

# Lista de Exercícios - Projeto e Análise de Algoritmos

Luiz Alberto do Carmo Viana

29 de novembro de 2019

## Questão 1

Dois grafos  $G_1 = (V_1, E_1)$  e  $G_2 = (V_2, E_2)$  são isomorfos se existe uma função  $f : V_1 \rightarrow V_2$  tal que  $\{u, v\} \in E_1$  sse  $\{f(u), f(v)\} \in E_2$ . Em palavras, grafos isomorfos são estruturalmente idênticos. O problema  $\text{ISOMORPHIC}(G_1, G_2)$  consiste em decidir se  $G_1$  é isomorfo a algum subgrafo de  $G_2$ . Mostre que  $\text{ISOMORPHIC}$  é NP-completo. Dica: talvez seja possível usar  $G_1$  para buscar por certas estruturas dentro de  $G_2$ .

## Questão 2

Dados um subconjunto de naturais  $S$  e um natural  $t$ ,  $\text{SUBSET-SUM}(S, t)$  consiste em decidir se há um subconjunto de  $S$  cuja soma dos elementos é  $t$ . Um outro problema  $\text{SET-PARTITION}(S)$  consiste em decidir se  $S$  pode ser particionado em dois subconjuntos de mesma soma. Sabendo que  $\text{SUBSET-SUM}$  é NP-completo, prove que  $\text{SET-PARTITION}$  é NP-completo.

## Questão 3

O problema  $\text{HAMILTONIAN-PATH}(G)$  consiste em decidir se  $G$  possui um caminho hamiltoniano (que passa por todos os vértices). Já o problema  $\text{HAMILTONIAN-CYCLE}(G)$  consiste em decidir se  $G$  possui um ciclo hamiltoniano. Sabendo que  $\text{HAMILTONIAN-PATH}$  é NP-completo, prove que  $\text{HAMILTONIAN-CYCLE}$  é NP-completo. Agora faça o contrário.

## Questão 4

O problema  $\text{HALF-SAT}(\phi)$  consiste em decidir se há uma valoração para as variáveis de uma fórmula CNF  $\phi$  tal que exatamente metade de suas  $m$  cláusulas seja satisfeita. Certamente,  $\text{HALF-SAT}(\phi) = F$  se  $m$  for ímpar, e portanto essas instâncias não são interessantes. Mostre que  $\text{HALF-SAT}$  é NP-completo.

## Questão 5

O problema  $\text{HITTING-SET}(\mathcal{S}, k)$  consiste em decidir se, dada uma família de conjuntos  $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ , existe um conjunto  $H$  com no máximo  $k$  elementos tal que  $H \cap S_i \neq \emptyset$ , para  $1 \leq i \leq n$ . Mostre que  $\text{HITTING-SET}$  é NP-completo.

## Questão 6

O problema  $\text{MAX-DEG-SPANNING-TREE}(G, k)$  consiste em decidir se  $G$  possui uma árvore geradora  $T$  com  $\Delta(T) \leq k$ . Prove que esse problema é NP-completo. Dica: você pode admitir que  $\text{HAMILTONIAN-PATH}$  é NP-completo.

## Questão 7

Dado um grafo conexo  $G = (V, E)$ , um conjunto  $S \subseteq V$  é dito dominante se cada vértice de  $G$  ou está em  $S$  ou tem um vizinho em  $S$ . O problema  $\text{DOMINATING-SET}(G, k)$  consiste em decidir se  $G$  possui um conjunto dominante com no máximo  $k$  vértices. Prove que esse problema é NP-completo. Dica: cobertura e dominância são conceitos muito parecidos; toda cobertura de vértices é um conjunto dominante, mas e a volta? Seria possível estender um grafo de forma que a volta também fosse verdade?