

STREAM CIPHERS 1 + ONE TIME PAD (OTP)

↳ CIFRAS DE FLUXO!

↳ PARTE SIMÉTRICA

* DEF: Uma cifra é definida como: $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$

"um par de algoritmos (E, D) eficientes onde:

$$D(K, E(K, m)) = m$$

$$E = \mathcal{K} \times \mathcal{M} \rightarrow \mathcal{C}, D = \mathcal{K} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{M}, \text{ ou seja, } \\ \forall m \in \mathcal{M}, K \in \mathcal{K}: D(K, E(K, m)) = m$$

↳ eficiência significa executar em X tempo.

↳ cifrar em X tempo.

* E: randômico

* D: determinístico

ONE TIME PAD (VERNAM 1917)

Exemplo: $\mathcal{M} = \mathcal{C} = \{0, 1\}^n$

$\mathcal{K} = \{0, 1\}^n$

↳ string de bits aleatória, não se sabe como e nem a sequência.

$$C := E(K, m) = K \oplus m$$

$$D(K, C) = K \oplus C$$

$$D(K, E(K, m)) = D(K, K \oplus m) = K \oplus (K \oplus m) = \\ = (K \oplus K) \oplus m = 0 \oplus m = m$$

$$\begin{array}{rcccccccc} \text{msg} & = & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & \oplus \\ K & = & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \\ \hline \text{CT} & = & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & \end{array}$$

- Questão: • Você recebe uma mensagem (m) e sua cifra (c) OTP.
- Você consegue computar a chave OTP a partir de m e c ?

R.: Sim, a chave é $k = m \oplus c$

- * OTP é rápido para cifrar e decifrar, mas tem chaves muito longas (tão longas quanto o texto da mensagem)

↪ mas, o que torna essa cifra segura então?

Information theoretic security

— SHANNON 1949

- * CT: cipher text \rightarrow texto cifrado
- * PT: plain text \rightarrow texto em claro
- * Ideia básica: CT não deve revelar nenhuma informação sobre o PT
- * DEF: Uma cifra (E, D) em $(\mathcal{K}, \mathcal{M}, \mathcal{C})$ tem um segredo perfeito se:

$$\forall m_0, m_1 \in \mathcal{M} \quad (\text{len}(m_0) = \text{len}(m_1))$$

$$\forall c \in \mathcal{C} : P_K [E(K, m_0) = c] = P_K [E(K, m_1) = c]$$

↪ onde K é uniforme em \mathcal{K} ($K \xleftarrow{R} \mathcal{K}$)

Se a mensagem for interceptada, o terceiro/atacante não poderá afirmar se é 0 ou 1, já que ambos podem ser o c cifrados.

Provando isso: "OTP tem um segredo perfeito"

$$\forall m, c = \Pr[E(k, m) = c] = \frac{\#\text{chaves } k \in \mathcal{K} \text{ que } E(k, m) = c}{|\mathcal{K}|}$$

$$\text{Então, } \forall m, c: \#\{k \in \mathcal{K}: E(k, m) = c\} = \underline{\underline{\text{const.}}}$$



tem um segredo perfeito!

Questão: Dado $m \in \mathcal{M}$ e $c \in \mathcal{C}$. Quantas chaves OTP mapeiam m para c ?

$$\begin{aligned} R.: 1. \text{ Para OTP: se } E(k, m) = c \\ \Rightarrow k \oplus m = c \Rightarrow k = m \oplus c \\ \Rightarrow \#\{k \in \mathcal{K}: E(k, m) = c\} = 1 \quad \forall m, c \\ \Rightarrow \text{OTP tem um segredo perfeito} \end{aligned}$$

PORÉM, ... FALTA UMA PROPRIEDADE DO
segredo PERFEITO:

$$* |\mathcal{K}| \geq |\mathcal{M}|$$

