Instituto Politécnico Nacional
Escuela Superior de Cómputo

Recurrencias Lineales

Ejercicios 05

Resendiz Chavez Luis Fernando

Análisis de Algoritmos

Profesor Edgardo Adrian Franco Martinez

14/12/2020

Ejercicio 01

$T(n) = 4T(n-2) - T(n-1) + T(n-3) - 3T(n-4),\ con\ T(0\ a\ 4) = 1$

Igualamos la ecuación con 0:

$T(n) + T(n-1) - 4T(n-2) - T(n-3) + 3T(n-4) = 0$

Nos damos cuenta que k = 4

Sustituimos:

$x^4 + x^3 - 4x^2 - x + 3 = 0$

Encontramos las raíces:

$(x-1)(x+1)(x^2 + x - 3)$

$r1 = 1,\ r2 =- 1,\ r3 = \frac{13}{5},\ r2 = \frac{-23}{5}$

Utilizamos la fórmula:

$T(n) = c1r1^n + c1r2^n + ... + ckrk^n$

Sustituimos en la fórmula:

$T(n) = c1(1)^n - c2(1)^n + c3(\frac{13}{5})^n - c4(\frac{23}{5})^n\ \varepsilon\ O(\frac{23}{5})^n,\ con\ c4\ \neq 0$

Ejercicio 02

$T(n) = T(n-1) + 3,\ con\ T(0) = 1$

Separamos términos:

$T(n) - T(n-1) = 3\ con\ b = 1,\ d = 0$

Fórmula general para ecuaciones no homogéneas:

$(a0x^k + a1x^{k-1} + a2x^{k-2} + ... + ak)(x - b)^{d+1} = 0$

Sustituimos en la fórmula:

$(x-1)(x-1)^1 = 0$

Encontramos las raíces:

$r1 = 1,\ r2 = 1$

Sustituimos en la fórmula:

$T(n) = c1 \cdot n^0 1^n + c2 \cdot n^1 1^n$

$T(n) = c1 + c2 \cdot n\ \varepsilon\ O(n)\ con\ c2 \neq 0$

Ejercicio 03

$T(n) = -5T(n-1) - 6T(n-2) + (42)(4^n),\ con\ T(0) = 18\ y\ T(1) = 61$

Separamos términos:

$T(n) + 5T(n-1) + 6T(n-2) + 42(4^n),\ con\ k = 2,\ b = 4,\ d = 0$

Fórmula general para ecuaciones no homogéneas:

$(a0x^k + a1x^{k-1} + a2x^{k-2} + ... + ak)(x-b)^{d+1} = 0$

Sustituimos en la fórmula:

$(x^2 + 5x + 6)(x-4)^1 = 0$

Encontramos las raíces:

$r1 = 2,\ r2 = -12,\ r3 = 4$

Sustituimos en la fórmula:

$T(n) = c1 \cdot 2^n - c2 \cdot 12^n + c3 \cdot 4^n\ \varepsilon\ O(12^n)\ con\ c2 \neq 0$

Ejercicio 04

$T(n) = 5T(n-2) + 3T(n-1),\ con\ T(1) = 2\ y\ T(2) =- 3$

Igualamos la ecuación con 0:

$T(n) - 3T(n-1) - 5T(n-2) = 0$

Nos damos cuenta que k = 2

Sustituimos:

$x^2 - 3x - 5 = 0$

Encontramos las raíces:

$(x - \frac{6}{5})(x + \frac{22}{5})$

$r1 = \frac{6}{5},\ r2 = \frac{-22}{5}$

Utilizamos la fórmula:

$T(n) = c1r1^n + c1r2^n + ... + ckrk^n$

Sustituimos en la fórmula:

$T(n) = c1(\frac{6}{5})^n + c2(\frac{22}{5})^n\ \varepsilon\ O(\frac{22}{5})^n,\ con\ c2\ \neq 0$