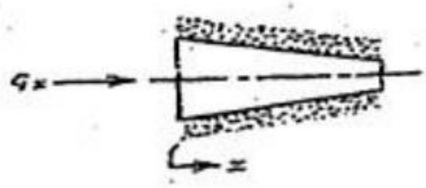
1) Considere condução de calor unidimensional, em regime estacionário, através do sólido simétrico mostrado na figura.

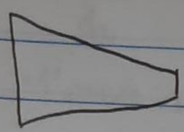


Supondo que não existe geração interna de calor, desenvolva uma expressão para a condutividade térmica k(x) para as seguintes condições: A(x) = (1-x), T(x) = 300 (1 – 2x –x³), e Qₓ = 6000 W, onde A está em metros quadrados, T em kelvins, e x em metros.

Andreas Schwambach

1-)

Condução de calor unidimensional, regime estacionário



$A(x) = (1-x)$ $\qquad Q_x = 6000\,W$

$T(x) = 300(1-2x-x^3)$

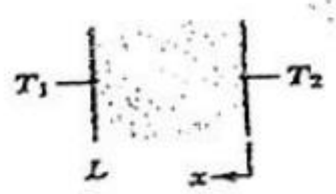
$\dot{E}_{entra} = \dot{E}_{sai}$

$q_{x\,entrada} = q_{x\,saida} = -k \cdot A(x) \cdot \dfrac{dT(x)}{dx}$ ⇒ Lei de Fourier

$6000 = -k(1-x)\dfrac{d[300(1-2x-x^3)]}{dx} \Rightarrow 6000 = -k(1-x)[300(-3x^2-2)]$

$$\boxed{k = \frac{-20}{(1-x)(-3x^2-2)}}$$

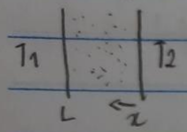
2) Transferência unidimensional de calor por condução, em regime estacionário e sem geração interna de calor, ocorre no sistema mostrado. A condutividade térmica material é de 25 W/m.K, enquanto a espessura da parede L é de 0,5 m.



Determine as grandezas desconhecidas para cada caso mostrado na tabela e esboce a distribuição de temperatura, indicando a direção do fluido térmico.

Caso	T_1	T_2	dT/dx (K/m)	q_x (W/m²)
1	400 K	300 K		
2	100 °C		-250	
3	80 °C		+200	
4	30 °C	-5 °C		4000
5				-3000

2.) Condição de calor unidimensional, regime estacionário, sem geração interna de calor



• Caso 1: $k = \frac{-q_x}{dT/dx}$ $\longrightarrow$ $\int_{T_1}^{T_2} k\,dT = \int_0^L -q_x\,dx$

$k(T_2-T_1) = -q_x(L-0) \Rightarrow q_x = \frac{-k(T_2-T_1)}{L} = -\frac{25(300-400)}{0,5} = \boxed{5000\ W/m^2}$

$\frac{dT}{dx} = \frac{-q_x}{k} = \frac{-5000}{25} \Rightarrow \boxed{\frac{dT}{dx} = -200\ K/m}$

• Caso 2: $q(x) = -k(\overset{dT/dx}{-250}) = -25(-250) = \boxed{6250\ W/m^2}$

$T_2 = \frac{dT(x)}{dx}.L + T_1 = (-250).0,5 + 373 = 248K = \boxed{-25°C}$

• Caso 3: $q(x) = -k(+200) = -25(+200) = \boxed{-5000\ W/m^2}$

$T_2 = \frac{dT(x)}{dx}.L + T_1 = (200).0,5 + 353 = 453K = \boxed{180°C}$

• Caso 4: $\frac{dT(x)}{dx} = \frac{q_x}{-k} = \frac{4000}{-25} = \boxed{-160\ K/m}$

$T_1 = -\frac{dT(x)}{dx}.L + T_2 = -(-160).0,5 + 268 = 348K = \boxed{75°C}$

• Caso 5: $\frac{dT(x)}{dx} = \frac{q_x}{-k} = \frac{-3000}{-25} = \boxed{120\ K/m}$

$T_2 = \frac{dT(x)}{dx}.L + T_1 = 120.0,5 + 303 = 363K = \boxed{90°C}$

3) Observa-se que a distribuição de temperatura, em estado estacionário, no interior de uma parede unidimensional com condutividade térimica de 50 W/m.K e espessura de 50 mm tem a forma $T(°C) = a + b.x^2$, onde $a = 200$ °C, $b = -2000°C/m^2$ e x está em metros.

a) Qual a taxa de geração de calor q na parede?

b) Determine os fluxos de calor nas duas faces da parede.

Resposta: a) 2.10^5 W/m²; b) 10000 W/ in²

3-) Estado estacionário, condução unidimensional

a) Equação de Fourier:

$$\dot{q} = -k\frac{d}{dx}\left[\frac{dT(x)}{dx}\right] = -k\frac{d}{dx}\left[\frac{d(200-2000x^2)}{dx}\right]$$

$$\dot{q} = -k\frac{d(-4000x)}{dx} = -k(-4000) = -50.(-4000) \Rightarrow \boxed{\dot{q} = 2{,}10^5 \text{ W/m}^2}$$

tilibra

b) Lei de Fourier: $q_x = -k\frac{dT(x)}{dx}$

$$q_x = -k\frac{d(200-2000x^2)}{dx} = k.4000.x$$

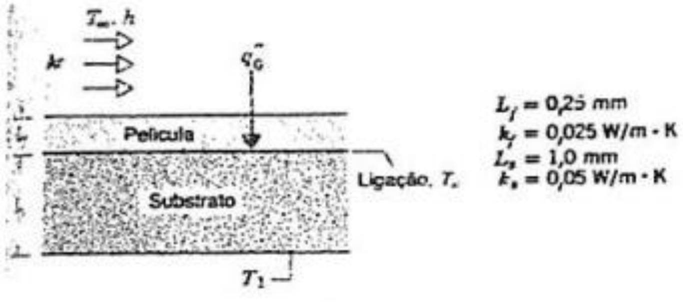
• 1° parede: $x = 0$

$q(0) = 50.4000.0 = \boxed{0}$

• 2ª parede: $x = L = 0{,}05$ m

$q(L) = 50.4000.0{,}05 = \boxed{10000 \text{ W/m}^2}$

4) Em um processo de fabricação, uma película transparente está sendo fixada sobre um substrato, conforme é mostrado no desenho. Para curar a fixação a uma temperatura T_o, uma fonte de energia radiante é usada para fornecer um fluxo de calor q_o (W/m²), que é totalmente absorvido na superfície filme/substrato. A parte inferior do substrato é mantida a T_1, enquanto a superfície livre da película está exposta ao ar a uma temperatura T_∞ com um coeficiente de transferência de calor por convecção h.

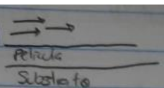


a) Desenhe o circuito térmico que representa a transferência de calor em regime estacionário. Certifique-se de que sejam identificados todos os elementos, nós e taxas de transferência de calor.

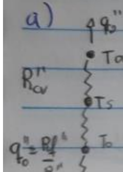
b) Considere as seguintes condições: $T_\infty = 20°C$, h = 50 W/m² .K e $T_1 = 30°C$. Calcule o fluxo radiante q necessário para manter a temperatura da superfície filme/ substrato em $T_o = 60°C$.

Resposta : b) 2833 W/m²

4-)



a)



R''_{cv} = Resistência Térmica por convecção

R''_f = Resistência Térmica por condução no Filme

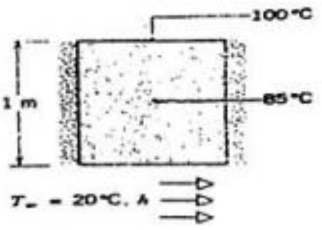
R''_s = Resistência Térmica por condução no substrato

b) $q''_0 = q''_1 + q''_2 \rightarrow q''_0 = \frac{T_0 - T_\infty}{R''_{cv} + R''_f} + \frac{T_0 - T_1}{R''_s}$

$$\begin{cases} R''_{cv} = 1/h = 0{,}020 \\ R''_f = L_f/k_f = 0{,}010 \\ R''_s = L_s/k_s = 0{,}020 \end{cases}$$

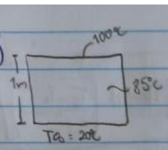
$$q''_0 = \frac{60-20}{0{,}020+0{,}010} + \frac{60-30}{0{,}020} = \boxed{2833 \text{ W/m}^2}$$

5) Uma placa de aço com 1 m de comprimento (k = 50 W/ m.K) tem os seus lados isolados termicamente, enquanto a superfície superior é mantida a 100°C e a superfície inferior é resfriada por convecção por um fluido que se encontra a 20°C. em condições de regime estacionário, sem geração de calor, um termopar, posicionado no ponto intermediário entre as duas superfícies, revela uma temperatura de 85°C.



Qual o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície inferior da placa? Resposta : 30 W/m².K

5)



L = 1m

k = 50 W/mK

$Q_1 = Q_2$

$$\frac{T_{s1} - T_0}{L/K} = \frac{T_1 - T_\infty}{L/k + 1/h}$$

$$\frac{50.(100-85)}{0,5} = \frac{100-20}{1/50 + 1/h}$$

$$1500\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{h}\right) = 80$$

$$30 + \frac{1500}{h} = 8 \Rightarrow \boxed{h = 30\ W/m^2K}$$

tilibra

6) Uma parede composta separa gases de combustão a 2600 °C de um líquido refrigerante a 100°C, com coeficientes de transferência de calor por convecção no lado do gás e no líquido iguais a 50 e 1000 W/m².K, respectivamente. A parede é composta por uma camada de 10 mm de óxido de berílio no lado do gás e uma placa de 20 mm de aço inoxidável (AISI 304) no lado do líquido. A resistência de contato entre o óxido e o aço é de 0,05 m².K/W. Qual é a perda de calor por unidade de área de superfície da parede composta. Esboce a distribuição de temperatura entre o gás e o líquido. Resposta : 34600 W/m²

6) $T_{gás} = 2600°C$ $T_{lq} = 100°C$ $h_{gás} = 50\ W/m^2K$ $h_{lq} = 1000\ W/m^2K$ $L_1 = 10mm$
$L_2 = 20mm$ $R_{contato} = 0,05 m^2K/W$

$k_{óxido\ do\ berílio} = 21,5\ W/mK$ $k_{aço} = 25,4\ W/mK$

$$q'' = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{conv,1} + R_{berílio} + R_{contato} + R_{aço} + R_{conv,2}} = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{L_1}{k_{berílio}} + R_{contato} + \frac{L_2}{k_{aço}} + \frac{1}{h_2}}$$

$$q'' = \frac{2600 - 100}{\frac{1}{50} + \frac{0,01}{21,5} + 0,05 + \frac{0,02}{25,4} + \frac{1}{1000}} \Rightarrow \boxed{q'' = 34600\ W/m^2}$$

$$q'' = h_1(T_{\infty,1} - T_{s,1}) \Rightarrow T_{s,1} = T_{\infty 1} - q''/h_1 = 2600 - \frac{34600}{50} = 1908°C$$

$$T_{c,1} = T_{s,1} - \frac{L_1 . q''}{k_{berílio}} = 1908 - \frac{0,01.34600}{21,5} = 1892°C$$

• Encontrando $T_{s,2}$: $q'' = \frac{T_{c,1} - T_{c,2}}{R_{contato}}$ $T_{c,2} = T_{c,1} - R_{contato}. q''$

$T_{c,2} = 1892 - 0,05.34600 = 16,2°C$

$$T_{s,2} = 162 - \frac{0,02.34600}{25,4} = 134,6°C$$

7) Seja a parede de um tubo com raios internos e externos iguais a r_i e r_e, cujas temperaturas são mantidas a T_i e T_e, respectivamente. A condutividade térmica do material do tubo é função da temperatura, podendo ser representada por uma expressão na forma $k = k_o.(1+aT)$, onde k_o e a são constantes. Obtenha uma expressão para a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo. Qual é a resistência térmica da parede do tubo?

taxa

7) $q_r = -k.A_r.\frac{dT}{dr} = -k\,2\pi r L\frac{dT}{dr}$

$q'_r = -k\,2\pi r\frac{dT}{dr} \Rightarrow q'_r = -k_o.2\pi r(1-aT)\frac{dT}{dr} \Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{q'_r}{2\pi}\frac{dr}{r} = k_o(1+a.T)dT \Rightarrow \int_{r_1}^{r_0} -\frac{q'_r}{2\pi}\frac{dr}{r} = \int_{T_i}^{T_0} k_o(1+aT)dT$

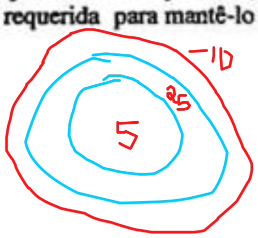
$\Rightarrow -\frac{q'_r}{2\pi}\ln\left(\frac{r_o}{r_i}\right) = k_o\left[(T_o-T_i)+\frac{a}{2}(T_o^2-T_i^2)\right]$

Assim,

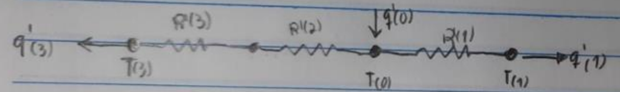
$$\boxed{q'_r = -2\pi k_o\left[1+\frac{a}{2}(T_o-T_i).\left(\frac{T_o-T_i}{\ln(\frac{r_o}{r_i})}\right)\right]}$$

tilibra

8) Um aquecedor elétrico delgado é enrolado ao redor da superfície externa de um tubo cilíndrico longo cuja superfície interna é mantida a uma temperatura de 5°C. A parede do tubo possui raiso interno e externo iguais a 25 e 75 mm, respectivamente, e condutividade térmica de 10W/m.K. A resistência térmica de contato entre o aquecedor e a superfície externa do tubo (por unidade de comprimento do tubo) é de R'_{tc} = 0,01 m.K/W. A superfície externa do aquecedor está exposta a um fluido com T_∞ = -10°C e um coeficiente de convecção de h = 100 W/ m².K. Determine a potência do aquecedor, por unidade de comprimento do tubo, requerida para mantê-lo a T_o = 25°C. Resposta : 2377W/m



8) $T_0 = 5°C$ $r_0 = 0{,}075m$ $r_1 = 0{,}025m$ $k_3 = 10$ W/mK $R'_2 = 0{,}01$ mK/W
$T_\infty = -10°C$ $h = 100$ W/m²K $T_0 = 25°C$



$q_0 = q_1 + q_2$

$q_0 = \frac{T_0-T_1}{R'_1} + \frac{T_0-T_3}{R'_2+R'_3} = \frac{T_0-T_1}{1/\pi r_0 h} + \frac{T_0-T_3}{R'_2 + \frac{\ln(r_0/r_1)}{2\pi k_3}}$

$q_0 = \frac{5-(-10)}{1/\pi 0{,}075.100} + \frac{5-25}{0{,}01+\frac{\ln(0{,}075/\pi.0{,}005)}{2\pi 10}} \Rightarrow \boxed{q_0 = 2377 \text{ W/m}}$

9) Um revestimento de Bakelite é usado sobre um bastão condutor de 10 mm de diâmetro, cuja superfície é mantida a 200°C pela passagem de uma corrente elétrica. O bastão encontra-se imerso em fluido a 25°C, onde o coeficiente de transferência de calor por convecção é de 140 W/m².K. Qual é o raio crítico associado ao revestimento nestas condições? Qual é a taxa de transferência de calor, por unidade de comprimento, estando o bastão sem revestimento e com um revestimento de Bakelite cuja esperssura corresponde ao raio crítico? Qual a quantidade de Bakelite que deve ser colocada sobre o bastão para reduzir em 25% a transferência de calor correspondente ao bastão sem qualquer revestimento.

Resposta: a) 0,01 m ; b) 770 W/m ; c) 55 mm

9) $h = 140$ W/m²K $D_i = 0{,}01m$ $T_i = 200°C$ $T_\infty = 25°C$ $k = 1{,}4$ W/mK

a) $r_c = \frac{k}{h} = \frac{1{,}4}{140} = \boxed{0{,}01m}$

b) $q' = h(\pi D_i)(T_i - T_\infty) = 140(\pi 0{,}01)(200-25) \Rightarrow \boxed{q' = 770 \text{ W/m}}$

c) $r = 0{,}06m$ $\xi = (0{,}06 - 0{,}005) = \boxed{55mm}$

10) Uma esfera oca de alumínio, com um aquecedor elétrico no seu centro, é usada em testes para determinar a condutividade térmica de materiais isolantes. Os raios interno e externo da esfera possuem 0,15 e 0,18 m, respectivamente, e o teste é realizado em condições de regime estacionário com a superfície interna do alumínio mantida a 250°C. Para um teste em particular, uma casca esférica de isolamento térmico é fundida sobre a superfície externa da esfera até uma espessura de 0,12 m. O sistema encontra-se em uma sala na qual a temperatura do ar é de 20°C e o coeficiente de isolamento é de 30 W/m².K. Se 80W são dissipados pelo aquecedor em condições de regime estacionário, qual é a condutividade térmica do isolamento testado? Resposta: 0,062 W/m.K

10) $q = 80W$ $R_i = 0{,}12 + 0{,}18 = 0{,}3m$

$q = \frac{T_1 - T_\infty}{R_{cov,Ri} + R_{cov,Re} + R_{conv} + R_{iso}}$

$R_{cond,R_1} = 1/4\pi R_1^2.h = 0{,}0118$

$R_{cond,R_2} = 1/4\pi R_2^2 h = 8{,}1869.10^{-5}$

$R_{conv} = \frac{R_2 - R_1}{4\pi R_1 R_2 k} = \frac{0{,}0884}{k}$

$R_{iso} = \frac{0{,}3-0{,}18}{4\pi(0{,}18.0{,}3)130} = 5{,}89.10^{3}$

$80 = \frac{1230}{0{,}02587 + \frac{0{,}0884}{k}}$

$$\boxed{\begin{array}{l} k = 0{,}031 \text{ W/mk} \\ 2k = 0{,}062 \text{ W/mk} \end{array}}$$