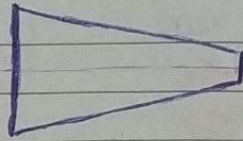


1) Considere condução de calor unidimensional, em regime estacionário, através do sólido simétrico mostrado na figura.



Supondo que não existe geração interna de calor, determine uma expressão para a condutividade térmica  $K(x)$  para as seguintes condições:  $A(x) = (1-x)$ ,  $T(x) = 300(1-2x-x^3)$ ,  $Q_x = 6000 \text{ W}$ , onde  $A$  está em metros quadrados,  $T$  em Kelvin, e  $x$  em metros.

Regime estacionário; condução de calor unidimensional; sem geração de calor

$$A(x) = (1-x)$$

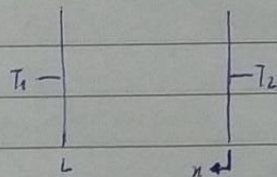
$$T(x) = 300(1-2x-x^3)$$

$$Q_x = 6000 \text{ W}$$

$$\dot{E}_{\text{ENTRA}} = \dot{E}_{\text{SAÍ}} \rightarrow q_{x,\text{ENTRA}} = q_{x,\text{SAÍ}} = -K \cdot A(x) \cdot \underbrace{\frac{dT(x)}{dx}}_{\text{Lei de Fourier}} \rightarrow 6000 = -K(1-x)[300(-3x^2-2)]$$

$$\therefore K = \frac{-20}{(1-x)(-3x^2-2)}$$

2) Transmissão unidimensional de calor por condução, em regime estacionário, sem geração interna de calor, ocorre no sistema mostrado. A condutividade térmica material é de  $25 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ , enquanto a espessura da parede é de  $0,5 \text{ m}$ .



Determine as grandezas desconhecidas para cada caso mostrado na tabela e esboce a distribuição de temperatura, indicando a direção do fluxo térmico.

Case	$T_1$	$T_2$	$dT/dx (K/m)$	$q_x (W/m^2)$
1	400K	300K	-200	5000
2	100°C	-25°C	-250	6250
3	80°C	180°C	+200	-5000
4	30°C	-5°C	+160	4000
5	30°C	90°C	+120	-3000

Case 1:  $K = -\frac{q_x}{dT/dx} \Rightarrow \int_{T_1}^{T_2} K dT = \int_0^L -q_x dx \Rightarrow K(T_2 - T_1) = -q_x(L - 0) \Rightarrow q_x = -K(T_2 - T_1)/L$

$$q_x = -\frac{25(300-400)}{0.5} = 5000 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{q_x}{K} = \frac{5000}{25} = -200 \text{ K/m}$$

$$\therefore q_x = 5000 \text{ W/m}^2, dT/dx = -200 \text{ K/m}$$

Case 2:  $q_x = -K \frac{dT}{dx} = -25(-250) = 6250 \text{ W/m}^2$

$$T_2 = \frac{dT(x)}{dx} \cdot L + T_1 = (-250) \cdot 0.5 + (100+273) = 248 \text{ K} = -25^\circ\text{C}$$

$$\therefore q_x = 6250 \text{ W/m}^2; T_2 = -25^\circ\text{C}$$

Case 3:  $q_x = -K \frac{dT}{dx} = -25(+200) = -5000 \text{ W/m}^2$

$$T_2 = \frac{dT(x)}{dx} \cdot L + T_1 = (+200) \cdot 0.5 + (80+273) = 453 \text{ K} = 180^\circ\text{C}$$

$$\therefore q_x = -5000 \text{ W/m}^2; T_2 = 180^\circ\text{C}$$

$$\text{Case 4: } \frac{dT(x)}{dx} = \frac{q_x}{k} = \frac{4000}{-25} = -160 \text{ K/m}$$

$$\therefore q_x = -160 \text{ K/m}$$

$$\text{Case 5: } \frac{dT(x)}{dx} = \frac{q_x}{k} = -\frac{3000}{-25} = 120 \text{ K/m}$$

$$-3000 \cdot \int_0^L dx = -k(T_2 - T_1) \rightarrow T_2 = 363 \text{ K} = 90^\circ\text{C}$$

$T_1 = 30^\circ\text{C}$

$$\therefore \frac{dT(x)}{dx} = 120 \text{ K/m}; T_1 = 30^\circ\text{C}; T_2 = 90^\circ\text{C}$$



3) Observa-se que a distribuição de temperatura, em estado estacionário, no interior de uma parede unidimensional com condutividade térmica de  $50 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  e espessura de  $50 \text{ mm}$  tem a forma  $T(^{\circ}\text{C}) = a + bx^2$ , onde  $a = 200^{\circ}\text{C}$ ,  $b = -2000^{\circ}\text{C/m}^2$  e  $x$  está em metros.

a) Qual a taxa de geração de calor  $\dot{q}$  na parede?

b) Determine os fluxos de calor nas duas faces da parede.

a) Estado estacionário; condução unidimensional

$$\dot{q} = -K \frac{d}{dx} \left[ \frac{dT(x)}{dx} \right] = -K \frac{d}{dx} \left[ \frac{d}{dx} (200 - 2000x^2) \right] = -K \frac{d}{dx} (-4000x) = -K(-4000)$$

$$\therefore \dot{q} = -50(-4000) = 2 \cdot 10^5 \text{ W/m}^2$$

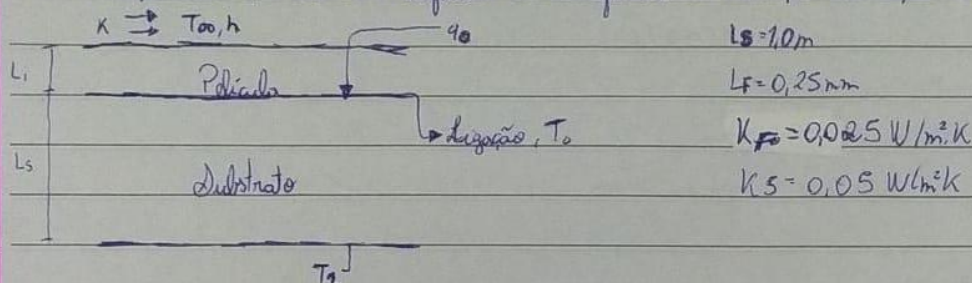
$$b) q_x = -K \frac{dT(x)}{dx} = -K(-4000x)$$

$$\text{Face 1 } (x=0) \leadsto q_x = 0$$

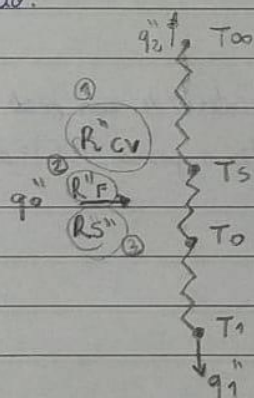
$$\text{Face 2 } (x=0,05) \leadsto q = 10000 \text{ W/m}^2$$

$$\therefore q_{x_1} = 0 \text{ e } q_{x_2} = 10000 \text{ W/m}^2$$

4) Em um processo de fabricação, uma película transparente está sendo fixada sobre um substrato, conforme é mostrado no desenho. Para curar a fixação a uma temperatura  $T_0$ , uma fonte de energia radiante é usada para fornecer fluxo de calor  $q_0$  ( $W/m^2$ ), que é totalmente absorvido na superfície filme/substrato. A parte inferior do substrato é mantida a  $T_1$ , enquanto a superfície livre da película está exposta ao ar a uma temperatura  $T_\infty$  com um coeficiente de transferência de calor por convecção  $h$ .



a) Desenhe o circuito térmico que representa a transferência de calor em regime estacionário.



- ① Resistência térmica por convecção
- ② " " " " condução no filme
- ③ " " " " " no substrato

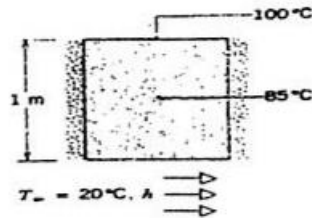
b) Se  $T_\infty = 20^\circ\text{C}$ ,  $h = 50 \text{ W/m}^2\text{K}$  e  $T_1 = 30^\circ\text{C}$ . Calcule o fluxo de radiação necessário para manter a temperatura da superfície filme/substrato em  $T_0 = 60^\circ\text{C}$ .

Regime estacionário; Prop. constantes; dens. geração de calor; Unidimensional

$$q''_0 = q''_1 + q''_2 = \frac{T_0 - T_\infty}{R_{cv} + R_f} + \frac{T_0 - T_1}{R_s}; R_{cv} = 1/h; R_f = \frac{L_f}{k_f}; R_s = \frac{L_s}{k_s}$$

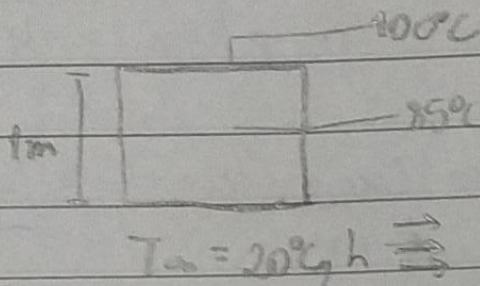
Substituindo, obtemos  $q''_0 = 2833 \text{ W/m}^2$

- 5) Uma placa de aço com 1 m de comprimento ( $k = 50 \text{ W/m.K}$ ) tem os seus lados isolados termicamente, enquanto a superfície superior é mantida a  $100^\circ\text{C}$  e a superfície inferior é resfriada por convecção por um fluido que se encontra a  $20^\circ\text{C}$ . em condições de regime estacionário, sem geração de calor, um termopar, posicionado no ponto intermediário entre as duas superfícies, revela uma temperatura de  $85^\circ\text{C}$ .



Qual o valor do coeficiente de transferência de calor por convecção na superfície inferior da placa? Resposta :  $30 \text{ W/m}^2\text{K}$

5)



Regime estacionário  
Sem geração de calor  
d/ geração de calor  
Prop. 1D

$$L = 1 \text{ m}, \quad k = 50 \text{ W/m.K}$$

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{(L/k)} = 1500 \text{ W/m}^2$$

$$Q_{\text{total}} = \frac{T_1 - T_{\infty}}{R_{\text{total}}} = \frac{T_1 - T_{\infty}}{1/h + L/k} = 1500 \text{ W/m}^2$$

$$\frac{80^\circ\text{C}}{1/h + 1/k} = 1500 \rightarrow h \approx 30 \text{ W/m}^2\text{K}$$



- 6) Uma parede composta separa gases de combustão a  $2600^\circ\text{C}$  de um líquido refrigerante a  $100^\circ\text{C}$ , com coeficientes de transferência de calor por convecção no lado do gás e no líquido iguais a 50 e  $1000 \text{ W/m}^2\text{K}$ , respectivamente. A parede é composta por uma camada de 10 mm de óxido de berílio no lado do gás e uma placa de 20 mm de aço inoxidável (AISI 304) no lado do líquido. A resistência de contato entre o óxido e o aço é de  $0,05 \text{ m}^2\text{K/W}$ . Qual é a perda de calor por unidade de área de superfície da parede composta. Esboce a distribuição de temperatura entre o gás e o líquido. Resposta :  $34600 \text{ W/m}^2$

6) Regime estacionário  
Dist. unidimensional  
Sem ger. de energia  
Prop. ctes

$L_1$	Gases	$T_g = 2600^\circ\text{C}$	$h_1 = 50 \text{ W/m}^2\text{K}$
$R_c$			
$L_2$	Líquido	$T_L = 100^\circ\text{C}$	$h_2 = 1000 \text{ W/m}^2\text{K}$

$R_c = 0,05 \text{ m}^2\text{K/W}$ ,  $L_1 = 10 \text{ mm}$ ;  $L_2 = 20 \text{ mm}$

$$K_{\text{óxido}} = 21,5 \text{ W/mK}$$

$$K_{\text{aço}} = 25,4 \text{ W/mK}$$

$$R_T = R_{c,1} + R_{\text{óxido}} + R_{\text{cont}} + R_{c,2} + R_{\text{aço}}$$

$$\frac{R_T}{A} = \frac{1}{50} + \frac{10 \cdot 10^{-3}}{21,5} + 0,05 + \frac{20 \cdot 10^{-3}}{25,4} = 7,225 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2\text{K/W}$$

$$Q = \frac{T_1 - T_2}{R_T} = 34600 \text{ W/m}^2$$

I) T do óxido NA SUP. GÁS-ÓXIDO :  $Q = h_1 (T_g - T_{\text{óx},1}) \rightarrow T_{\text{óx},1} = 1908^\circ\text{C}$

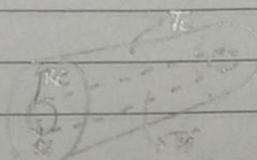
II) T do óxido NA SUP. ÓXIDO-AÇO :  $Q = \frac{K_{\text{óxido}} (T_{\text{óx},1} - T_{\text{óx},2})}{L_1} \rightarrow T_{\text{óx},2} = 1892^\circ\text{C}$

III) T do AÇO NA SUP. AÇO-LÍQ :  $Q = h_2 (T_{\text{aço},1} - T_L) \rightarrow T_{\text{aço},1} = 131,6^\circ\text{C}$

IV) T do AÇO NA SUP. ÓXIDO-AÇO :  $Q = \frac{K_{\text{aço}} (T_{\text{aço},2} - T_{\text{aço},1})}{L_2} \rightarrow T_{\text{aço},2} = 161,84^\circ\text{C}$

- 7) Seja a parede de um tubo com raios internos e externos iguais a  $r_i$  e  $r_e$ , cujas temperaturas são mantidas a  $T_i$  e  $T_e$ , respectivamente. A condutividade térmica do material do tubo é função da temperatura, podendo ser representada por uma expressão na forma  $k = k_0(1 + aT)$ , onde  $k_0$  e  $a$  são constantes. Obtenha uma expressão para a taxa de transferência de calor por unidade de comprimento do tubo. Qual é a resistência térmica da parede do tubo?

7) Regime permanente  
 1D unidimensional  
 sem ger. de energia  
 $k$  varia com  $T$



$$k = k_0(1 + aT)$$

$$Q_{cond} = -K \cdot A \cdot \frac{dT}{dr} = -k \cdot 2\pi RL \frac{dT}{dr} \rightarrow \frac{Q}{L} \equiv Q'' \rightarrow \frac{Q''}{2\pi R} dr = -(k_0 + k_0 a T) dT$$

$$\frac{-Q''}{2\pi} \int_{r_i}^{r_e} \frac{1}{R} dr = k_0 + k_0 a T \int_{T_i}^{T_e} dT \rightarrow \frac{-Q''}{2\pi} \ln\left(\frac{r_e}{r_i}\right) = k_0 (T_e - T_i) + k_0 a \left(\frac{T_e^2}{2} - \frac{T_i^2}{2}\right)$$

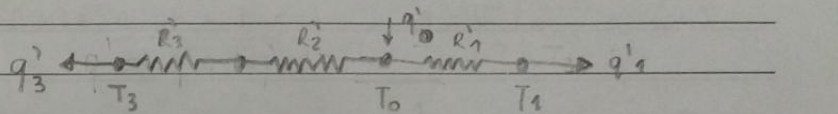
$$Q'' = -\frac{2\pi k_0 [(T_e - T_i) + a/2 \cdot (T_e^2 - T_i^2)]}{\ln(r_e/r_i)}$$

$$\therefore Q'' = \frac{2\pi k_0 [(T_e - T_i) + a/2 \cdot (T_e^2 - T_i^2)]}{\ln(r_i/r_e)}$$



- 8) Um aquecedor elétrico delgado é enrolado ao redor da superfície externa de um tubo cilíndrico longo cuja superfície interna é mantida a uma temperatura de  $5^{\circ}\text{C}$ . A parede do tubo possui raio interno e externo iguais a 25 e 75 mm, respectivamente, e condutividade térmica de  $10\text{ W/m.K}$ . A resistência térmica de contato entre o aquecedor e a superfície externa do tubo (por unidade de comprimento do tubo) é de  $R'_{1c} = 0,01\text{ m.K/W}$ . A superfície externa do aquecedor está exposta a um fluido com  $T_{\infty} = -10^{\circ}\text{C}$  e um coeficiente de convecção de  $h = 100\text{ W/m}^2\text{K}$ . Determine a potência do aquecedor, por unidade de comprimento do tubo, requerida para mantê-lo a  $T_0 = 25^{\circ}\text{C}$ . Resposta :  $2377\text{ W/m}$

8) Regime estacionário  
Dist. unidimensional  
dem ger. de energia  
Prop. ctes



$$q'_0 = q'_1 + q'_2 = \frac{T_0 - T_1}{R_1} + \frac{T_0 - T_3}{R_2 + R_3} = \frac{T_0 - T_1}{1/\pi \cdot D_e \cdot h} + \frac{T_0 - T_3}{R_2 + \frac{\ln(r_e/r_i)}{2\pi k_3}}$$

$\therefore q'_0 = 2377\text{ W/m}$

- 9) Um revestimento de Bakelite é usado sobre um bastão condutor de 10 mm de diâmetro, cuja superfície é mantida a  $200^{\circ}\text{C}$  pela passagem de uma corrente elétrica. O bastão encontra-se imerso em fluido a  $25^{\circ}\text{C}$ , onde o coeficiente de transferência de calor por convecção é de  $140\text{ W/m}^2\text{K}$ . Qual é o raio crítico associado ao revestimento nestas condições? Qual é a taxa de transferência de calor, por unidade de comprimento, estando o bastão sem revestimento e com um revestimento de Bakelite cuja espessura corresponde ao raio crítico? Qual a quantidade de Bakelite que deve ser colocada sobre o bastão para reduzir em 25% a transferência de calor correspondente ao bastão sem qualquer revestimento.

Resposta: a)  $0,01\text{ m}$  ; b)  $770\text{ W/m}$  ; c)  $55\text{ mm}$

9) Regime estacionário  
Prop. ctes  
dem ger. de energia  
Dist. unidimensional

a)  $r_c = \frac{k}{h} = \frac{1,4}{140} = 0,01\text{ m}$

b)  $q' = h(\pi D_i l)(T_i - T_{\infty}) = 140(\pi \cdot 0,01)(200 - 25) \Rightarrow$   
 $\therefore q' = 770\text{ W/m}$

c)  $r = 0,06\text{ mm} \rightarrow \xi = 0,06 - 0,005 \Rightarrow 55\text{ mm}$

- 10) Uma esfera oca de alumínio, com um aquecedor elétrico no seu centro, é usada em testes para determinar a condutividade térmica de materiais isolantes. Os raios interno e externo da esfera possuem 0,15 e 0,18 m, respectivamente, e o teste é realizado em condições de regime estacionário com a superfície interna do alumínio mantida a 250°C. Para um teste em particular, uma casca esférica de isolamento térmico é fundida sobre a superfície externa da esfera até uma espessura de 0,12 m. O sistema encontra-se em uma sala na qual a temperatura do ar é de 20°C e o coeficiente de isolamento é de 30 W/m<sup>2</sup>.K. Se 80W são dissipados pelo aquecedor em condições de regime estacionário, qual é a condutividade térmica do isolamento testado? Resposta: 0,062 W/m.K

10) Regime estacionário

Prop. ctes

sem ger. de energia

Sist. unidimensional

$$q = 80 \text{ W}$$

$$R_1 = 0,12; R_2 = 0,18 \text{ m}$$

$$q =$$

$$T_1 = T_2$$

$$R_{conv, R1} = R_{conv, R2} + R_{cond} + R_{iso}$$

$$R_{conv, R1} = \frac{1}{4\pi R_1^2 h} = 0,0118; \quad R_{conv, R2} = \frac{1}{4\pi R_2^2 h} = 8,1864 \cdot 10^{-2}$$

$$R_{cond} = \frac{R_2 - R_1}{4\pi R_2 R_1 K} = \frac{0,0884}{K}; \quad R_{iso} = \frac{R_T - R_e}{4\pi R_T h} = 5,89 \cdot 10^{-3}$$

substituindo na equação, achamos  $K = 0,031 \text{ W/m.K}$

$$\therefore 2K = 0,062 \text{ W/m.K}$$