INSTITUTO
FEDERAL
Santa Catarina

Câmpus
São José

Série de Fourier

Trabalho de Sinais e Sistemas

Curso: Engenharia de Telecomunicações
Disciplina: SIS129004 - Sinais e Sistemas
Professora: Elen Macedo Lobato

Aluna
Luiza Kuze Gomes

21 de novembro de 2024

Sumário

1 Introdução

A Série de Fourier permite representar um sinal periódico como uma soma de exponenciais complexas harmonicamente relacionadas. Neste trabalho, serão realizadas análises de sinais em tempo contínuo e tempo discreto. Para cada sinal apresentado, serão determinadas suas representações em Série de Fourier, com validação por simulação no MATLAB. Além disso, serão analisados o espectro do sinal, bem como o módulo e a fase dos coeficientes.

2 Sinal Contínuo

2.1 Formulário

A expressão para os coeficientes a_k é dada pela Equação 1:

$$a_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\, e^{-jk\omega_0 t}\, dt \tag{1}$$

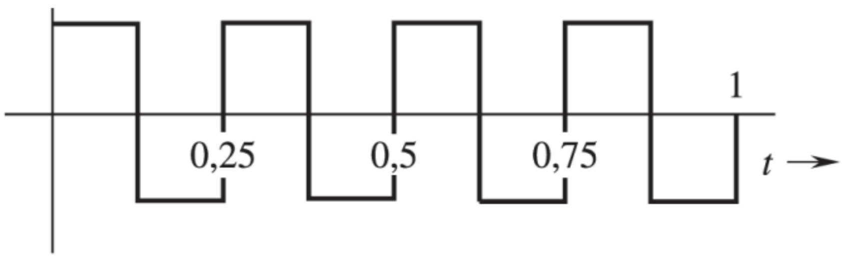
A reconstrução do sinal $x(t)$ a partir dos coeficientes a_k é dada pela Equação 2:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} \tag{2}$$

2.2 Análise Inicial

O sinal periódico de tempo contínuo analisado está representado na Figura 1.

Figura 1: Sinal Periódico em Tempo Contínuo



Fonte: Material da Disciplina

A análise inicial do sinal consiste em determinar seu período (T) e sua frequência angular fundamental (ω_0).

A partir da observação do sinal periódico apresentado, foi identificado o período como $T = 0,25$ s. A frequência, que é o inverso do período, foi calculada como:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ Hz}.$$

Com a frequência calculada, determinamos a frequência angular fundamental utilizando a relação:

$$\omega_0 = 2\pi f = 2\pi \cdot 4 = 8\pi \text{ rad/s}.$$

Com isso, é possível calcular os coeficientes de Fourier aplicando a equação 1 do formulário, bem como a reconstrução do sinal a partir da equação 2.

2.3 Coeficientes de Fourier

Cálculo do Coeficiente a_0

O coeficiente a_0 é obtido substituindo $k = 0$ na equação 1. Assim, temos:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,dt$$

Substituímos $T = 0,25$ e realizamos os cálculos:

$$a_0 = \frac{1}{0,25}\int_0^{0,25} x(t)\,dt$$

Para o intervalo considerado, sabemos que $x(t)$ é definida por partes, com valores 1 e -1. Assim, dividimos o cálculo em duas integrais:

$$a_0 = \frac{1}{0,25}\left(\int_0^{0,125} 1\,dt + \int_{0,125}^{0,25}(-1)\,dt\right)$$

Resolvendo cada integral:

$$\int_0^{0,125} 1\,dt = [t]_0^{0,125} = 0,125$$

$$\int_{0,125}^{0,25}(-1)\,dt = [-t]_{0,125}^{0,25} = -0,25 + 0,125 = -0,125$$

Agora, somamos os resultados:

$$a_0 = \frac{1}{0,25}\,(0,125 + (-0,125)) = 0$$

Portanto:

$$a_0 = 0$$

Cálculo do Coeficiente a_k

Para determinar o coeficiente a_k, aplicamos novamente a Equação 1, considerando um valor genérico para k.

$$a_k = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,e^{-jk\omega_0 t}\,dt$$

Substituímos os valores conhecidos, $T = 0,25$ s e $\omega_0 = 8\pi$ rad/s:

$$a_k = \frac{1}{0,25}\int_0^{0,25} x(t)\,e^{-jk(8\pi)t}\,dt = 4\int_0^{0,25} x(t)\,e^{-jk(8\pi)t}\,dt$$

O sinal $x(t)$ tem valores diferentes nesse intervalo. Assim, dividimos a integral em duas partes:

$$a_k = 4\left(\int_0^{0,125} 1\cdot e^{-jk(8\pi)t}\,dt + \int_{0,125}^{0,25}(-1)\cdot e^{-jk(8\pi)t}\,dt\right)$$

Resolvendo a primeira integral:

$$\int_0^{0,125} e^{-jk(8\pi)t}\,dt = \frac{1}{-jk(8\pi)}\left[e^{-jk(8\pi)t}\right]_0^{0,125}$$

$$= \frac{1}{-jk(8\pi)}\left(e^{-jk(8\pi)(0,125)} - e^0\right)$$

$$= \frac{1}{-jk(8\pi)} \left(e^{-jk\pi} - 1 \right)$$

Resolvendo a segunda integral:

$$\int_{0,125}^{0,25} (-1) \cdot e^{-jk(8\pi)t} \, dt = (-1) \cdot \frac{1}{-jk(8\pi)} \left[e^{-jk(8\pi)t} \right]_{0,125}^{0,25}$$

$$= \frac{1}{jk(8\pi)} \left(e^{-jk(8\pi)(0,25)} - e^{-jk(8\pi)(0,125)} \right)$$

$$= \frac{1}{jk(8\pi)} \left(e^{-jk(2\pi)} - e^{-jk\pi} \right)$$

Agora, substituímos os resultados das duas integrais na fórmula de a_k:

$$a_k = 4 \left(\frac{1}{-jk(8\pi)} \left(e^{-jk\pi} - 1 \right) + \frac{1}{jk(8\pi)} \left(e^{-jk(2\pi)} - e^{-jk\pi} \right) \right)$$

Simplificando os termos comuns:

$$a_k = \frac{4}{jk(8\pi)} \left[-(e^{-jk\pi} - 1) + \left(e^{-jk(2\pi)} - e^{-jk\pi} \right) \right]$$

$$a_k = \frac{4}{jk(8\pi)} \left[-e^{-jk\pi} + 1 + e^{-jk(2\pi)} - e^{-jk\pi} \right]$$

$$a_k = \frac{4}{jk(8\pi)} \left[1 + e^{-jk(2\pi)} - 2e^{-jk\pi} \right]$$

2.4 Série de Fourier

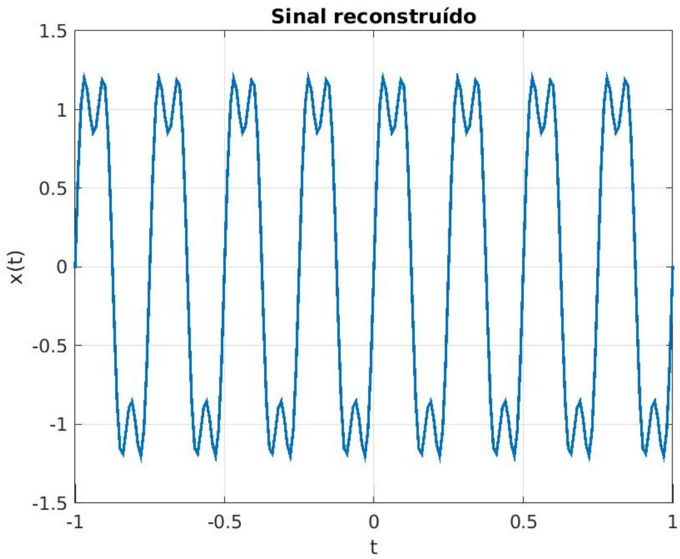
Aplicando a fórmula de reconstrução do sinal $x(t)$, conforme a Equação 2 do formulário, e substituindo o valor atualizado de a_k e ω_0, obtemos:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{4}{jk(8\pi)} \left[1 + e^{-jk(2\pi)} - 2e^{-jk\pi} \right] e^{jk(8\pi)t}$$

Com essa expressão, é possível validar os resultados por meio de simulações realizadas no MATLAB, onde o sinal é reconstruído a partir dos coeficientes a_k. O código foi disponibilizado no Apêndice A deste relatório.

Note que, inicialmente, utilizamos um total de 3 harmônicas para a reconstrução do sinal. Nesse caso, ainda há distorções visíveis, conforme mostrado na Figura 2.

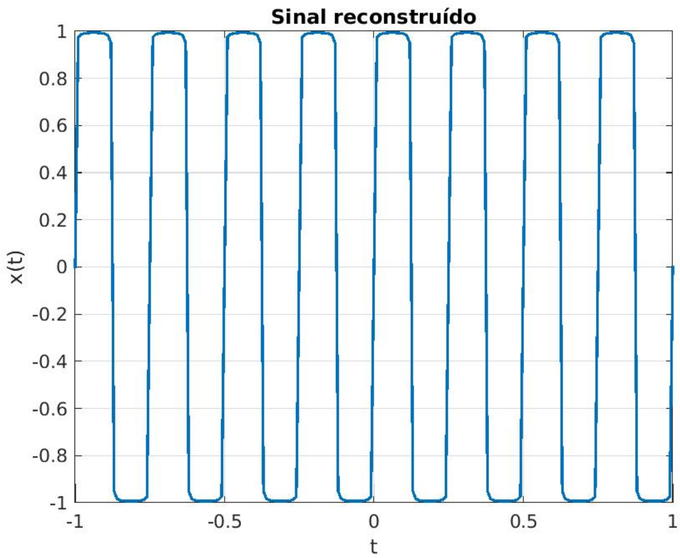
Figura 2: Reconstrução do Sinal com 3 Harmônicas



Fonte: Elaborado pela própria autora

Quando aumentamos o número de harmônicas para um valor significativamente maior, como 100, o sinal reconstruído torna-se mais definido e fiel ao original. O resultado é apresentado na Figura 3.

Figura 3: Reconstrução do Sinal com 100 Harmônicas



Fonte: Elaborado pela própria autora

2.5 Módulo e fase dos coeficientes

O cálculo do módulo e fase das 3 primeiras harmônicas deste sinal contínuo é detalhado abaixo:
Primeira harmônica ($\mathrm{k} = 1$)

$$a_1 = \frac{4}{j \cdot 8\pi} \cdot \left(-2 \cdot e^{-j \cdot \pi} + e^{-j \cdot 2 \cdot \pi} + 1\right)$$

$$a_1 = \frac{4}{j \cdot 8\pi} \cdot (4)$$

$$a_1 = \frac{4}{j \cdot 2\pi} = \frac{2}{j \cdot \pi} = -j \cdot \frac{2}{\pi}$$

O módulo ($|a_1|$) é dado por:

$$|a_1| = \sqrt{\text{Re}(a_1)^2 + \text{Im}(a_1)^2} = \sqrt{(0)^2 + \left(\frac{-2}{\pi}\right)^2} = \frac{2}{\pi}$$

A fase (ϕ_1), já que a parte real é zero:

$$\phi_1 = \frac{-\pi}{2}$$

Segunda harmônica ($k = 2$)

$$a_2 = \frac{4}{j \cdot 8\pi \cdot 2} \cdot \left(-2 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \pi} + e^{-j \cdot 4 \cdot \pi} + 1\right)$$

$$a_2 = \frac{4}{j \cdot 16\pi} \cdot (-2 \cdot 1 + 1 + 1)$$

$$a_2 = 0$$

O módulo ($|a_2|$) é dado por:

$$|a_2| = \sqrt{\text{Re}(a_2)^2 + \text{Im}(a_2)^2} = \sqrt{0^2 + 0^2} = 0$$

A fase (ϕ_2), já que as partes real e imaginária são zero:

$$\phi_2 = 0$$

Terceira harmônica ($k = 3$)

$$a_3 = \frac{4}{j \cdot 8\pi \cdot 3} \cdot \left(-2 \cdot e^{-j \cdot 3 \cdot \pi} + e^{-j \cdot 6 \cdot \pi} + 1\right)$$

$$a_3 = \frac{4}{j \cdot 24\pi} \cdot (4)$$

$$a_3 = \frac{16}{j \cdot 24\pi} = \frac{2}{3\pi \cdot j} = -j \cdot \frac{2}{3\pi}$$

O módulo ($|a_3|$) é dado por:

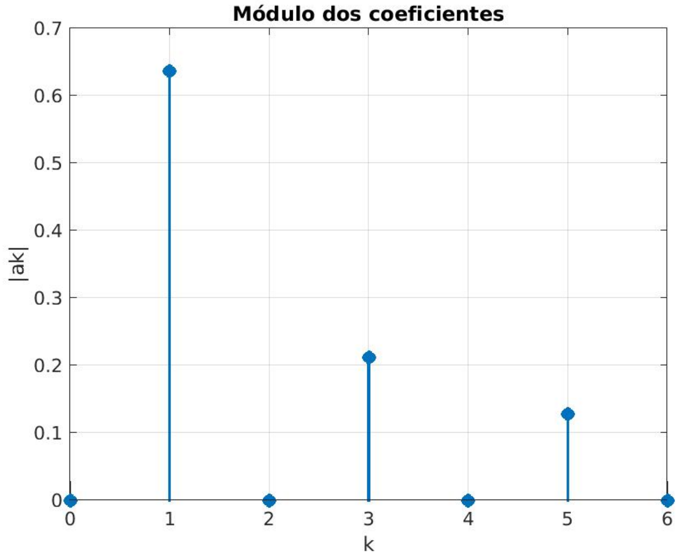
$$|a_3| = \sqrt{\text{Re}(a_3)^2 + \text{Im}(a_3)^2} = \sqrt{(0)^2 + \left(\frac{-2}{3\pi}\right)^2} = \frac{2}{3\pi}$$

A fase (ϕ_3), já que a parte real é zero:

$$\phi_3 = -\frac{\pi}{2}$$

Ao final, podemos validar esses resultados por meio do mesmo script anterior utilizando o código do Apêndice A, conforme as figuras abaixo (4 e 5).

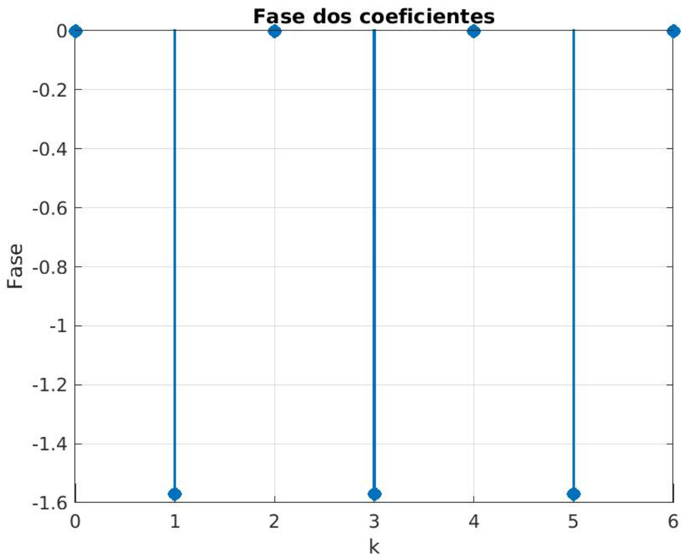
Figura 4: Módulo dos Coeficientes do Sinal Contínuo



Fonte: Elaborado pela própria autora

Note que no gráfico da fase, Figura 5, a fase (eixo Y) está em radianos. Assim, o resultado obtido de $-\pi/2$, ao aproximar π por 3.14, resulta em -1.57, valor coerente com o gráfico.

Figura 5: Fase dos Coeficientes do Sinal Contínuo



Fonte: Elaborado pela própria autora

3 Tempo Discreto

3.1 Formulário

A expressão para os coeficientes a_k em tempo discreto é dada pela Equação 3:

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-jk\omega_0 n} \tag{3}$$

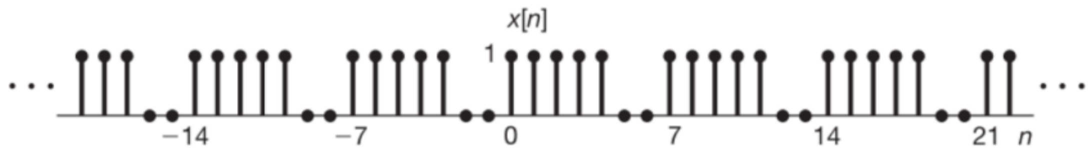
A reconstrução do sinal $x[n]$ a partir dos coeficientes a_k é dada pela Equação 4:

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk\omega_0 n} \tag{4}$$

3.2 Primeiro Sinal

O sinal periódico de tempo discreto analisado nessa seção está representado na Figura 6.

Figura 6: Sinal Periódico em Tempo Discreto



Fonte: Material da Disciplina

3.2.1 Análise Inicial

Primeiramente, foi realizada uma análise inicial do sinal em tempo discreto para determinar o número total de amostras N e a frequência angular fundamental ω_0.

A partir da análise gráfica temos que:

$$N = 7$$

A frequência angular fundamental é calculada como:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{7}$$

Portanto, o sinal discreto possui:

- $N = 7$: número total de amostras.
- $\omega_0 = \frac{2\pi}{7}$: frequência angular fundamental.

3.2.2 Cálculo dos Coeficientes de Fourier

Cálculo do Coeficiente a_0

O coeficiente a_0 é obtido substituindo $k = 0$ na Equação 3. Assim, temos:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

Substituindo $N = 7$ e os valores do sinal $x[n]$, temos:

$$a_0 = \frac{1}{7} (x[0] + x[1] + x[2] + x[3] + x[4] + x[5] + x[6])$$

Para os valores de $x[n]$, considerando o sinal fornecido:

$$x[0] = 1,\ x[1] = 1,\ x[2] = 1,\ x[3] = 1,\ x[4] = 1,\ x[5] = 0,\ x[6] = 0$$

Substituímos os valores na soma:

$$a_0 = \frac{1}{7} (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0) = \frac{1}{7} \cdot 5 = \frac{5}{7}$$

Portanto:

$$a_0 = \frac{5}{7}$$

Cálculo do Coeficiente a_k

O coeficiente a_k é obtido mantendo k genérico na Equação 3. Substituímos $N = 7$ e $\omega_0 = \frac{2\pi}{7}$, assim temos:

$$a_k = \frac{1}{7} \sum_{n=0}^{6} x[n] e^{-jk\frac{2\pi}{7}n}$$

Observando que $x[5] = x[6] = 0$, podemos simplificar o somatório para:

$$a_k = \frac{1}{7} \sum_{n=0}^{4} x[n] e^{-jk\frac{2\pi}{7}n}$$

Essa soma é uma progressão geométrica finita. A soma da PG é dada por:

$$S = \frac{1 - r^M}{1 - r}$$

Em que a razão é $e^{-jk\frac{2\pi}{7}}$ e M é 5. Substituímos esses valores:

$$a_k = \frac{1}{7} \cdot \frac{1 - \left(e^{-jk\frac{2\pi}{7}}\right)^5}{1 - e^{-jk\frac{2\pi}{7}}}$$

Portanto:

$$a_k = \frac{1}{7} \cdot \frac{1 - e^{-jk\cdot\frac{10\pi}{7}}}{1 - e^{-jk\cdot\frac{2\pi}{7}}}$$

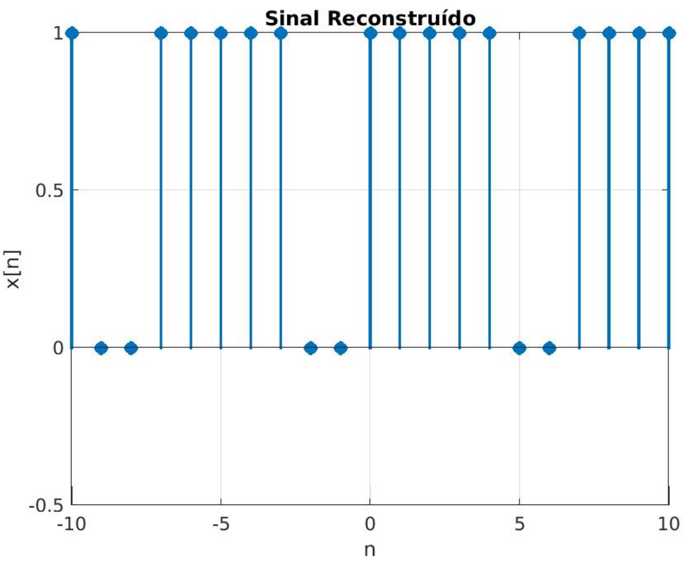
3.2.3 Série de Fourier

Aplicando a fórmula de reconstrução do sinal $x[n]$, conforme a Equação 4 do formulário, e substituindo o valor atualizado de a_k e ω_0, obtemos:

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} \left(\frac{1}{7} \cdot \frac{1 - e^{-jk\frac{10\pi}{7}}}{1 - e^{-jk\frac{2\pi}{7}}} \right) e^{jk\frac{2\pi}{7}n}$$

Com essa expressão, é possível validar os resultados por meio de simulações realizadas no MATLAB, Figura 11, onde o sinal é reconstruído a partir dos coeficientes a_k. O código foi disponibilizado no Apêndice B deste relatório.

Figura 7: Sinal Reconstruído em Tempo Discreto

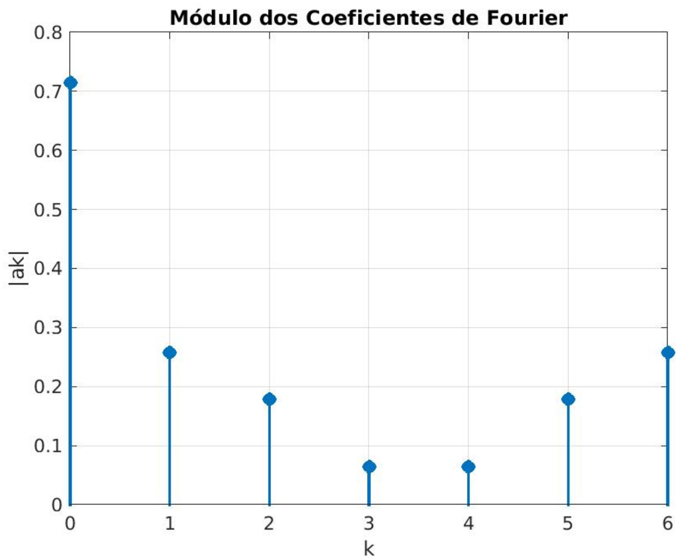


Fonte: Elaborada pela própria autora

3.2.4 Módulo e Fase das Harmônicas

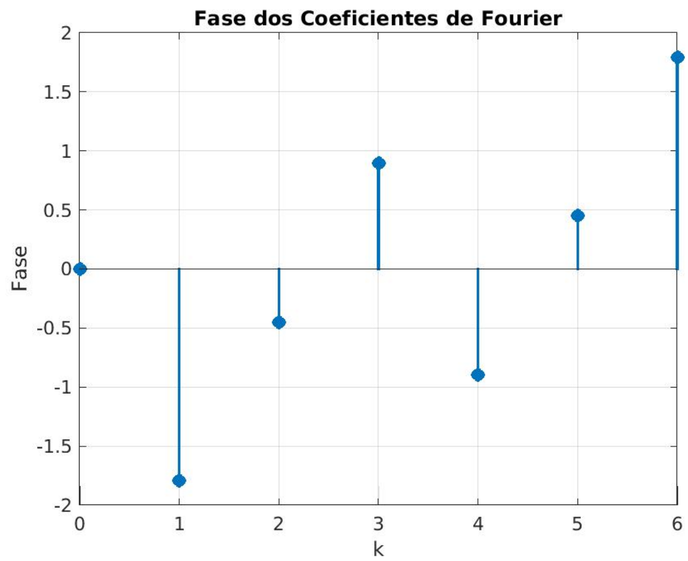
Para auxiliar nas análises, podemos utilizar a simulção no MATLAB para calcular o módulo e fase dos coeficientes desse sinal, conforme a Figura 8 e a Figura 9. O código foi disponibilizado no Apêndice B deste relatório.

Figura 8: Módulo dos Coeficientes do Sinal Discreto



Fonte: Elaborada pela própria autora

Figura 9: Fase dos Coeficientes do Sinal Discreto

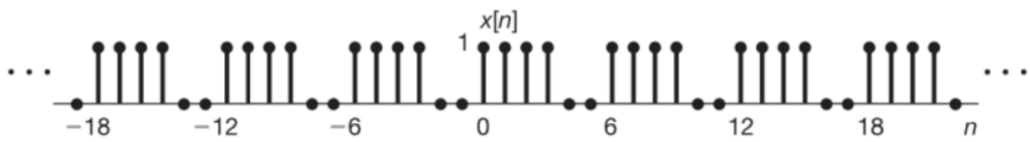


Fonte: Elaborada pela própria autora

3.3 Segundo Sinal

O sinal periódico de tempo discreto analisado nessa seção está representado na Figura 10.

Figura 10: Sinal periódico tempo discreto



Fonte: Material da Disciplina

3.3.1 Análise Inicial

Primeiramente, realizamos uma análise inicial do sinal discreto para determinar o número total de amostras (N) e a frequência angular fundamental (ω_0).

Para o sinal fornecido:

$$N = 6$$

A frequência angular fundamental é calculada como:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Portanto, o sinal discreto possui:

- N $= 6$: número total de amostras.
- $\omega_0 = \frac{\pi}{3}$: frequência angular fundamental.

3.3.2 Cálculo dos Coeficientes de Fourier

Cálculo do Coeficiente a_0

O coeficiente a_0 é obtido substituindo $k = 0$ na Equação 3. Assim, temos:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

Temos os valores do sinal $x[n]$:

$$x[0] = 1,\ x[1] = 1,\ x[2] = 1,\ x[3] = 1,\ x[4] = 0,\ x[5] = 0$$

Assim, substituímos esses valores de $x[n]$ juntamente com o número total de amostras:

$$a_0 = \frac{1}{6}(1 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0) = \frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{2}{3}$$

Portanto:

$$a_0 = \frac{2}{3}$$

Cálculo do Coeficiente a_k

O coeficiente a_k é obtido mantendo k genérico na Equação 3. Substituímos $N = 6$ e $\omega_0 = \frac{\pi}{3}$, assim temos:

$$a_k = \frac{1}{6} \sum_{n=0}^{5} x[n] e^{-jk\frac{\pi}{3}n}.$$

Observamos que $x[n] = 0$ para $n = 4, 5$ e $x[n] = 1$ para $n = 0, 1, 2, 3$. Assim, o somatório simplifica para:

$$a_k = \frac{1}{6} \sum_{n=0}^{3} e^{-jk\frac{\pi}{3}n}.$$

A soma resultante é uma progressão geométrica finita, onde a razão é $r = e^{-jk\frac{\pi}{3}}$ e o número de termos $M = 4$. A soma de uma PG finita é dada por:

$$S = \frac{1 - r^M}{1 - r},$$

Substituíndo na equação:

$$a_k = \frac{1}{6} \cdot \frac{1 - \left(e^{-jk\frac{\pi}{3}}\right)^4}{1 - e^{-jk\frac{\pi}{3}}}$$

Portanto:

$$a_k = \frac{1}{6} \cdot \frac{1 - e^{-jk\frac{4\pi}{3}}}{1 - e^{-jk\frac{\pi}{3}}}$$

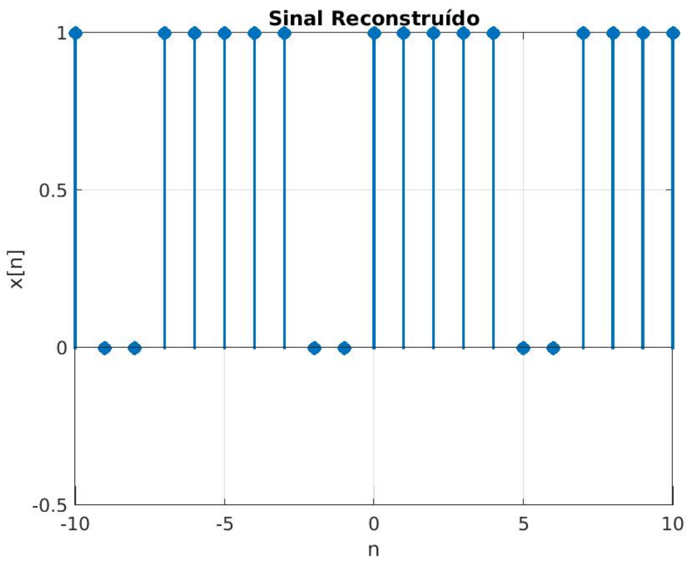
3.3.3 Série de Fourier

Aplicando a fórmula de reconstrução do sinal $x[t]$, conforme a Equação 4 do formulário, e substituindo o valor atualizado de a_k e ω_0, obtemos:

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1 - e^{-jk\frac{4\pi}{3}}}{1 - e^{-jk\frac{\pi}{3}}} \right) e^{jk\frac{2\pi}{7}n}$$

Com essa expressão, é possível validar os resultados por meio de simulações realizadas no MATLAB, Figura 11, onde o sinal é reconstruído a partir dos coeficientes a_k. O código foi disponibilizado na Subseção B.1 do Apêndice deste relatório.

Figura 11: Sinal Reconstruído em Tempo Discreto

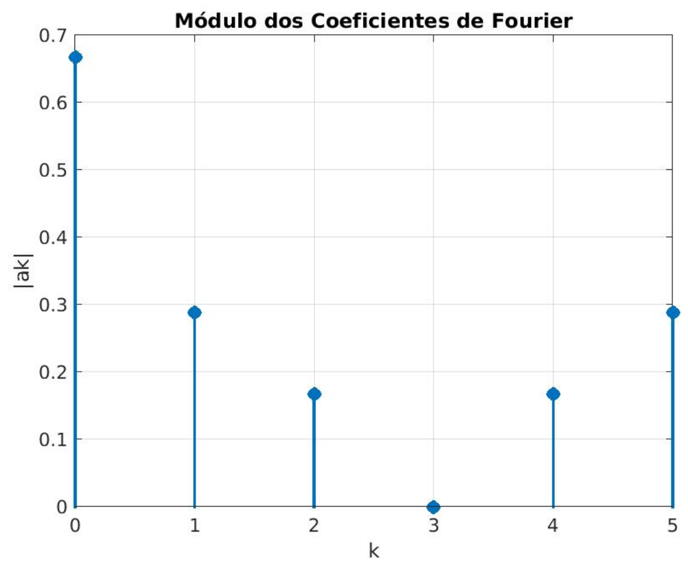


Fonte: Elaborada pela própria autora

3.3.4 Módulo e Fase das Harmônicas

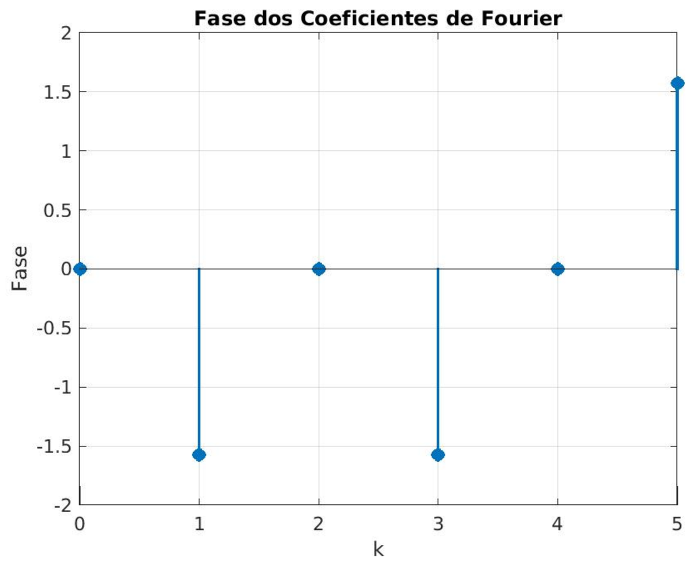
Para auxiliar nas análises, podemos utilizar a simulação no MATLAB para calcular o módulo e fase dos coeficientes desse sinal, conforme a Figura 12 e a Figura 13. O código foi disponibilizado no Apêndice B deste relatório.

Figura 12: Módulo dos Coeficientes do Sinal Discreto



Fonte: Elaborada pela própria autora

Figura 13: Fase dos Coeficientes do Sinal Discreto

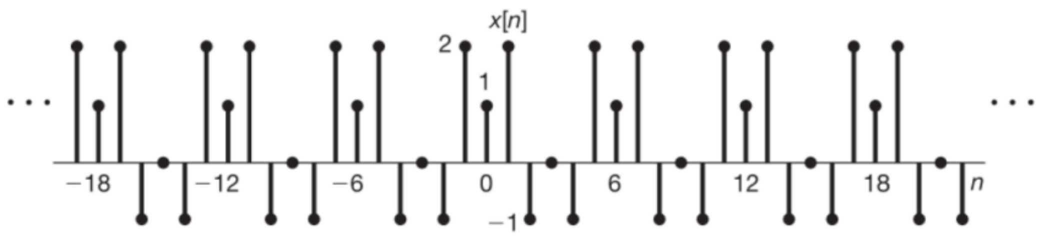


Fonte: Elaborada pela própria autora

3.4 Terceiro Sinal

O sinal periódico de tempo discreto analisado nessa seção está representado na Figura 14.

Figura 14: Sinal Periódico em Tempo Discreto



Fonte: Material da Disciplina

3.4.1 Análise Inicial

Primeiramente, realizamos a análise inicial do sinal discreto para determinar o número total de amostras (N) e a frequência angular fundamental (ω_0).

Para o terceiro sinal:

$$N = 6$$

A frequência angular fundamental é calculada como:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{N} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Portanto, o sinal discreto possui:

- N $= 6$: número total de amostras.
- $\omega_0 = \frac{\pi}{3}$: frequência angular fundamental.

3.4.2 Coeficientes de Fourier

Cálculo do Coeficiente a_0

Para a_0, utilizamos:

$$a_0 = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]$$

Substituímos $N = 6$ e os valores do sinal $x[n]$:

$$x[0] = 1,\ x[1] = 2,\ x[2] = -1,\ x[3] = 0,\ x[4] = -1,\ x[5] = 2$$

Calculando:

$$a_0 = \frac{1}{6}(1 + 2 - 1 + 0 - 1 + 2) = \frac{3}{6}$$

Portanto:

$$a_0 = \frac{1}{2}$$

Cálculo do Coeficiente a_k

Para a_k, utilizamos:

$$a_k = \frac{1}{6}\sum_{n=0}^{5} x[n]e^{-jk\omega_0 n}$$

Com $\omega_0 = \frac{2\pi}{6}$, a equação se torna:

$$a_k = \frac{1}{6}\left(x[0]e^{-jk\cdot 0} + x[1]e^{-jk\cdot\frac{2\pi}{6}} + x[2]e^{-jk\cdot\frac{4\pi}{6}} + x[3]e^{-jk\cdot\frac{6\pi}{6}} + x[4]e^{-jk\cdot\frac{8\pi}{6}} + x[5]e^{-jk\cdot\frac{10\pi}{6}}\right)$$

Substituímos os valores de $x[n]$:

$$a_k = \frac{1}{6}\left(1 + 2e^{-jk\frac{2\pi}{6}} - e^{-jk\frac{4\pi}{6}} + 0 - e^{-jk\frac{8\pi}{6}} + 2e^{-jk\frac{10\pi}{6}}\right)$$

Portanto:

$$a_k = \frac{1}{6}\left(1 + 2e^{-jk\frac{\pi}{3}} - e^{-jk\frac{2\pi}{3}} - e^{-jk\frac{4\pi}{3}} + 2e^{-jk\frac{5\pi}{3}}\right)$$

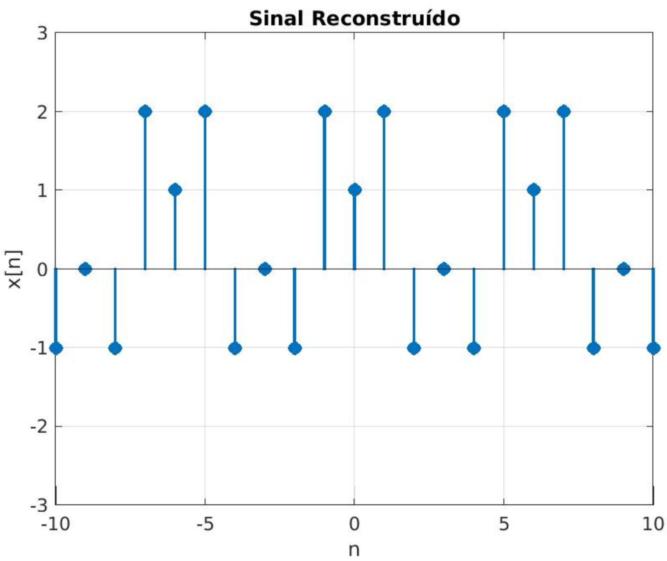
3.4.3 Série de Fourier

Aplicando a fórmula de reconstrução do sinal $x[t]$, conforme a Equação 4 do formulário, e substituindo o valor atualizado de a_k e ω_0, obtemos:

$$x[n] = \sum_{k=\langle N\rangle}\left(1 + 2e^{-jk\frac{\pi}{3}} - e^{-jk\frac{2\pi}{3}} - e^{-jk\frac{4\pi}{3}} + 2e^{-jk\frac{5\pi}{3}}\right)e^{jk\frac{\pi}{3}n}$$

Com essa expressão, é possível validar os resultados por meio de simulações realizadas no MATLAB, Figura 15, onde o sinal é reconstruído a partir dos coeficientes a_k. O código foi disponibilizado no Apêndice B deste relatório.

Figura 15: Sinal Reconstruido em Tempo Discreto

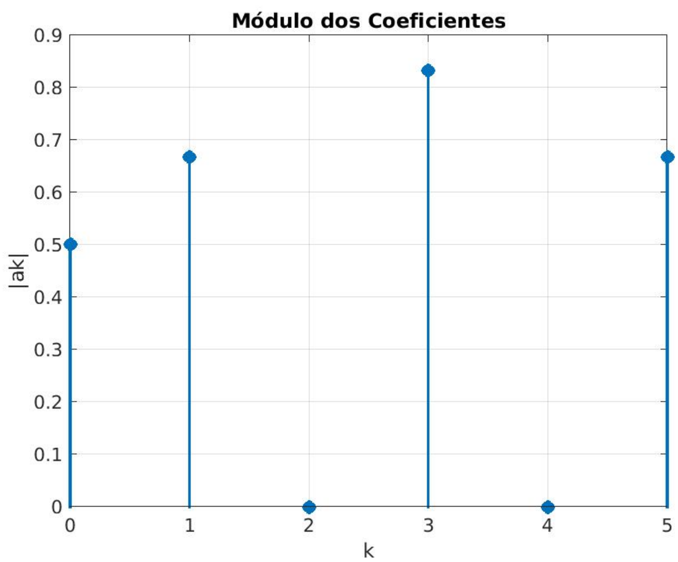


Fonte: Elaborada pela própria autora

3.4.4 Módulo e Fase das Harmônicas

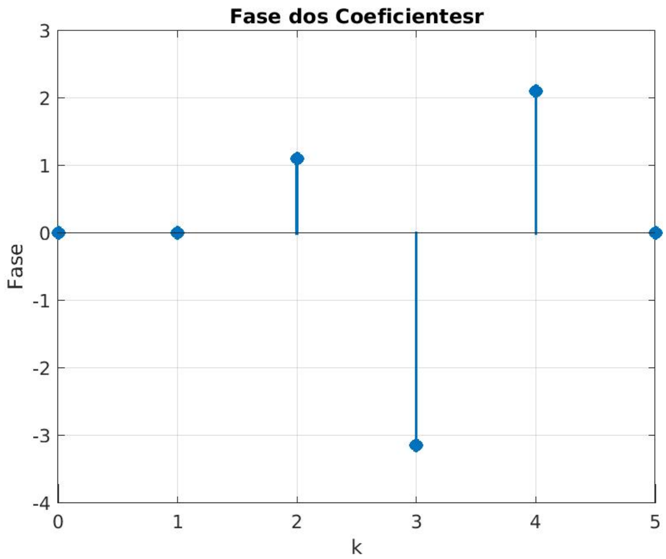
Para auxiliar nas análises, podemos utilizar a simulação no MATLAB para calcular o módulo e fase dos coeficientes desse sinal, conforme a Figura 16 e a Figura 17. O código foi disponibilizado no Apêndice B deste relatório.

Figura 16: Módulo dos Coeficientes do Sinal Discreto



Fonte: Elaborada pela própria autora

Figura 17: Fase dos Coeficientes do Sinal Discreto



Fonte: Elaborada pela própria autora

4 Conclusão

Este trabalho explorou a aplicação da série de Fourier na representação de sinais periódicos em tempo contínuo e discreto. Por meio do cálculo dos coeficientes a_k e a_0, foi demonstrado como um sinal pode ser reconstruído por exponenciais complexas harmonicamente relacionadas. A reconstrução dos sinais originais, validada com simulações no MATLAB, confirmou os resultados obtidos por meio do cálculo de teórico.

Apêndices

A Código MATLAB para Tempo Contínuo

A seguir, o código utilizado para simulação da série de Fourier e cálculo de módulo e fase dos coeficientes para o sinal de tempo contínuo:

```
% Parâmetros
T = 0.25;
W0 = 2*pi/T;
t = -1:0.01:1;
x = 0 + 0i;  % Inicializando x como número complexo

% Definindo N harmônicas
N = 6;

% Vetores para módulo e fase (inicializando com a0)
modulo = zeros(1, N);
fase = zeros(1, N);

% Inclui a0 no sinal reconstruído
a0 = 0;  % Valor de a0
x = x + a0;

% Calcula as harmônicas
for k = 1:N
    ak = (4 * (-2*exp(-0.125*k*1j*W0) + exp(-0.25*k*1j*W0) + 1) / (1j*k*W0));

    % Contribuições positivas e negativas
    ak_positivo = ak * exp(1j*W0*k*t);  % Contribuição positiva
    ak_negativo = conj(ak) * exp(-1j*W0*k*t);  % Contribuição negativa

    % Formando a série de Fourier
    x = x + ak_positivo + ak_negativo;

    % Módulo e fase
    modulo(k) = abs(ak);
    fase(k) = angle(ak);
end

% Figura 1: Sinal reconstruído
figure;
plot(t, real(x), 'LineWidth', 1.5);
title('Sinal reconstruído');
xlabel('t');
ylabel('x(t)');
grid on;

% Figura 2: Módulo
figure;
stem(1:N, modulo, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
title('Módulo dos coeficientes');
xlabel('k');
ylabel('|ak|');
grid on;

% Figura 3: Fase
figure;
stem(1:N, fase, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
title('Fase dos coeficientes');
xlabel('k');
ylabel('Fase (rad)');
grid on;
```

B Código MATLAB para Tempo Discreto

A seguir, os códigos utilizados para simulação da série de Fourier e cálculo de módulo e fase dos coeficientes para os sinais de tempo discreto:

B.1 Primeiro Sinal

```
% Parâmetros
n = -20:20; % Intervalo do tempo discreto
N = 7; % Número de amostras (período fundamental)
w0 = 2*pi/N; % Frequência fundamental

% Inicialização dos coeficientes ak
ak = zeros(1, N);

% Cálculo do coeficiente a0 (k=0)
ak(1) = (1/7) * (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0 + 0);

% Cálculo dos coeficientes ak para k > 0
for k = 1:N-1
    ak(k+1) = (1/7) * (1 - exp(-1j * k * 10 * pi / 7)) / (1 - exp(-1j * k * 2 * pi / 7));
end

% Reconstrução do sinal x[n] usando os coeficientes de Fourier
x = zeros(1, length(n));
for k = 0:N-1
    x = x + ak(k+1) * exp(1j*k*w0*n);
end

% Figura 1: Sinal reconstruído no tempo discreto
figure;
stem(n, real(x), 'filled', 'LineWidth', 1.5); % Apenas a parte real do sinal
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
title('Sinal Reconstruído no Tempo Discreto');
ylim([-0.5 1]);
xlim([-10 10]);
grid on;

% Cálculo do módulo e da fase de ak
modulo = abs(ak)
fase = angle(ak) % Fase em radianos. Para graus, multiplicar por '*180/pi'

% Figura 2: Módulo dos coeficientes ak
figure;
stem(0:N-1, modulo, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('k');
ylabel('|ak|');
title('Módulo dos Coeficientes de Fourier');
grid on;

% Figura 3: Fase dos coeficientes ak
figure;
stem(0:N-1, fase, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('k');
ylabel('Fase (rad)');
title('Fase dos Coeficientes de Fourier');
grid on;
```

B.2 Segundo Sinal

```
% Parâmetros
n = -20:20; % Intervalo
N = 6; % Número de amostras
w0 = 2*pi/N; % Frequência fundamental

% Inicialização dos coeficientes ak
ak = zeros(1, N);

% Cálculo do coeficiente a0 (k=0)
ak(1) = 2/3;

% Cálculo dos coeficientes ak
for k = 1:N-1
    ak(k+1) = (1/6) * (1 - exp(-1j * k * (4 * pi / 3))) / (1 - exp(-1j * k * (pi / 3)));
end
% Reconstrução do sinal x[n] usando os coeficientes de Fourier
x = zeros(1, length(n));
for k = 0:N-1
    x = x + ak(k+1) * exp(1j*k*w0*n);
end

% Figura 1: Sinal reconstruído - Série de Fourier
figure;
stem(n, real(x), 'filled', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
title('Sinal Reconstruído');
ylim([-0.5 1]);
xlim([-10 10]);
grid on;

% Cálculo do modulo e da fase de ak
modulo = abs(ak)
fase = angle(ak) % Fase em radianos. Para graus, multiplicar por '*180/pi'

% Figura 2: Módulo dos coeficientes ak
figure;
stem(0:N-1, modulo, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('k');
ylabel('|ak|');
title('Módulo dos Coeficientes de Fourier');
grid on;

% Figura 3: Fase dos coeficientes ak com escala em rad
figure;
stem(0:N-1, fase, 'filled', 'LineWidth', 1.5)
xlabel('k');
ylabel('Fase');
title('Fase dos Coeficientes de Fourier');
grid on;
```

B.3 Terceiro Sinal

```
% Parâmetros
n = -20:20; % Intervalo de n
N = 6; % Número de amostras
w0 = 2*pi/N; % Frequência fundamental

```

```
% Inicialização dos coeficientes ak
ak = zeros(1, N);

% Cálculo do coeficiente a0 (k=0)
ak(1) = 1/6 * (1 + 2 - 1 - 0 - 1 + 2);

% Cálculo dos coeficientes ak
for k = 1:N-1
    ak(k+1) = (1/6) * (1 + 2*exp(-1j*k*2*pi/6) - exp(-1j*k*4*pi/6) - exp(-1j*k*8*pi/6) + 2*exp(-1j
    *k*10*pi/6));
end

% Reconstrução do sinal x[n] usando os coeficientes de Fourier
x = zeros(1, length(n));
for k = 0:N-1
    x = x + ak(k+1) * exp(1j*k*w0*n);
end

% Figura 1: Sinal reconstruído - Série de Fourier
figure;
stem(n, real(x), 'filled', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('n');
ylabel('x[n]');
title('Sinal Reconstruído');
ylim([-3 3]);
xlim([-10 10]);
grid on;

% Cálculo do módulo e da fase de ak
modulo = abs(ak)
fase = angle(ak) % Fase em radianos. Para graus, multiplicar por '*180/pi'

% Figura 2: Módulo dos coeficientes ak
figure;
stem(0:N-1, modulo, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('k');
ylabel('|ak|');
title('Módulo dos Coeficientes');
grid on;

% Figura 3: Fase dos coeficientes ak
figure;
stem(0:N-1, fase, 'filled', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('k');
ylabel('Fase');
title('Fase dos Coeficientesr');
grid on;
```