Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ciencias
Escuela Profesional de Matemática **Ciclo 2019-1**

[Código: CM298
Curso: PROCESADOR DE TEXTO CIENTÍFICO Y PROGRAMACIÓN
Docente: Luis Roca G.]

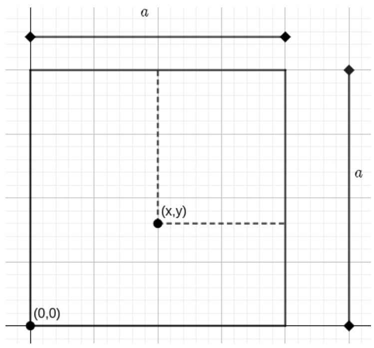
Laboratorio N°1

Escriba un documento LaTeX 2_εcon el siguiente contenido

1. Considere un cuadrado de lado $2a$. R el conjunto de puntos que están mas cerca del centro del cuadrado que de los lados del mismo. Halle el área de R.

   Solución

   Ponemos el origen de coordenadas en el centro del cuadrado



   entonces si $(x, y) \in R$ tenemos que

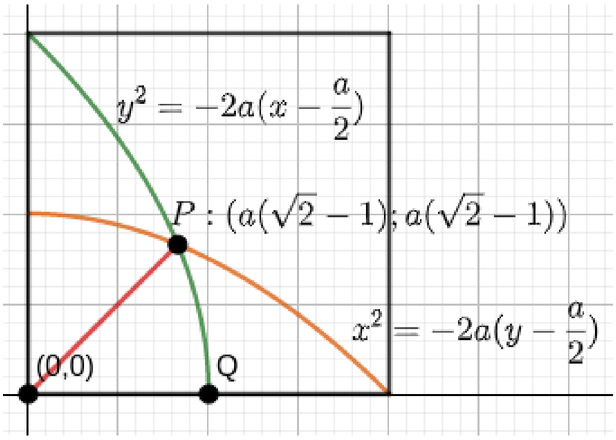
$$\sqrt{x^2 + y^2} \leq a - x \quad \text{y} \quad \sqrt{x^2 + y^2} \leq a - y$$

   esto implica que

$$y^2 \leq a^2 - 2x \quad \text{y} \quad x^2 \leq a^2 - 2y$$

   por lo tanto

   gracias a la simetría del problema el área pedida A,sera 8 veces el área de la región limitada por los segmentos OP, OQ y la curva $y^2 = -2a(x - \frac{a}{2})$ mostrados en la siguiente gráfica



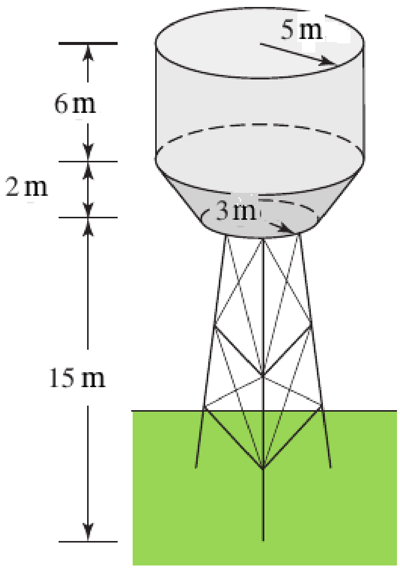
$$A = 8\int_0^{a(\sqrt{2}-1)} (x_2 - x_1)\,\mathrm{d}y$$

donde x_2 es el valor de x sobre el arco PQ y x_1 es el valor de x sobre el segmento OP: $x_2 - x_1 = (-\frac{y^2}{2a} + \frac{a}{2}) - y$, luego

$$A = 8\int_0^{a(\sqrt{2}-1)} (-\frac{y^2}{2a} + \frac{a}{2}) - y\,\mathrm{d}y$$

$$A = 4a^2(\sqrt{2}-1)\left(1 - (\sqrt{2}-1) - \frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)^2\right) = \frac{4}{3}a^2(4\sqrt{2}-5)$$

2. Un tanque en la parte superior de una torre de 15 metros de altura consta de un tronco de un cono sobrepuesto por un cilindro circular recto. Las dimensiones (en metros) se muestran en la figura. Encuentre el trabajo realizado para llenar el tanque con agua desde el nivel del suelo.



Solución

a) Trabajo para llenar el tanque desde los 15 pies hasta los 17 pies sobre el nivel del suelo:

Distancia recorrida $= 15 + x$ con $0 \leq x \leq 2$

Fuerza necesaria $= gdm = g\pi r^2 dx$

Trabajo $= g\pi r^2(15 + x)dx$

r es el radio de la sección trasversal: por proporciones tenemos $\frac{x}{r-3} = \frac{2}{2} \implies r = 3 + x$

$$W_1 = \int_0^2 g\pi(3+x)^2(15+x)\,\mathrm{d}x$$

usamos la regla de Simpson:

$$W_1 = g\pi\frac{2}{6}\left(9(15) + 4(16)(16) + 25(17)\right)$$

b) Trabajo para llenar el tanque desde los 17 pies hasta los 23 pies sobre el nivel del suelo:

Distancia recorrida $= 17 + x$ con $0 \leq x \leq 6$

Fuerza necesaria $= gdm = g\pi 5^2 dx$

Trabajo $= 25g\pi(17+x)dx$

$$W_2 = \int_0^6 25g\pi(17+x)\,\mathrm{d}x$$

usamos la regla del trapecio:

$$W_2 = 25g\pi\frac{6}{2}\left(17+23\right)$$

El trabajo total es

$$W = W_1 + W_2 = 3528g\pi = 108563,6N$$

Uni, 22 de marzo de 2019*

*Hecho en LaTeX