

# Pesquisa Operacional

PROFESSORA: Diane Castonguay

1. Pedro Henrique cursa 5 disciplinas ( $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5$ ). Ele possui 40 horas para estudos semanalmente. Cada disciplina precisa de no mínimo 3 horas de estudo semanal. Ele não quer estudar para nenhuma disciplina três vezes mais tempo de que qualquer outra. Pedro Henrique atribuiu para cada disciplina  $d_i$ , um rendimento  $r_i$  por hora estudada. Ele quer maximizar o rendimento total. Ajude-o montando o modelo matemático em forma de Problema de Programação Linear.
2. Um nutricionista precisa estabelecer uma dieta contendo pelo menos 100 unidades de vitamina C, 50 unidades de fibras e no máximo 42 unidades de carboidratos. Esses elementos estão contidas em quantidades variadas em dois alimentos que vamos chamar S e T. O alimento S contém 3 unidades de vitamina C, 2 unidades de fibras e 3 unidades de carboidratos. O alimento T contém 2 unidades de vitamina C, 4 unidades de fibras e 3 unidades de carboidratos. Qual é a quantidade indicada de cada alimento que minimiza o custo sabendo que S custa R\$ 5 e T custa R\$ 3.
3. Queremos formar 3 ligas metálicas  $L_1, L_2$  e  $L_3$  a partir de 5 Matérias-primas  $R_1, R_2, R_3$  e  $R_4$ . Sabemos que:
  - uma unidade da matéria-prima  $R_1$  contém 3 unidades do metal  $M_1$  e 1 unidades do metal  $M_2$ . Só existe 32 unidades disponíveis da matéria-prima  $R_1$  e cada uma custa 5 unidades monetárias.
  - uma unidade da matéria-prima  $R_2$  contém 4 unidades do metal  $M_1$  e 1 unidades do metal  $M_2$ . Só existe 94 unidades disponíveis da matéria-prima  $R_2$  e cada uma custa 8 unidades monetárias.
  - uma unidade da matéria-prima  $R_3$  contém 5 unidades do metal  $M_1$  e 9 unidades do metal  $M_2$ . Só existe 24 unidades disponíveis da matéria-prima  $R_3$  e cada uma custa 9 unidades monetárias.
  - uma unidade da matéria-prima  $R_4$  contém 2 unidades do metal  $M_1$  e 6 unidades do metal  $M_2$ . Só existe 56 unidades disponíveis da matéria-prima  $R_4$  e cada uma custa 7 unidades monetárias.
  - uma unidade da liga  $L_1$  contém 2 unidades do metal  $M_1$  e 7 unidades do metal  $M_2$ , cada unidade desta liga é vendida a 182 unidades monetárias.

- uma unidade da liga  $L_2$  contém 1 unidades do metal  $M_1$  e 8 unidades do metal  $M_2$ , cada unidade desta liga é vendida a 845 unidades monetárias.
- uma unidade da liga  $L_3$  contém 2 unidades do metal  $M_1$  e 8 unidades do metal  $M_2$ , cada unidade desta liga é vendida a 904 unidades monetárias.

Qual deve ser a produção das ligas para que o lucro seja o maior possível?

4. Uma empresa mineradora possui duas jazidas diferentes que produzem um dado tipo de minério. Depois do minério ser triturado ele é classificado em três classes: superior, médio e inferior. Existe uma certa demanda para cada classe de minério. A empresa de mineração possui uma fábrica de beneficiamento com a necessidade de 15 toneladas da classe superior, 10 da média e 25 da inferior por semana. A empresa gasta R\$1000,00 por dia para operar a primeira jazida e R\$730,00 para operar a segunda. Essas jazidas têm contudo, capacidades diferentes. Durante um dia de operação, a primeira jazida produz 10 toneladas de minério de classe superior, 6 de classe média e 3 de classe inferior, enquanto que a segunda jazida produz diariamente 2 toneladas de minério de classe superior, 4 de classe média e 15 de classe inferior. Pergunta-se quantos dias por semana deve operar cada jazida para satisfazer, da maneira mais econômica, as encomendas feitas à empresa?
5. Uma empresa tem dois depósitos ( $A_1, A_2$ ) para produtos que devem satisfazer a demanda de três clientes ( $B_1, B_2, B_3$ ). A quantidade de produtos em cada depósito e as demandas dos clientes são especificados na tabela a seguir que contém também o custo de transporte de uma unidade do produto de cada depósito a cada cliente.

|         | $B_1$ | $B_2$ | $B_3$ | disponibilidade |
|---------|-------|-------|-------|-----------------|
| $A_1$   | 1     | 4     | 9     | 200             |
| $A_2$   | 6     | 8     | 4     | 500             |
| Demanda | 200   | 400   | 100   |                 |

Determine qual quantidade cada cliente deve receber de cada depósito afim de minimizar o custo total do transporte, satisfazendo as restrições.

6. Considere o problema de armazenamento de uma mercadoria para venda futura. O problema é distribuído por três períodos sucessivos. Cada vez, podemos comprar e / ou vender e o preço de venda unitário é igual ao preço de compra, conforme especificado na tabela abaixo. Além disso, o custo de armazenamento de cada unidade é de R\$ 1,00 por período e a capacidade de armazenamento é de 60 unidades.

| Período | Preço unitário |
|---------|----------------|
| 1       | 4              |
| 2       | 9              |
| 3       | 6              |

Determinar para cada período, as quantidades a comprar, armazenar e vender para maximizar os lucros ao longo dos 3 períodos, assumindo que 30 unidades estão disponíveis inicialmente.

7. Os sorvetes produzidos pela companhia são do tipo picolé e copinho, sendo que a produção de copinho consome 65% a mais de mão de obra do que a de picolé. Com relação à mão de obra, sabe-se também que se a companhia dedicasse apenas na produção de picolé, ela poderia produzir 127 toneladas por dia. O consumo máximo diário do mercado é de 80 e 92 toneladas, respectivamente, para copinho e picolé. A companhia deve produzir diariamente pelo menos 14 toneladas de picolé e 8 toneladas de copinho. O lucro por tonelada é de R\$ 2700,00 para copinho e de R\$ 1900,00 para picolé. Maximizar o lucro seguindo as restrições.
8. Pelo fato de ser inconstante a quantidade de passageiros, uma companhia de ônibus necessita de um número variado de motoristas dependendo do horário. O número mínimo de motoristas necessários são: 13 para o período entre 2 e 5 horas; 34 entre 5 e 8; 28 entre 8 e 11; 22 entre 11 e 14; 25 entre 14 e 17; 34 entre 17 e 20; 30 entre 20 e 23; e 20 entre 23 e 2. Os motoristas trabalham 9 horas seguidas, podendo começar às 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 ou 23 horas. Formule o problema obtendo um modelo matemático que possibilite, a companhia em questão, elaborar um plano de trabalho de modo que o número de motoristas seja o menor possível.
9. Uma empresa fabrica três produtos  $P_1, P_2$  e  $P_3$ . Cada unidade dos produtos  $P_1$  e  $P_2$  devem ser fabricado com a ajuda de três máquinas  $M_1, M_2$  e  $M_3$  e cada unidade do produto  $P_3$  deve ser realizado com a ajuda das máquinas  $M_1$  e  $M_3$ . A disponibilidade anual de cada máquina é dada na tabela a seguir:

| Máquina | Disponibilidade (em minutos) |
|---------|------------------------------|
| $M_1$   | 90 000                       |
| $M_2$   | 84 000                       |
| $M_3$   | 52 000                       |

Os tempos de operação, em minutos, para a realização de cada produto são dados na tabela a seguir:

|       | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ |
|-------|-------|-------|-------|
| $M_1$ | 2     | 4     | 3     |
| $M_2$ | 3     | 6     | -     |
| $M_3$ | 1     | 3     | 2     |

O custo de fabricação de cada unidade de cada produtos é dado na tabela a seguir:

|               | $P_1$    | $P_2$    | $P_3$    |
|---------------|----------|----------|----------|
| Mão de obra   | R\$ 0,25 | R\$ 0,50 | R\$ 0,25 |
| Materia prima | R\$ 0,25 | R\$ 2,50 | R\$ 2,25 |

O gerente da empresa aprovou um orçamento de um valor máximo de R\$ 10.000,00 para mão de obra e de R\$ 80.000,00 para as materias primas. Para responder a demanda de um cliente, a empresa deve fabricar pelo menos 4000 unidades do produto  $P_3$ . Os preços de vendas por unidade são de R\$ 10,75 para  $P_1$ , R\$ 15,00 para  $P_2$  e R\$ 10,00 para  $P_3$ . Como otimizar a fabricação?

10. Um fazendeiro está estudando a divisão de sua propriedade nas seguintes atividades produtivas:

a) Arrendamento - Destinar certa quantidade de alqueires Para a plantação de cana de açúcar, a uma usina local, que se encarrega da atividade e paga pelo aluguel da terra R\$ 300,00 por alqueire por ano;

b) Pecuária - Usar outra parte para a criação de gado de corte. A recuperação das pastagens requer adubação (100 kg/alqueire) e irrigação(100.000 litros de água/alqueire) por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R\$400,00 por alqueire por ano.

c) Plantio de Soja - Usar uma terceira parte para o plantio de soja. Essa cultura requer 200 kg por alqueire de adubos e 200.000 litros de água por alqueire para irrigação por ano. O lucro estimado nessa atividade é de R\$500,00 por alqueire por ano.

A disponibilidade de recursos por ano é de 12.750.000 litros de água, 14.000 kg de adubo e 100 alqueires de terra. Quantos alqueires deverá destinar a cada atividade para proporcionar o melhor retorno?

11. Uma empresa mineradora possui duas jazidas diferentes que produzem um dado tipo de minério. Depois do minério ser triturado ele é classificado em três classes: superior, médio e inferior. Existe uma certa demanda para cada classe de minério. A empresa de mineração possui uma fábrica de beneficiamento com a capacidade para 12 toneladas da classe superior, 8 da média e 24 da inferior por semana. A empresa gasta UM 900,00 por dia para operar a primeira jazida e UM 720,00 para operar a segunda. Essas

jazidas têm contudo, capacidades diferentes. Durante um dia de operação, a primeira jazida produz 6 toneladas de minério de classe superior, 2 de classe média e 4 de classe inferior, enquanto que a segunda jazida produz diariamente 2 toneladas de minério de classe superior, 2 de classe média e 12 de classe inferior. Pergunta-se quantos dias por semana deve operar cada jazida para satisfazer, da maneira mais econômica, as encomendas feitas à empresa?

12. O departamento de marketing de uma empresa estuda a forma mais econômica de aumentar em 30% as vendas de seus dois produtos P1 e P2. As alternativas são:
- Investir em um programa institucional com outras empresas do mesmo ramo. Esse programa deve proporcionar um aumento de 3% nas vendas de cada produto, para cada R\$ 1.000,00 investidos.
  - Investir diretamente na divulgação dos produtos. Cada R\$ 1.000,00 investidos em P1 retornam um aumento de 4% nas vendas, enquanto que para P2 o retorno é de 10%.
- A empresa dispõe de R\$ 10.000,00 para esse empreendimento. Quanto deverá destinar a cada atividade?
13. Certa empresa fabrica 2 produtos P1 e P2. O lucro por unidade de P1 é de 100 reais e o lucro unitário de P2 é de 150 reais. A empresa necessita de 2 horas para fabricar uma unidade de P1 e 3 horas para fabricar uma unidade de P2. O tempo mensal disponível para essas atividades é de 120 horas. As demandas esperadas para os dois produtos levaram a empresa a decidir que os montantes produzidos de P1 e P2 não devem ultrapassar 40 unidades de P1 e 30 unidades de P2 por mês. Construa o modelo do sistema de produção mensal com o objetivo de maximizar o lucro da empresa.