

概率论第一次随堂测试

November 5, 2020

1. 设一仓库中有十箱同样规格的产品，其中五箱、三箱、两箱依次为甲厂、乙厂、丙厂的.且甲厂、乙厂、丙厂生产的产品的次品率依次为 $1/10$ 、 $1/10$ 、 $1/20$. 从这十箱中任取一箱，再从取得的这箱中任取一件产品，求

(1) 取得次品的概率;

(2) 已知取得次品，该次品是甲厂生产的概率是多少?

Ans: A(产品来自甲), B(产品来自乙), C(产品来自丙), D(取得次品)

(1).

$$\begin{aligned} P(D) &= P(D|A)P(A) + P(D|B)P(B) + P(D|C)P(C) \\ &= \frac{1}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{20} \times \frac{2}{10} \end{aligned}$$

(2).

$$P(A|D) = \frac{P(AD)}{P(D)} = \frac{P(D|A)P(A)}{P(D)}$$

2. 已知某电话交换台每分钟接到的呼叫次数 X 服从参数 $\lambda = 3$ 的 Poisson 分布，求:

(1) 每分钟恰好接到 3 次呼唤的概率;

(2) 每分钟内接到呼唤的次数不超过 4 次的概率.

Ans:

(1).

$$P\{X = 3\} = \frac{3^3 e^{-3}}{3!}$$

(2).

$$P\{X \leq 4\} = \sum_{k=0}^4 \frac{3^k e^{-3}}{k!}$$

3. 将一温度调节器放置在储存着某种液体的容器内, 调节器定在 $d^\circ C$. 液体的温度 X (以 C 计)是一个随机变量,且 $X \sim N(d, 1)$.

(1) 若 $d = 90$,求 X 大于89的概率.

(2) 若要求保持液体的温度大于80的概率不低于0.99, 问 d 至少为多少?

Ans:

(1).

$$\begin{aligned} P\{X \geq 89\} &= 1 - P\{x \leq 89\} \\ &= 1 - P\left\{\frac{X - 90}{1} \leq \frac{89 - 90}{1}\right\} \\ &= 1 - \Phi(-1) \\ &= 1 - (1 - \Phi(1)) \\ &= \Phi(1) \end{aligned}$$

查表

(2).

$$\begin{aligned} P\{X \geq 80\} \geq 0.99 &\Rightarrow 1 - P\left\{\frac{X - d}{1} \leq \frac{80 - d}{1}\right\} \geq 0.99 \\ &\Rightarrow 1 - \Phi\left(\frac{80 - d}{1}\right) \geq 0.99 \\ &\Rightarrow \Phi\left(\frac{d - 80}{1}\right) \geq 0.99 \end{aligned}$$

分布函数是一个非减函数, 所以我们可以查表找到一个变量 $\Phi(X_a) = 0.99$ 那么就可以列出算式.

$$\Phi\left(\frac{d-80}{1}\right) \geq \Phi(X_a) \Rightarrow \frac{d-80}{1} \geq X_a \Rightarrow d \geq X_a + 80$$