

**Disciplina de Otimização de Processos**  
**Prof. Marcos L. Corazza (DEQ/UFPR)**

Data: **04/12/2023**

*Com consulta!*

Data entrega: **07/12/2023 até as 17h.**

**Atenção:** A entrega deve ser cópia física contendo esta folha de prova como capa.

<b>Prova Final</b>
<b>Nota:</b> _____
<b>Aluno:</b> _____
<b>GRR:</b> _____

**Questão 1) (5,0 Pts)** Uma planta química produz dois fertilizantes, *A* e *B*, a partir da mistura de dois componentes primários *C1* e *C2* em diferentes proporções. O teor de cada componente químico e os respectivos custos são apresentados na tabela abaixo. O fertilizante *A* não deve conter mais do que 60% de amônia e o *B* pelo menos 50% de amônia. A planta vende até 1000 lb/h de produtos e devido a limitações no processo somente 600 lb/h do fertilizante *A* podem ser produzidos. Assumindo que os custos de produção de *A* e *B* são os mesmos e que o preço de venda de *A* e *B* são 6 \$/lb e 7 \$/lb, respectivamente, e  $x_1$  e  $x_2$  representam as quantidades dos químicos (componentes) *C1* e *C2* usados para produzir o fertilizante *A*,  $y_1$  e  $y_2$  representam as quantidades de *C1* e *C2* para produzir o fertilizante *B*, assinale com **V** (verdadeiro) ou **F** (falso) as alternativas indicadas abaixo.

Componente	Teor (m/m)		Custo (\$/lb)	Disponibilidade (lb/h)
	Amônia	Fosfato		
<i>C1</i>	0,70	0,30	5	500
<i>C2</i>	0,40	0,60	4	Ilimitada

**Função objetivo:**

a) (....) A função objetivo que maximiza o lucro de produção de *A* e *B* é dado por:

$$L = 6(x_1 + x_2) + 7(y_1 + y_2) - 5(x_1 + y_1) - 4(x_2 + y_2)$$

**Restrições para a produção:**

R1) Quantidade máxima que pode ser vendida pela planta:  $(x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) \leq 1000$

R2) Disponibilidade de *C1*:  $x_1 + y_1 \leq 500$

R3) A produção é limitada por *A*:  $x_1 + x_2 \leq 600$

R4) O fertilizante *A* não deve conter mais do que 60% de amônia:  $\frac{7}{10}x_1 + \frac{4}{10}x_2 \leq \frac{6}{10}(x_1 + x_2)$

R5) O fertilizante *B* não deve conter mais do que 60% de amônia:  $\frac{7}{10}y_1 + \frac{4}{10}y_2 \geq \frac{5}{10}(y_1 + y_2)$

b) (....) Todas as restrições acima são verdadeiras e as equações que as representam estão corretas.

c) (....) Somente as restrições R1, R2 e R3 são verdadeiras, uma vez que as suas respectivas equações estão corretas.

d) (....) Todas as restrições acima são verdadeiras, porém algumas das equações podem estar incorretas e devem ser corrigidas. Quais equações acima devem ser corrigidas e qual é a expressão correta?

_____	_____
_____	_____
_____	_____

e) (....) A produção de ambos os fertilizantes é limitada pela disponibilidade de *C1* e *C2*.

- f) (...) A produção de ambos os fertilizantes é influenciada pela disponibilidade de C2.
- g) (...) O lucro da unidade é definido exclusivamente pela disponibilidade de C1, uma vez que este é o componente químico de maior custo.
- h) (...) O vértice  $[x_1 = 0; x_2 = 0; y_1 = 0; y_2 = 0]^T$  representa uma solução viável para este problema de programação linear.
- i) (...) Considerando as Figura 1(a) e 1(b) abaixo, o conjunto de restrições forma uma região não convexa em  $[x_1; x_2]$  e convexa em  $[y_1; y_2]$  para este problema.
- j) (...) As quantidades de A e B que maximizam o lucro para este problema são representados pelos vértices seguintes vértices da Figura 1:  $Q \in \mathbf{x}$  e  $T \in \mathbf{y}$ .
- k) (...) Este problema de otimização pode ser resolvido usando o Método Simplex para programação linear, no qual deve (obrigatoriamente) ser usada a estratégia Simplex em duas fases.

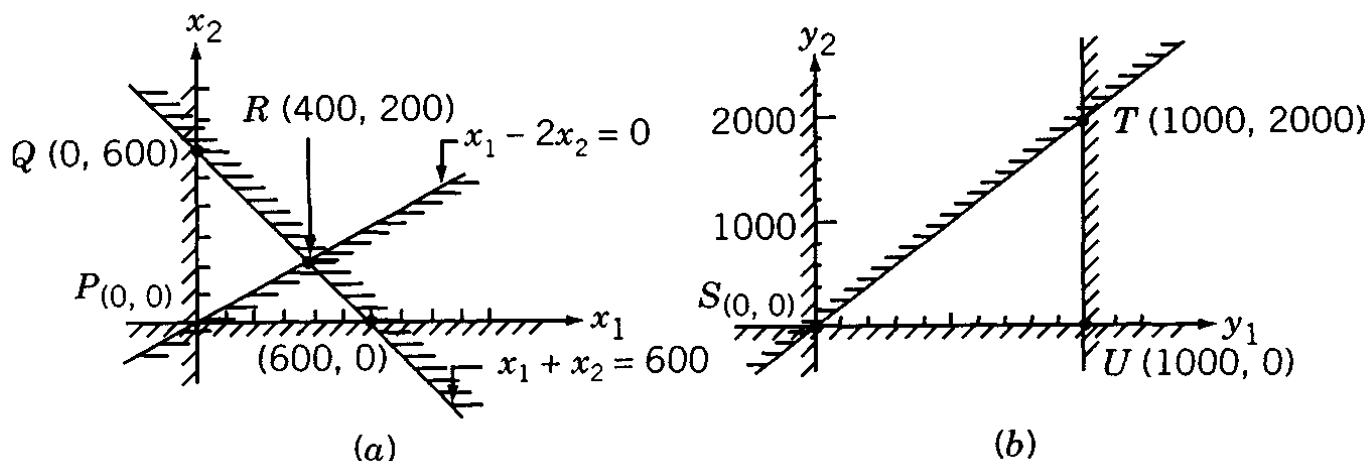


Figura 1 - Vértices para (a)  $[x_1; x_2]$  e (b)  $[y_1; y_2]$  para o problema de programação linear apresentado na Questão 1.

**Questão 2) (5,0 pts)** As figuras (Figuras 2(a)-(d)) representam funções objetivo não lineares (representadas pelas curvas de nível) juntamente com as restrições (linhas hachuradas). Considere as seguintes afirmações:

- 1) (...) Nos quatro casos apresentados, os pontos de ótimo (máximo e/ou mínimo) coincidem com o ponto ótimo da função sem considerar as restrições (problema de otimização sem restrições).
- 2) (...) O problema de otimização representado na Figura 2(a) se refere a uma função quadrática com um máximo global.
- 3) (...) As restrições modificam o ótimo dos problemas de otimização não linear em todas os quatro casos apresentados.
- 4) (...) A Figura 2(c) apresenta dois mínimos locais da função sendo o ponto A o ótimo do problema de otimização considerando as restrições.
- 5) (...) Se a aplicado o método de Newton para a solução, nos quatro casos o método converge com uma única iteração exceto para o caso da Figura 2(c).
- 6) (...) A Figura 2(d) apresenta dois pontos ótimos da função objetivo.
- 7) (...) Para os quatro casos apresentadas nas Figuras (a, b, c, d), os respectivos conjuntos de restrições formam uma região convexa definida para cada problema de otimização.
- 8) (...) O número de restrições em cada um dos problemas representados nas Figuras (a, b, c, d) é igual a 4.
- 9) (...) O vetor  $\mathbf{x} = [2 \ 1]^T$  é uma solução viável para o problema de otimização representado na Figura 2(a).
- 10) (...) Na Figura 2(d) o ótimo global é representado pelo ponto  $\mathbf{x}_{\text{opt}}^{(1)}$ .

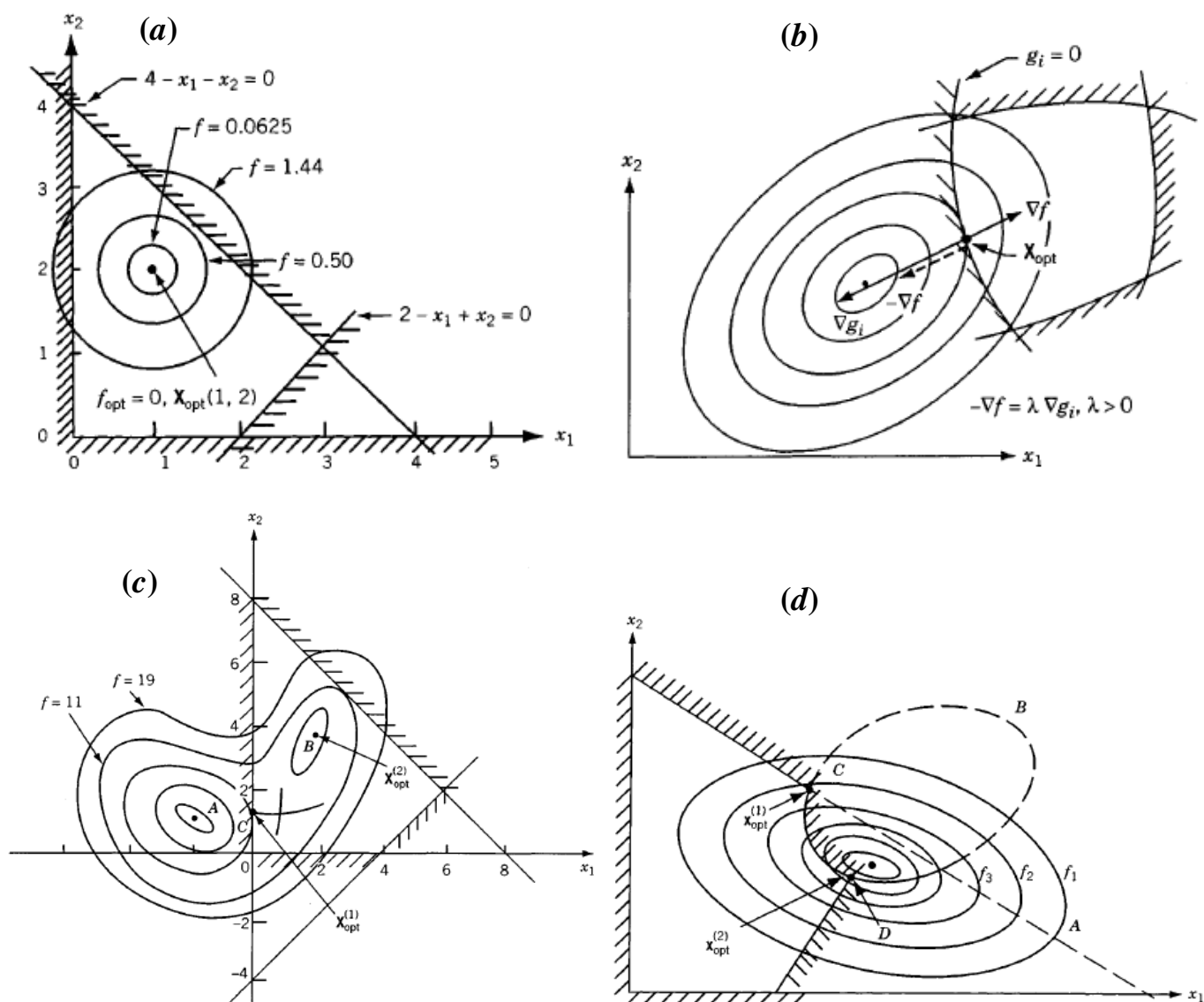


Figura 2 – Representação esquemática de diferentes funções objetivo e restrições em um plano  $[x_1; x_2]$ .