INSTITUTO
FEDERAL
Santa Catarina

Câmpus
São José

Transformada de Fourier

Tempo Discreto

Curso: Engenharia de Telecomunicações
Disciplina: PSD129005 - Processamento de Sinais Digitais
Professora: Elen Macedo Lobato

Aluna
Luiza Kuze Gomes

31 de julho de 2025

Sumário

1 Introdução

Este trabalho tem como objetivo aplicar a Transformada Discreta de Fourier (DFT) no contexto de sinais em tempo discreto. Por meio da resolução das questões propostas, são exploradas propriedades como convolução circular.

2 Questões

Nesta seção, são resolvidas duas questões envolvendo a Transformada Discreta de Fourier (DFT). A primeira trata de conceitos fundamentais como convolução circular e multiplicação espectral. A segunda aborda propriedades de modulação no domínio da frequência, parte imaginária da DFT e reconstrução parcial do sinal a partir de seus coeficientes.

2.1 Questão 2

Suponha que temos duas sequências de quatro pontos $\mathsf{x}[\mathsf{n}]$ e $\mathsf{h}[\mathsf{n}]$, da seguinte forma:

$$x[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right), \quad n = 0, 1, 2, 3$$

$$h[n] = 2^n, \quad n = 0, 1, 2, 3$$

a) Calcule a DFT de quatro pontos $\mathsf{X}[\mathsf{k}]$.

b) Calcule a DFT de quatro pontos $\mathsf{H}[\mathsf{k}]$.

c) Calcule $\mathsf{y}[\mathsf{n}] = \mathsf{x}[\mathsf{n}] \; ④ \; \mathsf{h}[\mathsf{n}]$ (realizando a convolução circular diretamente).

d) Calcule $\mathsf{y}[\mathsf{n}]$ do item (c) multiplicando as DFTs de $\mathsf{x}[\mathsf{n}]$ e $\mathsf{h}[\mathsf{n}]$ e realizando uma DFT inversa.

2.1.1 Letra A

Inicialmente, determinamos explicitamente os valores da sequência dada pela expressão:

$$x[n] = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right), \quad n = 0, 1, 2, 3$$

Os cálculos ponto a ponto estão apresentados abaixo para clareza:

n	$\mathsf{x}[\mathsf{n}] = \cos\left(\frac{\mathsf{n}\pi}{2}\right)$	$\mathsf{x}[\mathsf{n}]$
0	$\cos\left(\frac{0\pi}{2}\right) = \cos(0)$	1
1	$\cos\left(\frac{1\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$	0
2	$\cos\left(\frac{2\pi}{2}\right) = \cos(\pi)$	-1
3	$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	0

Portanto, podemos reescrever essa sequência de forma vetorial ou como um conjunto de impulsos discretos:

$$x[n] = [1,\ 0,\ -1,\ 0] = \delta[n] - \delta[n-2]$$

A Transformada Discreta de Fourier (DFT) é dada pela expressão geral:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \quad k = 0, 1, \ldots, N-1 \tag{1}$$

Utilizando os valores encontrados para $x[n]$ e $N = 4$, substituímos diretamente na equação (1):

$$X[k] = \sum_{n=0}^{3} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi}{4}kn}$$

Fazendo as substituições pontualmente:

$$X[k] = \underbrace{(1) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}k\cdot 0}}_{n=0} + \underbrace{(0) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}k\cdot 1}}_{n=1} + \underbrace{(-1) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}k\cdot 2}}_{n=2} + \underbrace{(0) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}k\cdot 3}}_{n=4}$$

Refatorando a expressão acima:

$$X[k] = 1 - e^{-j\frac{2\pi}{4}2k} = 1 - e^{-j\pi k}$$

Utilizando a identidade de Euler:

$$e^{-j\pi k} = \cos(\pi k) - j\sin(\pi k)$$

Agora, analisamos cada parte da expressão:

- $\cos(\pi k) = (-1)^k$, pois o cosseno de múltiplos de π alterna entre 1 e -1. Ou seja:

  $$\cos(\pi \cdot 0) = 1, \quad \cos(\pi \cdot 1) = -1, \quad \cos(\pi \cdot 2) = 1, \quad \cos(\pi \cdot 3) = -1, \ldots$$

  Portanto, $\cos(\pi k)$ segue exatamente o padrão de $(-1)^k$.

- $\sin(\pi k) = 0$, pois seno de múltiplos inteiros de π é sempre zero:

  $$\sin(0) = 0, \quad \sin(\pi) = 0, \quad \sin(2\pi) = 0, \quad \sin(3\pi) = 0, \ldots$$

Substituindo esses resultados na identidade de Euler, temos:

$$e^{-j\pi k} = (-1)^k$$

E substituindo de volta na expressão de $X[k]$:

$$X[k] = 1 - (-1)^k$$

Portanto, a DFT simplificada da sequência é:

$$X[k] = 1 - (-1)^k$$

Essa forma é útil pois mostra diretamente como o valor de $X[k]$ depende da paridade de k. Fazendo um sumário para o resultado final, temos:

$$\boxed{X[k] = \begin{cases} 0, & \text{se } k \text{ par} \\ 2, & \text{se } k \text{ ímpar} \end{cases}}$$

2.1.2 Letra B

A sequência $h[n]$ é definida como:

$$h[n] = 2^n, \quad n = 0, 1, 2, 3$$

Calculamos os valores de $h[n]$ ponto a ponto:

n	$h[n] = 2^n$	$h[n]$
0	2^0	1
1	2^1	2
2	2^2	4
3	2^3	8

Portanto, temos:

$$h[n] = [1,\ 2,\ 4,\ 8] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + 4\delta[n-2] + 8\delta[n-3]$$

Aplicamos a equação (1) para calcular a DFT de $h[n]$. Como $N = 4$, substituímos diretamente os valores da sequência $h[n]$:

$$H[k] = \underbrace{(1) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}k\cdot 0}}_{n=0} + \underbrace{(2) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}k\cdot 1}}_{n=1} + \underbrace{(4) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}k\cdot 2}}_{n=2} + \underbrace{(8) \cdot e^{-j\frac{2\pi}{4}k\cdot 3}}_{n=3}$$

Simplificando, considerando que $e^0 = 1$ e reescrevendo as demais exponenciais, temos:

$$\boxed{H[k] = 1 + 2e^{-j\frac{\pi}{2}k} + 4e^{-j\pi k} + 8e^{-j\frac{3\pi}{2}k}}$$

2.1.3 Letra C

Sabemos que a convolução linear é definida por:

$$y[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m] \cdot h(n-m) \tag{2}$$

Contudo, no contexto da DFT, tanto $x[n]$ quanto $h[n]$ são consideradas periódicas com período N. Assim, essa operação torna-se uma *convolução circular*, e os índices devem ser tratados de forma cíclica. Isso nos leva à forma:

$$y[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m] \cdot h[(n-m) \bmod N] \tag{3}$$

Aplicando na equação (3) os valores de $N = 4$, $x[n] = [1,\ 0,\ -1,\ 0]$ e $h[n] = [1,\ 2,\ 4,\ 8]$, obtemos a expressão expandida abaixo para a convolução circular.

Note que, na equação (3), o índice n é fixado, e a soma é realizada sobre o índice m. A seguir, escrevemos os termos da soma explicitamente, destacando a contribuição de cada valor de $m = 0, 1, 2, 3$:

$$y[n] = \underbrace{x[0] \cdot h[n \bmod 4]}_{m=0} + \underbrace{x[1] \cdot h[(n-1) \bmod 4]}_{m=1} + \underbrace{x[2] \cdot h[(n-2) \bmod 4]}_{m=2} + \underbrace{x[3] \cdot h[(n-3) \bmod 4]}_{m=3}$$

Como $x[1] = 0$ e $x[3] = 0$, restam apenas os termos:

$$y[n] = x[0] \cdot h[n \bmod 4] + x[2] \cdot h[(n-2) \bmod 4]$$

Sabendo que $x[0] = 1$ e $x[2] = -1$, temos:

$$y[n] = h[n \bmod 4] - h[(n-2) \bmod 4]$$

Como estamos realizando uma convolução circular de 4 pontos, conforme definido no enunciado, o sinal de saída $y[n]$ também será periódico com período 4. Portanto, é suficiente calcular os valores de $y[n]$ para $n = 0, 1, 2, 3$.

$$y[0] = h[0] - h[2] = 1 - 4 = -3$$
$$y[1] = h[1] - h[3] = 2 - 8 = -6$$
$$y[2] = h[2] - h[0] = 4 - 1 = 3$$
$$y[3] = h[3] - h[1] = 8 - 2 = 6$$

Portanto, o resultado da convolução circular é:

$$\boxed{y[n] = -3\delta[n] - 6\delta[n-1] + 3\delta[n-2] + 6\delta[n-3]}$$

2.1.4 Letra D

Sabemos que a DFT possui a seguinte propriedade fundamental de convolução circular:

$$y[n] = x[n] \circledast h[n] \quad \Longleftrightarrow \quad Y[k] = X[k] \cdot H[k] \tag{4}$$

Ou seja, a convolução circular no domínio do tempo equivale à multiplicação ponto a ponto das DFTs no domínio da frequência. Com os resultados das alternativas anteriores, já temos:

$$X[k] = 1 - e^{-j\pi k} \quad \text{e} \quad H[k] = 1 + 2e^{-j\frac{\pi}{2}k} + 4e^{-j\pi k} + 8e^{-j\frac{3\pi}{2}k}$$

Portanto, a multiplicação espectral resulta em:

$$Y[k] = X[k] \cdot H[k] = \left(1 - e^{-j\pi k}\right) \cdot H[k] = H[k] - H[k] \cdot e^{-j\pi k}$$

Aplicando a transformada inversa de Fourier:

$$y[n] = \mathcal{F}^{-1}\{H[k]\} - \mathcal{F}^{-1}\{H[k] \cdot e^{-j\pi k}\}$$

Para segunda parcela, usamos a propriedade de deslocamento espectral:

$$\mathcal{F}^{-1}\{X[k] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}Mk}\} = x[(n-M) \bmod N] \tag{5}$$

No nosso caso, temos $N = 4$ e o fator multiplicador $e^{-j\pi k} = e^{-j\frac{2\pi}{4}\cdot 2k} \Rightarrow M = 2$. Logo:

$$\mathcal{F}^{-1}\{H[k] \cdot e^{-j\pi k}\} = h[(n-2) \bmod 4]$$

Portanto:

$$y[n] = h[n] - h[(n-2) \bmod 4]$$

O uso do operador $\mathrm{mod} 4$ é necessário porque, ao realizarmos uma translação no tempo no contexto da DFT, os sinais são considerados periódicos com período N. Por isso, o resultado da subtração $(n-2)$ precisa ser ajustado para permanecer dentro do intervalo de definição da sequência, que é $0 \leq n < 4$. Esse ajuste garante que a convolução seja, de fato, *circular*. Expandindo $h[n]$ e $h[(n-2) \bmod 4]$, temos:

$$\begin{aligned} y[n] = {} & \delta[n] + 2\delta[n-1] + 4\delta[n-2] + 8\delta[n-3] \\ & - [\delta[(n-2) \bmod 4] + 2\delta[(n-3) \bmod 4] + 4\delta[(n-4) \bmod 4] + 8\delta[(n-5) \bmod 4]] \end{aligned}$$

Agora, resolvemos os índices com módulo 4:

$$(n-2) \bmod 4 = n-2$$
$$(n-3) \bmod 4 = n-3$$
$$(n-4) \bmod 4 = n$$
$$(n-5) \bmod 4 = n-1$$

Substituindo os valores de $(n-i) \bmod 4$ diretamente na expressão de $y[n]$:

$$\begin{aligned} y[n] &= \delta[n] + 2\delta[n-1] + 4\delta[n-2] + 8\delta[n-3] \\ &\quad - \delta[n-2] - 2\delta[n-3] - 4\delta[n] - 8\delta[n-1] \\ &= -3\delta[n] - 6\delta[n-1] + 3\delta[n-2] + 6\delta[n-3] \end{aligned}$$

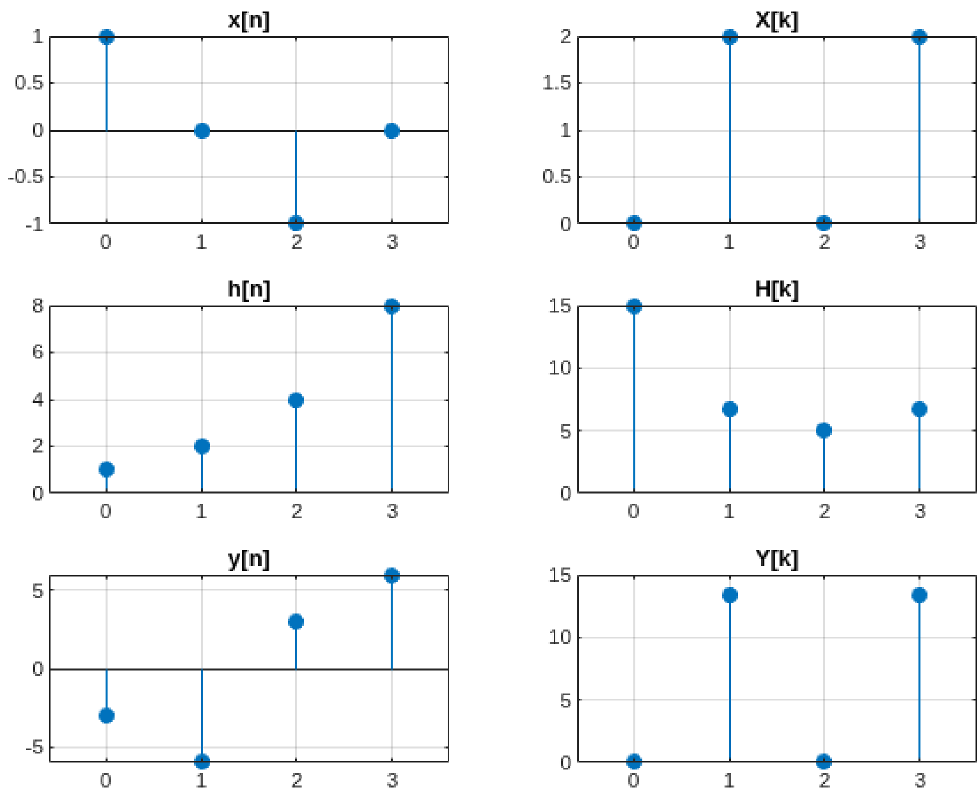
Portanto, a sequência de saída é:

$$\boxed{y[n] = -3\delta[n] - 6\delta[n-1] + 3\delta[n-2] + 6\delta[n-3]}$$

2.1.5 Simulação no MATLAB

A Figura 1 apresenta os gráficos gerados pela simulação no MATLAB para a Questão 2, validando os resultados obtidos analiticamente para $x[n]$, $h[n]$, e as respectivas transformadas $X[k]$, $H[k]$, além da convolução circular $y[n]$ via produto no domínio da frequência. O código utilizado para esta simulação é exibido na Listagem 1.

Figura 1: Simulação da Questão 2: visualização de sinais e DFTs



Fonte: Própria Autora

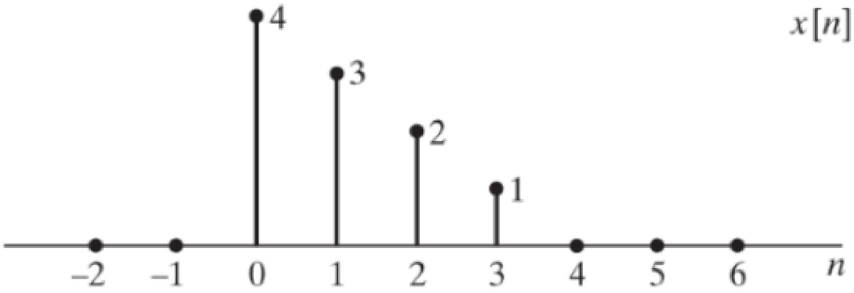
```
% Dados iniciais
```

```matlab
N = 4;
n = 0:N-1;
k = 0:N-1;

% Letra a)
x_n = cos(pi * n / 2);
X_k = fft(x_n);

% Letra b)
h_n = 2.^n;
H_k = fft(h_n);

% Letra c)
Y_k = X_k .* H_k;
y_n = ifft(Y_k);

% Plots
figure;

subplot(3, 2, 1);
stem(n, x_n, 'filled'); grid on;
title('x[n]');

subplot(3, 2, 2);
stem(k, abs(X_k), 'filled'); grid on;
title('X[k]');

subplot(3, 2, 3);
stem(n, h_n, 'filled'); grid on;
title('h[n]');

subplot(3, 2, 4);
stem(k, abs(H_k), 'filled'); grid on;
title('H[k]');

subplot(3, 2, 5);
stem(n, real(y_n), 'filled'); grid on;
title('y[n]');

subplot(3, 2, 6);
stem(k, abs(Y_k), 'filled'); grid on;
title('Y[k]');
```

2.2 Questão 7

Considere a sequência de comprimento finito real $x[n]$ mostrada na Figura a seguir:

Figura 2: Enunciado da questão



Fonte: Lista de exercícios

a) Esboce a sequência de comprimento finito $y[n]$ cuja DFT de seis pontos seja $Y[k] = W_6^{5k}X[k]$ sendo $X[k]$ a DFT de seis pontos de $x[n]$.

b) Esboce a sequência de comprimento finito $w[n]$ cuja DFT de seis pontos seja $W[k] = \text{Im}\{X[k]\}$

c) Esboce a sequência de comprimento finito $q[n]$ cuja DFT de três pontos seja $Q[k] = X[2k + 1], \quad k = 0, 1, 2.$

2.2.1 Letra A

Queremos encontrar a sequência $y[n]$ tal que sua DFT de seis pontos seja:

$$Y[k] = W_6^{5k} \cdot X[k]$$

Sabemos que a multiplicação no domínio da frequência por uma exponencial complexa do tipo W_N^{Mk} (ou seja, uma fase rotacionada linearmente) equivale a um deslocamento circular de M amostras no tempo:

$$Y[k] = W_N^{Mk} \cdot X[k] \quad \Longleftrightarrow \quad y[n] = x[(n - M) \bmod N] \tag{6}$$

Neste caso: $N = 6$ e $M = 5$. Aplicando a equação (6), temos:

$$y[n] = x[(n - 5) \bmod 6]$$

A partir do gráfico fornecido, a sequência $x[n]$ pode ser escrita como:

$$x[n] = 4\delta[n] + 3\delta[n - 1] + 2\delta[n - 2] + \delta[n - 3]$$

Vamos calcular cada termo de $y[n]$ explicitamente para obter sua representação analítica. Reescrevendo a equação acima com a substituição dos índices:

$$\begin{aligned} y[n] &= x[(n - 5) \bmod 6] \\ &= 4\delta[(n - 5) \bmod 6] + 3\delta[(n - 6) \bmod 6] + 2\delta[(n - 7) \bmod 6] + \delta[(n - 8) \bmod 6] \end{aligned}$$

Calculando os valores dos índices circulares:

$$\begin{aligned} (n - 5) \bmod 6 &= n - 5 \\ (n - 6) \bmod 6 &= n \\ (n - 7) \bmod 6 &= n - 1 \\ (n - 8) \bmod 6 &= n - 2 \end{aligned}$$

Substituindo na expressão de $y[n]$:

$$y[n] = 4\delta[n-5] + 3\delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$$

Reordenando os termos por ordem decrescente de n:

$$\boxed{y[n] = 3\delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2] + 4\delta[n-5]}$$

2.2.2 Letra B

Queremos determinar a sequência $w[n]$ cuja DFT de seis pontos seja:

$$W[k] = Im\{X[k]\}$$

Isto significa que $W[k]$ contém apenas a parte imaginária da DFT de $x[n]$.

Sabemos que, na DFT, existe uma propriedade que relaciona a parte imaginária do espectro com uma combinação do sinal original e de sua versão conjugada e refletida. Essa propriedade é expressa pela seguinte equação:

$$x[n]_{\text{op}} = \frac{1}{2}\left(x[n] - x^*\left[(-n) \bmod N\right]\right) \quad \stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} \quad j \cdot \mathrm{Im}\{X[k]\} \tag{7}$$

Aqui, o sufixo “op” em $x[n]_{\text{op}}$ indica que essa não é a sequência original, mas sim uma versão transformada de $x[n]$, obtida por meio de uma operação de conjugação e reflexão circular. Em detalhes:

- $x^*[(-n) \bmod N]$: representa o conjugado complexo da sequência refletida no tempo, com ajuste circular via módulo N;
- A subtração enfatiza a componente ímpar (antissimétrica) da sequência;
- Essa componente está diretamente relacionada à parte imaginária da DFT.

Podemos então isolar a parte imaginária aplicando a transformada de Fourier inversa em ambos os lados da equação (7):

$$\Im\{X[k]\} = \frac{1}{j} \cdot \mathcal{F}\left\{\frac{1}{2}\left(x[n] - x^*[(-n) \bmod N]\right)\right\}$$

Portanto, a sequência no tempo associada a $\Im\{X[k]\}$ é:

$$w[n] = \frac{1}{2j}\left(x[n] - x^*[(-n) \bmod N]\right)$$

Como a sequência $x[n]$ é real, temos $x^*[n] = x[n]$. Além disso, vale lembrar que $\frac{1}{j} = -j$. Portanto, podemos reescrever a expressão de $w[n]$ da seguinte forma:

$$\boxed{w[n] = -\frac{j}{2}\left(x[n] - x[(-n) \bmod 6]\right)}$$

2.2.3 Letra C

Queremos determinar a sequência $q[n]$ cuja DFT de três pontos seja definida por:

$$Q[k] = X[2k+1] \quad \text{para } k = 0, 1, 2$$

Essa equação indica que estamos construindo $Q[k]$ a partir dos valores de $X[k]$ nos índices ímpares. Aplicando:

$$\begin{aligned}Q[0] &= X[2\cdot 0+1] = X[1]\\ Q[1] &= X[2\cdot 1+1] = X[3]\\ Q[2] &= X[2\cdot 2+1] = X[5]\end{aligned}$$

Ou seja, estamos extraindo os coeficientes espectrais de $X[k]$ localizados nas posições 1, 3 e 5 — todos índices ímpares.

Relembrando a expressão geral de $X[k]$, obtida como a DFT de seis pontos da sequência $x[n]$:

$$X[k] = 4 + 3W_6^k + 2W_6^{2k} + W_6^{3k}$$

Substituindo os valores dos índices:

$$\begin{aligned}Q[0] &= X[1] = 3W_6^1 + 2W_6^2 + W_6^3\\ Q[1] &= X[3] = 3W_6^3 + 2W_6^0 + W_6^3 = 2 + 4W_6^3\\ Q[2] &= X[5] = 3W_6^5 + 2W_6^4 + W_6^3\end{aligned}$$

Agora, para determinar a sequência no tempo $q[n]$, aplicamos a fórmula da Transformada Discreta de Fourier inversa (IDFT), com $N = 3$:

$$q[n] = \frac{1}{3}\sum_{k=0}^{2} Q[k]\cdot W_3^{-kn}$$

onde definimos o fator de rotação da DFT:

$$W_3 = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

Os valores de W_3^m são exponenciais complexas que representam rotações no plano complexo. Essas potências possuem periodicidade módulo 3:

$$W_3^{-1} = W_3^2, \quad W_3^{-2} = W_3^1, \quad W_3^{-4} = W_3^2$$

Utilizando essa periodicidade, calculamos $q[n]$ explicitamente:

Para $n = 0$:

$$q[0] = \frac{1}{3}\left(Q[0]\cdot W_3^0 + Q[1]\cdot W_3^0 + Q[2]\cdot W_3^0\right) = \frac{1}{3}\left(Q[0] + Q[1] + Q[2]\right)$$

Para $n = 1$:

$$q[1] = \frac{1}{3}\left(Q[0]\cdot W_3^0 + Q[1]\cdot W_3^{-1} + Q[2]\cdot W_3^{-2}\right) = \frac{1}{3}\left(Q[0] + Q[1]\cdot W_3^2 + Q[2]\cdot W_3^1\right)$$

Para $n = 2$:

$$q[2] = \frac{1}{3}\left(Q[0]\cdot W_3^0 + Q[1]\cdot W_3^{-2} + Q[2]\cdot W_3^{-4}\right) = \frac{1}{3}\left(Q[0] + Q[1]\cdot W_3^1 + Q[2]\cdot W_3^2\right)$$

Ao realizar essas somas com os valores apropriados de $Q[k]$ e W_3, obtemos:

$$\boxed{q[n] = 3\delta[n-1] + 2\delta[n-2] + \delta[n-3]}$$

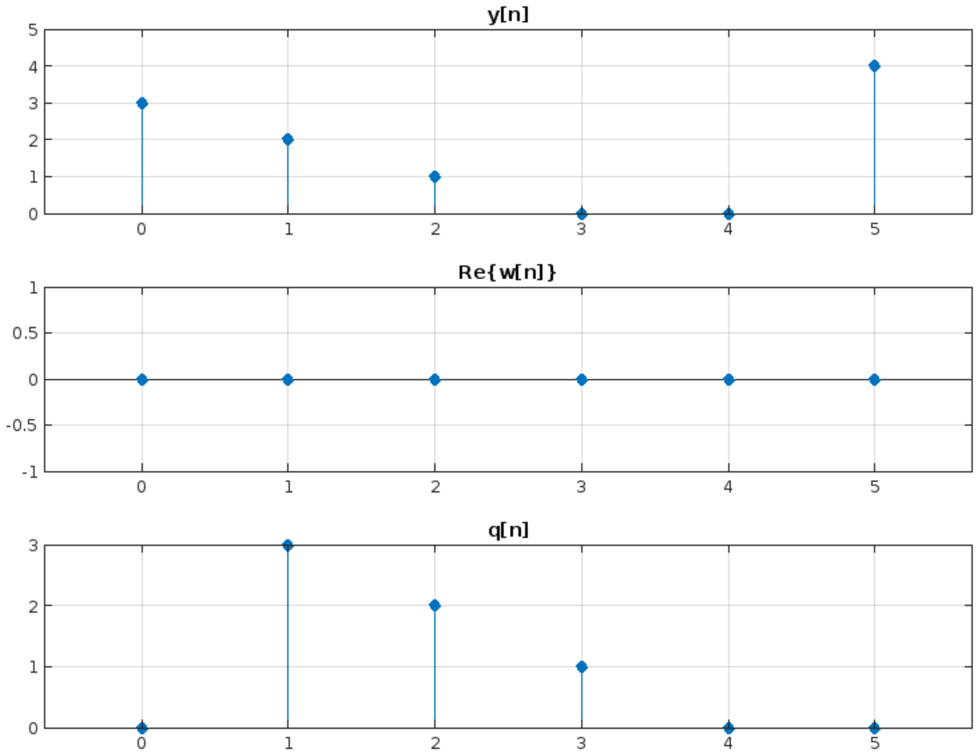
2.2.4 Simulação no MATLAB

A Figura 3 apresenta os gráficos gerados no MATLAB para a Questão 7, correspondentes às três letras. A simulação valida os cálculos feitos para:

- $y[n]$, obtida a partir de um deslocamento circular no espectro (propriedade de modulação por W_6^{5k});
- $w[n]$, construída a partir da parte imaginária da DFT de $x[n]$;
- $q[n]$, obtida ao extrair os coeficientes ímpares da DFT de $x[n]$, com posterior aplicação da IDFT.

O código responsável pela simulação está apresentado na Listagem 2.

Figura 3: Simulação da Questão 7: sequências $y[n]$, $w[n]$ e $q[n]$



Fonte: Própria Autora

```
clc; clear all; close all;

N = 6;
n = 0:N-1;
x = [4 3 2 1 0 0];  % x[n]

%% Letra A  y[n] = x[(n - 5) mod 6]
X = fft(x);  % DFT de x[n]
W_6_5k = exp(-1j * 2 * pi * 5 * (0:5) / 6);  % W_6^(5k)
Y = W_6_5k .* X;
y = real(ifft(Y));  % IDFT e parte real


%% Letra B  w[n] = -j/2 (x[n] - x[(-n) mod 6])
x_flip = circshift(fliplr(x), 1); % x[(-n) mod 6]
w = -1j/2 * (x - x_flip);         % fórmula da parte imaginária


%% Letra C  q[n] tal que Q[k] = X[2k + 1]
X = fft(x);                          % DFT de x[n]
Q = [X(1), X(3), X(5)];              % Q[k] = X[1], X[3], X[5] (índices ímpares)
```

```
q = round(real(ifft(Q)) / 2);       % Corrige amplitude e arredonda

q_full = zeros(1,6);
q_full(2:4) = q;                    % Aloca em n = 1,2,3

disp('Letra C - q[n] =');
disp(q_full);



%% Plots
figure('Name', 'Questão 8 - Resultados Adaptados', 'NumberTitle', 'off');

subplot(3,1,1);
stem(n, y, 'filled'); grid on;
title('y[n]');

subplot(3,1,2);
stem(n, real(w), 'filled'); grid on;
title('Re\{w[n]\}');

subplot(3,1,3);
stem(n, q_full, 'filled'); grid on;
title('q[n]');
```

3 Conclusão

As questões resolvidas permitiram aplicar, de forma prática, conceitos fundamentais da Transformada Discreta de Fourier. As simulações em MATLAB validaram os resultados teóricos obtidos, reforçando a importância do tema para o processamento de sinais em tempo discreto.