

# Taller de Probabilidad y Estadística Taller 3, 4 y ejercicios Adicionales con python

## Taller 4

### Distribución de Poisson

#### Ejercicio 1: Accidentes de tránsito

En una intersección muy concurrida, el promedio histórico de accidentes de tránsito es de 3 accidentes por mes. La alcaldía implementó nueva señalización y quiere evaluar su impacto.

##### Pregunta

Si la tasa de accidentes sigue siendo la misma, ¿cuál es la probabilidad de que en un mes se registren a lo sumo 2 accidentes?

**Datos:**  $\lambda = 3$

**Solución:**

$$P(X \leq 2) = P(0) + P(1) + P(2)$$

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$P(0) = 0.0498, \quad P(1) = 0.1494, \quad P(2) = 0.2240$$

$$P(X \leq 2) = 0.4232$$

##### Respuesta

La probabilidad de tener a lo sumo 2 accidentes en un mes es 42.32%.

---

#### Ejercicio 2: Correos recibidos

Una persona recibe en promedio 6 correos electrónicos por hora.

### Pregunta

¿Cuál es la probabilidad de recibir exactamente 8 correos en una hora?

**Datos:**  $\lambda = 6, x = 8$

$$P(X = 8) = \frac{e^{-6} \cdot 6^8}{8!} = 0.1033$$

### Respuesta

La probabilidad de recibir exactamente 8 correos en una hora es 10.33%.

## Distribución Normal

### Ejercicio 1: Producción de botellas

#### Pregunta

¿Qué porcentaje de botellas contiene entre 495 ml y 510 ml si la máquina llena botellas de 500 ml con desviación estándar de 5 ml?

**Datos:**  $\mu = 500, \sigma = 5$

$$z_1 = \frac{495 - 500}{5} = -1, \quad z_2 = \frac{510 - 500}{5} = 2$$

$$P(495 < X < 510) = P(Z > -1) - P(Z > 2) = 0.8413 - 0.0228 = 0.8185$$

#### Respuesta

El 81.85% de las botellas contiene entre 495 y 510 ml.

### Ejercicio 2: Tiempo de atención médica

#### Pregunta

¿Cuál es la probabilidad de que un paciente sea atendido en más de 30 minutos si la atención sigue distribución normal con  $\mu = 25$  y  $\sigma = 4$ ?

$$z = \frac{30 - 25}{4} = 1.25, \quad P(X > 30) = P(Z > 1.25) = 0.1056$$

#### Respuesta

La probabilidad de que un paciente espere más de 30 minutos es 10.56%.

---

---

## Taller 3

### Ejercicio 1: Probabilidad conjunta continua - Cafetería

En una cafetería, el tiempo de espera para ser atendido ( $X$ ) y el tiempo de consumo del café ( $Y$ ) se miden en minutos. Se sabe que ambos varían entre 0 y 10 minutos, y que siguen una distribución conjunta uniforme:

$$f(x, y) = \frac{1}{100}, \quad 0 < x < 10, \quad 0 < y < 10$$

#### Pregunta

Verifica que  $f(x, y)$  es una densidad válida. Calcula la probabilidad de que una persona espere menos de 3 minutos y consuma su café en menos de 5 minutos.

**Verificación de densidad:**

$$\int_0^{10} \int_0^{10} f(x, y) dy dx = \int_0^{10} \int_0^{10} \frac{1}{100} dy dx = \frac{1}{100} \cdot 10 \cdot 10 = 1$$

**Cálculo de probabilidad:**

$$P(X < 3, Y < 5) = \int_0^3 \int_0^5 \frac{1}{100} dy dx = \frac{1}{100} \cdot 3 \cdot 5 = 0.15$$

#### Respuesta

La densidad es válida y la probabilidad de que una persona espere menos de 3 minutos y consuma su café en menos de 5 minutos es 0.15 (15%).

**Confirmación con Python:**

```
# Densidad uniforme 2D
f_xy = 1/100
P = f_xy * 3 * 5
print(P) # 0.15
```

---

### Ejercicio 2: Probabilidad conjunta discreta - Extracción de bolas

Una urna contiene 3 bolas rojas y 2 bolas azules. Se extraen 2 bolas sin reposición. Sea  $X$  = número de bolas rojas,  $Y$  = número de bolas azules.

La función de probabilidad conjunta es:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\binom{3}{x} \binom{2}{y}}{\binom{5}{2}}, & x + y = 2 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases}$$

### Pregunta

Calcula la probabilidad de extraer dos bolas rojas:  $P(X = 2, Y = 0)$ .

**Cálculo:**

$$P(X = 2, Y = 0) = \frac{\binom{3}{2}\binom{2}{0}}{\binom{5}{2}} = \frac{3 \cdot 1}{10} = 0.3$$

### Respuesta

La probabilidad de extraer dos bolas rojas es 0.3 (30%).

**Confirmación con Python:**

```
from math import comb

P = comb(3,2) * comb(2,0) / comb(5,2)
print(P)  # 0.3
```

## Ejercicios adicionales - Caso discreto y continuo

### Caso discreto

#### Aplicación Binomial

### Pregunta

Un fabricante de bombillas sabe que la probabilidad de que una bombilla sea defectuosa es 0.02. Se inspeccionan 50 bombillas. ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 2 bombillas estén defectuosas?

$$P(X = 2) = \binom{50}{2} (0.02)^2 (0.98)^{48} \approx 0.27$$

### Respuesta

La probabilidad de que exactamente 2 bombillas sean defectuosas es 27%.

**Confirmación con Python:**

```
from scipy.stats import binom

n = 50
p = 0.02
x = 2
```

```
prob = binom.pmf(x, n, p)
print(prob) # Output: 0.2702 aprox.
```

---

## Caso continuo

### Aplicación Exponencial

#### Pregunta

El tiempo de vida de una batería sigue una distribución exponencial con media 200 horas. ¿Cuál es la probabilidad de que dure más de 250 horas?

$$\lambda = 1/200 = 0.005, \quad P(X > 250) = e^{-0.005 \cdot 250} = 0.2865$$

#### Respuesta

La probabilidad de que la batería dure más de 250 horas es 28.65%.

#### Confirmación con Python:

```
from scipy.stats import expon

lambda_ = 1/200
x = 250

prob = expon.sf(x, scale=1/lambda_)
print(prob) # Output: 0.2865 aprox.
```