Variáveis aleatórias

Apesar do nome, as variáveis aleatórias na realidade são funções que associam a cada elemento do espaço amostral um número, esse número é definido de acordo com o que se deseja representar com a variável aleatória. > Dado um experimento aleatório com espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$, uma **variável aleatória** é qualquer função $X : \Omega \to \mathbb{R}$ tal que

$$X^{-1}(I) = \{\omega \in \Omega : X(\omega) \in I\} \in \mathcal{F}$$

>Ou seja, X é uma função tal que sua imagem inversa são eventos de $\mathcal{F}$

Por exemplo, a expressão $X^{-1}(\{0\})$, é lida como: imagem inversa do conjunto unitário 0.

Variáveis aleatórias discretas

A variável aleatória $X : \Omega \to \mathbb{R}$ é chamada de **discreta** quando seu conjunto imagem $Im(X)$ é finito ou infinito enumerável, ou seja, os valores possíveis de X podem ser escritos em forma de lista: >

$$Im(X) = \begin{cases} \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, & \text{no caso finito;} \\ \{x_1, x_2, x_3, \dots\}, & \text{no caso infinito;} \end{cases} \quad >$$

Distribuição das probabilidades de uma variável aleatória discreta

Quando trabalhamos com variáveis aleatórias, é possível representar como as probabilidades se distribuem ao longo dos possíveis valores que a variável assume. Fazemos isso através de uma **função de distribuição de probabilidade** que associa para cada valor $x \in Im(X)$ uma probabilidade $p_X(x) \in [0,1]$. >A função de distribuição de probabilidade $p_x : \mathbb{R} \to [0,1]$ é dada por:

$$p_X(x) = \begin{cases} P(X = x), & \text{se } x \in Im(X) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad >$$

com

$$\sum_{x \in Im(X)} p(x) = 1 >$$

Como convenção, sendo X uma variável aleatória discreta com função de distribuição de probabilidade p_X, escrevemos $X \sim p_X$ e dizemos que X **possui distribuição** p_X. Existem alguns **modelos discretos** que definem funções de distribuição de probabilidade para experimentos comuns.

Bernoulli Dado um experimento aleatório $\mathcal{E}$ com espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Seja $X : \Omega \to \mathbb{R}$ uma variável aleatória discreta com conjunto imagem $Im(X)$. Dizemos que X tem distribuição *Bernoulli* com parâmetro θ, $\theta \in]0,1[$, quando $Im(X) = \{0, 1\}$ e sua função de distribuição de probabilidade é dada por: $>$

$$p_X(x) = \begin{cases} \theta^x (1-\theta)^{1-x}, & \text{se } x \in Im(X) \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad >$$

A notação para descrever essa função é $X \sim Bernoulli(\theta)$. Geralmente associamos como **sucesso** a ocorrência de 1 e **fracasso** a ocorrência de 0. É chamado **ensaio de Bernoulli** o experimento aleatório que tem resposta do tipo sucesso e fracasso.

Binomial Dado um experimento aleatório $\mathcal{E}$ com espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Seja $X : \Omega \to \mathbb{R}$ uma variável aleatória discreta com conjunto imagem $Im(X)$. Dizemos que X tem distribuição *Binomial* com parâmetros n e θ, $n \in \mathbb{N}$ e $\theta \in]0, 1[$, quando $Im(X) = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ e sua função de distribuição de probabilidade é dada por: $>$

$$p_X(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} \theta^x (n-\theta)^{1-x}, & \text{se } x \in Im(X) \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad >$$

A notação para descrever essa função é $X \sim Binomial(n, \theta)$. Esse tipo de experimento pode ser interpretado como a **realização de** n ***ensaios de Bernoulli*** **indepentendes, anotando-se o número de sucessos obtidos.** Note que a utilização de $\binom{n}{x}$ nos permite considerar as n [[Contagem#Combinação|combinações]] possíveis desprezando a ordem.

Geométrica Dado um experimento aleatório $\mathcal{E}$ com espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Seja $X : \Omega \to \mathbb{R}$ uma variável aleatória discreta com conjunto imagem $Im(X)$. Dizemos que X tem distribuição *Geométrica* com parâmeto θ, $\theta \in]0, 1[$, quando $Im(X) = \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ e sua função de distribuição de probabilidade é dada por: $>$

$$p_X(x) = \begin{cases} (1-\theta)^x \theta, & \text{se } x \in Im(X) \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad >$$

A notação para descrever essa função é $X \sim Geomtrica(\theta)$. Esse tipo de experimento pode ser interpretado como a **realização de** n ***ensaios de Bernoulli*** **indepentendes, anotando-se o número de fracassos obtidos antes de obter o primeiro sucesso.**

Variáveis aleatórias contínuas

A variável aleatória $X : \Omega \to \mathbb{R}$ é chamada de **contínua** quando seu conjunto imagem $Im(X)$ não é enumerável. Vamo integrar os bagulho pra achar a tal da função densidade de probabilidade

```
{r echo = FALSE} 2 + 2 library(scatterplot3d) attach(trees)
scatterplot3d(Girth, Height, Volume, main = "3D Scatterplot of
trees dataset")
```

---

created: 23/03/2021 modified: 23/03/2021