertical finais com teta pode ser resolvido:

$$V_{xf} = V_f \cdot sen(teta)$$
$$V_{yf} = V_f \cdot cos(teta)$$

$$sen(teta) / cos(teta) = V_{xf}/V_{yf} \quad \text{--->} \quad tan(teta) = V_{xf}/V_{yf}$$

$$teta = arctan(V_{yf}/V_{xf}) \quad \text{--->} \quad teta = arctan(0{,}417 / 37{,}4)$$

$$teta = 0{,}64\ ° \quad \text{\# Com a vertical}$$

4)

$$y_i = 0\ m; \quad y_f = 250\ m$$
$$x_i = 0\ m; \quad x_f = 600\ m$$

$$t = 7\ min\ e\ 40\ seg = 460\ seg$$

a)

O movimento da nadadora pode ser dividido em dois movimentos independentes, um na vertical (atravessando o rio), outro na horizontal (descendo o rio). Dessa forma, ela possui uma velocidade vertical (V_y) que ela mesmo desenvolve, e uma velocidade horizontal (V_x) igual à velocidade da correnteza. Tanto a velocidade da nadadora quanto a do rio são constantes. Logo, a aceleração da nadadora é nula tanto na vertical quanto na horizontal e o movimento em ambas as direções se trata de um movimento retilíneo uniforme (m.r.u). Sendo assim, é possível calcular as velocidades da nadadora (V_{nad}) e do rio (V_{rio}) aplicando as seguintes relações:

$$V_{rio} = V_x = (x_f - x_i) / t = (600\ m - 0\ m) / 460\ seg \quad \text{(Velocidade do rio)}$$

$$V_{nad} = V_y = (y_f - y_i) / t = (250\ m - 0\ m) / 460\ seg \quad \text{(Velocidade da nadadora)}$$

$$V_{rio} = 1{,}30\ m/s \quad e \quad V_{nad} = 0{,}54\ m/s$$

Interpretação: As velocidades podem ser obtidas dividindo as distâncias percorridas em cada direção pelo tempo de deslocamento da nadadora.

b)

Para que a nadadora atinja o ponto diametralmente oposto do rio ela deve nadar com uma certa inclinação (teta) de forma que a componente horizontal de sua velocidade (V_x) seja igual à velocidade do rio (V_{rio}) em módulo, e oposta em sentido, para que a velocidade horizontal resultante da nadadora seja nula e seu deslocamento horizontal seja zero.

$$Vx - Vrio = 0 \quad \text{--->} \quad Vx = Vrio$$

A componente horizontal da velocidade da nadadora é simplesmente o produto do módulo de sua velocidade desenvolvida e do cosseno do ângulo que sua velocidade faz com a horizontal. Dessa forma:

$$Vx = Vnad \,.\, \cos(teta)$$

(Componente horizontal da velocidade que a nadadora desenvolve inclinada em teta em relação à margem do rio)

Igualando o módulo da velocidade horizontal da nadadora ao módulo da velocidade do Rio obtemos:

$$Vnad \,.\, \cos(teta) = Vrio$$

Entretanto, para esse problema, observamos que a velocidade da nadadora é menor do que a velocidade do Rio. Uma vez que a função cosseno só assume valores entre -1 e 1, o módulo da componente horizontal da velocidade da nadadora (lado esquerdo da equação acima) pode ser no máximo igual à sua velocidade total.

Portanto, considerando a velocidade desenvolvida pela nadadora, não existe ângulo teta tal que ela consiga chegar ao ponto diametralmente oposto. Para que isso seja possível, ela precisa desenvolver uma velocidade maior do que a velocidade do Rio.

5)

Dados iniciais:

$$Vi = 3 \text{ m/s}; \quad g = 9.81 \text{ m/s2}$$

Considerando um Sistema de coordenadas com origem no solo no ponto de partida do dardo:

$$xi = 0; \quad yi = 0; \quad yf = 0,$$

Onde xi e yi são as posições iniciais horizontal e vertical respectivamente e yf a posição vertical final.

O alcance do dardo (xf) depende da componente horizontal (Vx) da velocidade inicial (Vi) de lançamento do dardo e do tempo até Este atingir o solo, da seguinte forma:

$$xf = Vx.t$$

Determinando o tempo: Podemos aplicar a equação horária para o movimento vertical do objeto. Todas as variáveis são conhecidas, exceto o tempo (t). Dessa forma,

$$yf = yi + Vy.t + gt^2/2 \quad \text{(g negativo)}$$

Aplicando bhaskara:

$$a = g/2 \quad b = Vy \quad c = (yf-yi) = 0 \quad \text{--->} \quad delta = b^2 - 4.a.c = Vy^2$$

$$t = (-Vy \pm raiz(Vy^2)) / g$$

$$t = 0 \quad ou \quad t = (-Vy - Vy) / g \quad \text{--->} \quad t = - 2.Vy / g$$

Substituindo o tempo na equação do alcance:

$$A = Vx.t \quad \text{--->} \quad A = - 2.Vx.Vy / g$$

Porém as componentes horizontal e vertical da velocidade podem ser dadas em função do módulo da velocidade inicial do dardo e do ângulo que este faz com a vertical.

$$Vx = Vi.cos(teta)$$
$$Vy = Vi.sen(teta)$$

Logo,

$$A = - 2 . Vi^2 . sen(teta) . cos(teta) / g$$

O alcance será máximo quando sen(teta).cos(teta) for máximo. Derivando e igualando a zero para isolar o teta máximo:

$$(sen(teta) . cos(teta))' = cos(teta) . cos(teta) - sen(teta) . sen(teta) = 0$$

$$cos^2(teta) = sen^2(teta) \quad \text{--->} \quad cos(teta) = sen(teta) \quad \text{--->} \quad teta = 45°$$

Logo,

$$A = - 2 . 3^2 . sen^2(45°) / 9,81 \quad \text{--->} \quad A = 0,92 \text{ m}$$

6) a)

As equações horárias são:

$$xf = xi + Vxi.t + ax.t^2/2 \quad e \quad yf = yi + Vyi.t + ay.t^2/2$$

$$Vxf = Vxi + ax.t \quad e \quad Vyf = Vyi + ay.t$$

Onde xi e xf são as posições horizontais inicial e final do objeto, yi e yf as posições verticais inicial e final, Vx a velocidade horizontal inicial, Vy a velocidade vertical inicial, ax a aceleração do objeto na horizontal, ay a aceleração na vertical e t o tempo da trajetória.

No problema em questão podemos estabelecer um sistema de coordenadas onde o objeto possui posição inicial xi = 0 e yi = 1,8 metros e posição final xf desconhecido e yf = 0 (altura do solo).

As componentes horizontal e vertical da velocidade inicial do objeto podem ser calculadas da seguinte maneira:

Vxi = V . cos(teta) = 11,17 m/s
Vyi = V . sen(teta) = 9,13 m/s

O objeto não possui aceleração horizontal e sua aceleração vertical é igual à aceleração da gravidade (a = g = - 9.81 m/s^2)

Substituindo os valores e reescrevendo as equações horárias para x e y, temos que

xf = 11,17 . t   e   yf = 1,8 + 9,13 . t - 4,9 . t^2

Vxf = 11,17   e   Vyf = 9,13 - 9,81.t

b)

A distância horizontal (xf) que o peso alcança até atingir o solo está relacionada à componente horizontal (Vx) da velocidade inicial (V) que o competidor lança o peso, e ao tempo (t) que o peso leva para terminar a trajetória e atingir o solo. Essa relação pode ser escrita como,

xf = Vx . t

A componente horizontal (Vx) da velocidade de lançamento (V) está relacionada ao módulo de Vi e ao ângulo (teta) que Vi faz com a horizontal, da seguinte maneira,

Vx = V . cos(teta)

Da mesma forma, para a componente vertical (Vy) da velocidade de lançamento (V):

Vy = V . sen(teta)

Logo, a equação para a distância horizontal percorrida pode ser reescrita como,

xf = V . cos(teta) . t   Eq. 1)

A velocidade de lançamento (V) e o ângulo (teta) são conhecidos. Portanto, a distância pode ser calculada se determinarmos o tempo da trajetória.

Para isso, podemos aplicar a fórmula para a variação da velocidade vertical para movimento retilíneo uniformemente variado (m.r.u.v), que relaciona a velocidade inicial, a final, a aceleração vertical e o tempo da trajetória.

$$Vyf = Vy \pm a*t$$

Substituindo a aceleração pela gravidade e isolando a variável tempo (t), obtemos:

$$t = (Vf - Vy) / g$$

A velocidade inicial e a gravidade foram dados. Logo, podemos calcular o tempo se encontrarmos a velocidade vertical (Vf) do objeto ao final da trajetória (ao atingir o solo). Para isso, podemos aplicar a equação de Torricelli.

$$Vf^2 = Vi^2 + 2.a.d$$

A trajetória considerada para esta aplicação é aquela entre o ponto em que o objeto retorna à sua altura inicial, a 1,8 metros acima do solo, e o ponto final da trajetória, quando o objeto atinge o solo.

A velocidade vertical (Vi) do objeto quando ele retorna à sua altura inicial é igual em módulo à velocidade vertical (Vy) do objeto no lançamento, mas oposta em sentido. Assim,

$$Vi = - Vy = - V . sen(teta)$$

Substituindo esta expressão na equação de Torricelli, considerando o deslocamento (d) como 1,8 m (H) e isolando a velocidade final (Vf) do objeto obtemos,

$$Vf = (V^2.sen^2(teta) + 2.g.H)^{1/2} \quad ---> \quad Vf = (14,5^2.sen(39°)^2 + 2 . 9,81 . 1,8)^{1/2}$$

$$Vf = -10,9 \text{ m/s}$$

Substituindo este valor da velocidade vertical final na equação obtida para o tempo da trajetória obtemos,

$$t = (Vf - Vy) / g = (Vf - V.sen(teta)) / g \quad ---> \quad t = (-10,9 - 14,5.cos(39°)) / 9,81$$

$$t = 2,04 \text{ segundos}$$

Substituindo finalmente o valor do tempo (t) da trajetória na equação obtida para o deslocamento horizontal (xf) do objeto obtemos,

$$xf = V . cos(teta) . t \quad ---> \quad xf = 14,5 . cos(39°) . 2,04 = 23 \text{ m}$$

$$xf = 23 \text{ m}$$

c)

O alcance máximo de um lançamento com velocidade inicial (V) fixa e posição de partida do solo ocorre para inclinação de lançamento (alfa) de 45° com a horizontal, como demonstrado na questão anterior. Entretanto, no problema em questão o objeto não parte do solo, então o ângulo ótimo difere de 45° e deve ser determinado para que o alcance máximo possa ser calculado.

Os mesmos procedimentos do item “b” desta questão podem ser utilizados para calcular o alcance do objeto para um ângulo (teta) qualquer com a horizontal.

Os procedimentos são:

1. Calcular Vf para teta e substituir seu valor na equação para o tempo da trajetória.
2. Calcular o tempo e substituí-lo na equação para o alcance da trajetória.
3. Calcular a trajetória.

O alcance máximo do competidor será:

$$xf\_max = V . \cos(alfa) . t$$

O tempo da trajetória como visto anteriormente pode ser calculado por,

$$t = (Vf - Vy) / g = (Vf - V.sen(teta)) / g$$

Onde V é a velocidade de lançamento e Vf a velocidade vertical do objeto ao atingir o solo, que é dada por

$$Vf = (V^2.sen^2(teta) + 2.g.H)^{1/2}$$

Esse processo pode ser realizado para alguns valores de teta de forma a aproximar o alcance máximo. Isso será feito para intervalos de 1 em 1 grau.

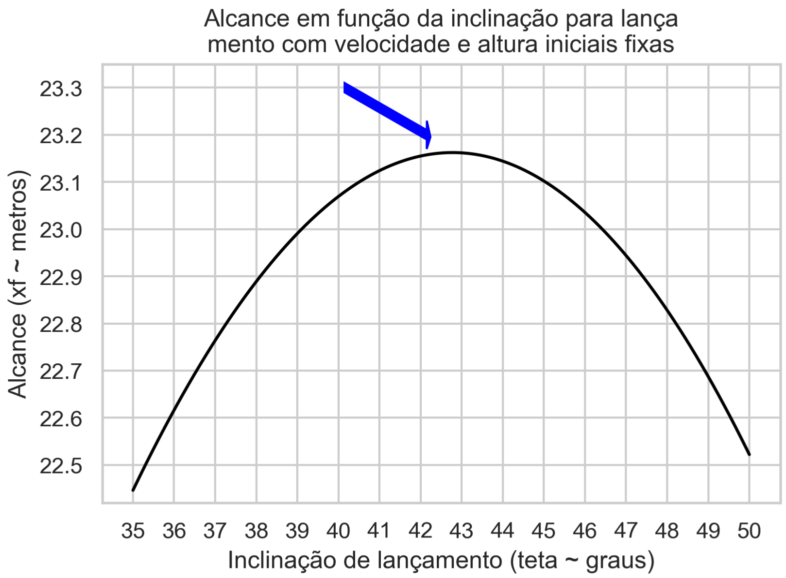
Resultado:

Ângulo (teta - graus)	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**
Alcance (xf - metros)	23.069	23.124	23.155	23.162	23.144	23.102
Tempo (t - segundos)	2.077	2.113	2.149	2.184	2.219	2.253
Veloc. vert. final (Vf - m/s)	-11.054	-11.217	-11.378	-11.537	-11.695	-11.851

Observa-se que alcance máximo do objeto está entre 23,155 m e 23,162 m e ocorre para um ângulo entre 42° e 43°.

Portanto, não existe ângulo teta tal que o atleta consiga ultrapassar o recorde mundial de 23,37 metros.

d)



7) As posições vertical e horizontal do objeto na trajetória dependem somente das componentes ortogonais da velocidade inicial, da aceleração do objeto e do tempo de percurso, segundo as seguintes relações:

$xf = xi + Vxi.t + ax.t^2 / 2$
$yf = yi + Vyi.t + ay.t^2 / 2$

Logo, caso o atleta lance a bola de 4,00 Kg com a mesma velocidade inicial e o mesmo ângulo que lançou a bola de 7,26 Kg, a resposta da questão seria a mesma. Porém, é razoável supor que o atleta vai conseguir imprimir uma velocidade inicial maior na bola mais leve e, portanto, a bola terá alcance maior.

Assim, para calcular o novo alcance, basta substituir a velocidade inicial da questão anterior pela nova velocidade inicial e repetir os demais procedimentos.

8)

D = 2,135 m
t = 1,32 seg

A velocidade angular média (w_med) é definida como a variação do ângulo dividida pela variação do tempo relacionada a esta variação de ângulo. Assim,

w_med = ▲teta / ▲t

O enunciado informa que o tempo para uma volta da bola é 1,32 segundos, logo ela percorre 360° em 1,32 segundos. Convertendo a variação do ângulo para radianos e dividindo pelo tempo obtemos a velocidade angular.

w_med = (360° . 3,14 rad / 180°) / 1,32 seg ---> w_med = 4,76 rad/seg

b)

teta_0 = 0

A função horária para o ângulo (teta_f) relaciona os ângulos inicial (teta_i) e final (teta_f) do movimento circular à velocidade angular inicial (wi) do objeto, sua aceleração angular (alfa), que representa a variação da velocidade angular do objeto no tempo, e o tempo (t) considerado para a aplicação da fórmula. Dessa forma,

teta_f = teta_i + wi.t + alfa.t^2 / 2

No problema em questão, o objeto parte do repouso no início do movimento (wi = 0 rad/seg) e acelera com aceleração angular alfa até completar uma volta completa (teta_i = 0° e teta_f = 360° = 360° . 3,14 rad / 180° = 6,28 rad) 1,32 segundos (t) após o início do movimento. Uma vez que as demais variáveis são conhecidas, pode-se isolar o termo para a aceleração angular (alfa) da equação e determinar seu valor. Assim,

alfa = 2 . (teta_f - teta_i - wi.t) / t^2 ---> alfa = 2 . (6,28 - 0 - 0.1,32) / $1,32^2$

alfa = 6,28 / $1,32^2$ ---> alfa = 3,6 rad/s^2

c) A equação horária do ângulo, como visto no item anterior é:

teta_f = teta_i + wi.t + alfa.t^2 / 2

No problema em questão, teta_i e wi são nulos, logo

teta_f = alfa.t^2 / 2 ---> teta_f = 1,8 .t^2 rad

d) Raio menor é mais vantajoso ?

A inércia rotacional de um objeto pode ser definida como um valor escalar que nos diz o quão difícil é alterar a velocidade de rotação do objeto em torno de um eixo definido. Sua fórmula relaciona a massa(m) e o raio de rotação (r) do objeto da seguinte forma:

I = m.r

Assim, quanto maior a inércia rotacional, mais difícil é para gerar uma rotação do objeto de mesma velocidade. Uma vez que a inércia rotacional é diretamente proporcional ao raio de rotação, será mais vantajoso para o atleta usar um raio menor em sua técnica para girar a bola.