**Exercício 02 –**

Um ferro elétrico industrial de passar tem uma base de alumínio (densidade=2700 kg/m$^3$, Cp=0,896 KJ/kg °C, K=204 W/m °C) que pesa 1,5 kg. A base do ferro tem a face de passar com 0,06 m$^2$ e é aquecida na outra face por um calefator de 800 W. Inicialmente, o ferro está na temperatura do ar ambiente que é de 20 °C. Pergunta-se:

(a) Quanto tempo passará para que o ferro atinja 120 °C, se o coeficiente de transferência de calor entre o ferro e o ar ambiente for h=20 W/m$^2$°C ?

(b) Quanto tempo passará para que o ferro atinja 120 °C, se o coeficiente de transferência de calor entre o ferro e o ar ambiente for h=40 W/m$^2$°C ?

(c) Qual será a temperatura estacionária ou temperatura de equilíbrio do ferro elétrico?

**Resolução:**

**a)**

$$m = \frac{A.h}{\rho.V.C_p} = \frac{A.h}{m.C_p} = \frac{0{,}06\,m^2\,.\,\,20\,W/m^2ºC}{1{,}5\,kg\,.\,\,0{,}896\,.10^3J/kgºC} = 0{,}8929.10^{-3}\,s^{-1}$$

$$q = \frac{800}{0{,}06} = 13{,}333 * 10^3 W/m^2$$

$$\theta(t) = \left(\theta(0) - \frac{q}{h}\right).e^{-m.t} + \frac{q}{h} \;\rightarrow\; t = \frac{1}{m}.\ln\left(\frac{\left(\theta(0) - \frac{q}{h}\right)}{\theta(t) - \frac{q}{h}}\right)$$

$$t = \frac{1}{0{,}8929.10^{-3}}.\ln\left(\frac{\left(20ºC - \frac{13{,}333.10^3 W/m^2}{20W/m^2ºC}\right)}{120ºC - \frac{13{,}333.10^3 W/m^2}{20W/m^2ºC}}\right) = 188\,s$$

**b)**

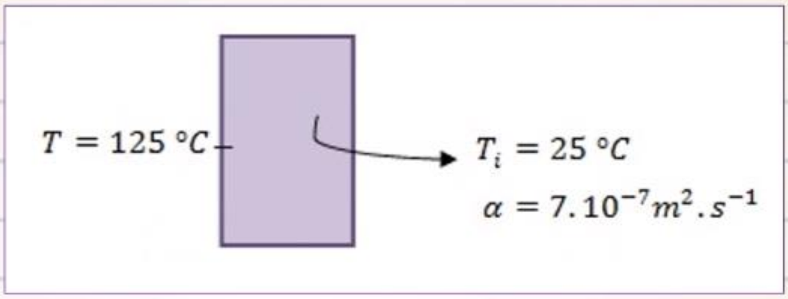
$$t = \frac{1}{m}.\ln\left(\frac{\left(\theta(0) - \frac{q}{h}\right)}{\theta(t) - \frac{q}{h}}\right) = \frac{1}{0{,}8929.10^{-3}}.\ln\left(\frac{\left(20ºC - \frac{13{,}333.10^3 W/m^2}{40W/m^2ºC}\right)}{120ºC - \frac{13{,}333.10^3 W/m^2}{40W/m^2ºC}}\right) = 431s$$

**c)**

$$t \rightarrow \infty$$

$\theta(\infty) = \frac{13{,}333.10^3 W/m^2}{20\,W/m^2ºC} = 666{,}67\,ºC$ ou metade disso...

Exercício 4.6) Calcule a temperatura a X1=5, X2=10 e X3=15 cm a partir da superfície quente, nos tempos de 11, 25, 33 minutos após a elevação da temperatura inicial:




**a)**

$$\boldsymbol{x = 5.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 660s}$$

1º Cálculo de $\xi$: $\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{5.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.660}} = 1{,}163$

2º pela tabela D.2 (pg 327): $erf(\xi) = 0{,}89910$

3º $\theta(x,t) = \frac{T(x,t) - 125ºC}{25ºC - 125ºC} = \ erf(\xi) = 0{,}89910$

$$\boldsymbol{T(x,t) = 35,1ºC}$$

**b)**

$$\boldsymbol{x = 10.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 660s}$$

$\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{10.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.660}} = 2{,}326$

$erf(\xi) = 0{,}99897$

$\theta(x,t) = \frac{T(x,t) - 125ºC}{25ºC - 125ºC} = \ erf(\xi) = 0{,}99897$

$$\boldsymbol{T(x,t) = 25,1ºC}$$

**c)**

$$\boldsymbol{x = 15.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 660s}$$

$\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{10.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.660}} = 3{,}489$

$erf(\xi) = 1$

$\theta(x,t) = \frac{T(x,t)-125ºC}{25ºC-125ºC} = erf(\xi) = 1$

$$\boldsymbol{T(x,t) = 25\ ºC}$$

**d)**

$$\boldsymbol{x = 5.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 1500s}$$

$\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{15.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.1500}} = 0{,}77$

$erf(\xi) = 0{,}723775$

$\theta(x,t) = \frac{T(x,t)-125ºC}{25ºC-125ºC} = erf(\xi) = 0{,}723775$

$$\boldsymbol{T(x,t) = 52{,}6\ ºC}$$

**e)**

$$\boldsymbol{x = 10.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 1500s}$$

$\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{10.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.1500}} = 1{,}54$

$erf(\xi) = 0{,}93099$

$\theta(x,t) = \frac{T(x,t)-125ºC}{25ºC-125ºC} = erf(\xi) = 0{,}93099$

$$\boldsymbol{T(x,t) = 31{,}9\ ºC}$$

**f)**

$$\boldsymbol{x = 15.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 1500s}$$

$\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{15.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.1500}} = 2{,}31$

$erf(\xi) = 0{,}998896$

$\theta(x,t) = \frac{T(x,t)-125ºC}{25ºC-125ºC} = erf(\xi) = 0{,}998896$

$$\boldsymbol{T(x,t) = 25{,}1\ ºC}$$

**g)**

$$\boldsymbol{x = 5.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 1980s}$$

$\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{5.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.1980}} = 0{,}67$

$erf(\xi) = 0{,}65603$

$\theta(x,t) = \frac{T(x,t)-125ºC}{25ºC-125ºC} = erf(\xi) = 0{,}65603$

$$\boldsymbol{T(x,t) = 59{,}4\ ºC}$$

**h)**

$$x = 10.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 1980s$$

$\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{10.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.1980}} = 1{,}34$

$erf(\xi) = 0{,}94191$

$\theta(x,t) = \frac{T(x,t) - 125ºC}{25ºC - 125ºC} = \ erf(\xi) = 0{,}94191$

$$T(x,t) = 30{,}8\ ºC$$

**i)**

$$x = 15.10^{-2}\ m\ \ e\ \ t = 1980s$$

$\xi = \frac{x}{2.\sqrt{\alpha t}} = \frac{15.10^{-2}}{2.\sqrt{7.10^{-7}.1980}} = 2{,}01$

$erf(\xi) = 0{,}99549$

$\theta(x,t) = \frac{T(x,t) - 125ºC}{25ºC - 125ºC} = \ erf(\xi) = 0{,}99549$

$$T(x,t) = 25{,}5\ ºC$$

**Temperatura em função de x e t**

| $T(x,t)$ | $t = 11min$ | $t = 25min$ | $t = 30min$ |
|---|---|---|---|
| $x = 5cm$ | $35{,}1\ ºC$ | $52{,}6\ ºC$ | $59{,}4\ ºC$ |
| $x = 10cm$ | $25{,}1\ ºC$ | $31{,}9\ ºC$ | $30{,}8\ ºC$ |
| $x = 15cm$ | $25\ ºC$ | $25{,}1\ ºC$ | $25{,}5\ ºC$ |

Como era esperado, quanto maior for a profundidade em que se está medindo, menor será o valor da temperatura. Além disso, quanto maior for o tempo de contato com a superfície quente, maior será a temperatura.