Prova 2 - Otimização de Processos

Luiz Augusto Dembicki Fernandes, GRR20202416

27 de novembro de 2023

Questão 1 Trata-se de um problema de minimização de custos com a equação de custo dependente da área, assim utilizando as equações:

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_{lm}$$
$$T_{lm} = \frac{(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)}{ln\frac{T_1 - t_2}{T_2 - t_1}}$$
$$Q = m \cdot C_p \cdot \Delta T$$

As área foi obtida da seguinte forma, supondo que não há perda de energia:

$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T_{lm} = m \cdot C_p \cdot \Delta T$$

$$\rightarrow A = \frac{m \cdot C_p \cdot \Delta T}{U \cdot \Delta T_{lm}}$$

Assim para o caso em série:

$$Q1 \rightarrow Q = 16670 \cdot (252 - 320) = -14450(t_2 - 140) \therefore t_2 = 218,45^oF$$

$$\therefore A_2 = \frac{1133560}{106 \cdot 106,7} = 100,22\ ft^2$$

$$A_3 = \frac{20000 \cdot (353 - 280)}{106 \cdot 45,8} = 300,73\ ft^2$$

Utilizando os valores encontrados na função objetivo temos então um custo fixo para o esquema em série:

$$C_{cap} = 100,22^{0,36} + 300,73^{0,21} = 8,57\ \$/A$$

Para o esquema em paralelo foi variado a composição por meio da substituição da fração no lugar de m. Por meio do solver do Excel variou-se x de modo a mínimizar C_{cap}, com x inicial de 0,5 já que este oferecia resultados congruentes para ΔT_{lm}. Solver convergiu em $x \approx 0,5$ com um $C_{cap} = 7,98\ \$/A$, ou seja é mais avantajoso o processo em paralelo. Equações para paralelo:

$$\min\ C_{cap} = A_2^{0,36} + A_3^{0,21}, \text{ sujeito à:}$$

$$A = \frac{x \cdot m \cdot C_p \cdot \Delta T}{U \cdot \Delta T_{lm}} \mid x \in \mathbb{R}; 0,0001 \leqslant x \leqslant 1$$

$$T_{lm} = \frac{(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)}{ln\frac{T_1 - t_2}{T_2 - t_1}}$$

$$t_2 = \frac{Q}{x \cdot m \cdot C_p} + 140$$

Questão 2 a) Utilizando as relações:

$$Q - W_0 C_p (t_{i-1} - t_i) = 0$$

$$Q - \lambda W_i = 0$$

$$\rightarrow Q - W_0 C_p (t_{i-1} - t_i) = Q - \lambda W_i \therefore W_i = \frac{W_0 C_p (t_{i-1} - t_i)}{\lambda}$$

Desta forma:

$$W_1 = 3465,3\ lb\ ;\ W_2 = 3663,3\ lb\ ;\ W_3 = 4752,5\ lb$$

$$A = \frac{Q}{U \cdot \Delta T_{lm}}$$

$$\rightarrow A_1 = 58,4\ ft^2\ ;\ A_2 = 54,2\ ft^2\ ;\ A_3 =\ 85,3 ft^2$$

b) Com Excel foram adicionados as relações acima em celulas e otimizadas com solver, primeiramente um a um cada trocador foi dimensionado variando a temperatura, no entanto desta forma o resultado será sempre a temperatura mais próxima da inicial possível, portanto não é uma forma viável de resolução. No entanto para otimização de ambos ao mesmo tempo, foi utilizada a função objetivo o custo total, minimizando-o, solver convergiu para $t_1 = 49.9^oF$ e $t_2 = 49.8^oF$ que estão no limiar do dominio fornecido, demonstrando que o sistema converge para maximizar a capacidade do ultimo trocador em detrimento do resto. A região viavel é composta da temperatua menor que a anterior mas maior que a posterior, e maior também que a temperatura do refrigerante.

c) Custo é mais sensivel para com U já que este influencia diretamente na área que é variável na função custo, com o aumento de U reduz-se o custo e vice-versa.

Questão 3 Modelagem: min $-Lucro = -0,4 \cdot (AB_{e1} + AB_{e2}) + 0,01 \cdot (W_1 + W_2)$ sujeito à:

$$\frac{AB_{ei}}{W_i + AB_{ie}} = y = 4 \cdot x_i$$

$$AB_{ei} = ABA_i - ABA_{i-1}$$

$$ABA_0 = 102,125 \cdot 0,026 = 2,65525$$

$$\sum (AB_{ei} + ABA_i) = 2,65525$$

$$x_i \leqslant x_{i-1}$$

$$x_i, y_i \in [0,1]$$

Onde i é o onde se encontra no processo (0: antes da extração, 1: extração 1 2: extração 2) Como não foi fornecido x utilizou-se ABA_1 e ABA_2 como variaveis junto com W_1 e W_2. Com solver foi encontrado:

$$W_1 = 22,88\ kg\ ; W_2 = 2\ kg$$

E lucro de 0,81 $, com chute inicial de 10 e 1 kg de W_1 e W_2 respectivamente.