CF355 – Física Moderna

RELATIVIDADE ESPECIAL

Dinâmica Relativística

[1] Múons são produzidos num acelerador de partículas de alta energia com uma velocidade tal que uma medida de sua vida média no laboratório dá o valor $6,9 \times 10^{-6}$ s. A vida média dos múons em repouso é de $2,2 \times 10^{-6}$ s e a sua massa de repouso é $1,89 \times 10^{-28}$ kg. Calcule a massa relativística, o momentum linear e a energia cinética dos múons no acelerador.

[2] *Energia de ligação.* Um núcleo de hélio é formado por dois prótons, cada um de massa $1,007825$ u e por dois nêutrons de massa $1,008665$ u cada um. A massa do núcleo de hélio é $4,002603$ u. Qual a energia de ligação em eV, por núcleon[1], do núcleo de hélio?

[3] Na mecânica newtoniana, a relação $\mathrm{d}E/\mathrm{d}t = \vec{F} \cdot \vec{v}$ é válida, onde E é a energia total de uma partícula que se desloca com velocidade instantânea $\vec{v}$ e está sob a ação de uma força efetiva $\vec{F}$. Mostre que esta relação também é válida em mecânica relativística. (*Dica*: lembre-se que $p^2 = \vec{p} \cdot \vec{p}$.)

[4] *Decaimento de nêutrons livres: $n \to p + e + \bar{\nu}$.*
Um nêutron livre n, de massa $m_n = 1,008665$ u, decai em um próton p, um elétron e e um antineutrino $\bar{\nu}$, cujas massas valem, respectivamente, $m_p = 1,007277$ u, $m_e = 5,49 \times 10^{-4}$ u e $m_{\bar{\nu}} \simeq 0$. (a) Determine o valor de Q para este decaimento. (b) Suponha que num determinado decaimento a energia e o momentum carregados pelo antineutrino sejam desprezíveis. Determine as energias e os momenta do próton e do elétron. (c) Suponha que, em um outro evento, o elétron seja emitido com uma energia cinética e momentum linear desprezíveis. Determine as energias e os momenta do próton e do antineutrino.

[5] *T.L. para o quadrimomentum.* Uma partícula de massa de repouso m_0 desloca-se com velocidade v no sentido positivo dos x de um sistema de referência inercial S. Nesse referencial as componentes do seu momentum linear relativístico são $p_x = \gamma_v m_0 v$ e $p_y = p_z = 0$, onde $\gamma_v = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$. A sua energia relativística total é $E = \gamma_v m_0 c^2$. Num sistema S' que desloca-se no sentido positivo do eixo x com uma velocidade V constante, sendo $V < v$, as componentes do momentum relativístico da partícula são dadas por $p'_x = \gamma_{v'} m_0 v'$ e $p'_y = p'_z = 0$, enquanto que a energia relativística total é $E' = \gamma_{v'} m_0 c^2$. Utilize as T.L. das velocidades para determinar v' e então mostre que $\gamma_{v'} = \gamma_v \gamma_V \left(1 - \frac{Vv}{c^2}\right)$. Em seguida substitua estes resultados para v' e $\gamma_{v'}$ no lado direito das expressões de (p'_x, p'_y, p'_z, E') para mostrar que

$$p'_x = \gamma_V \left(p_x - VE/c^2\right), \qquad p'_y = p_y, \qquad p'_z = p_z, \qquad E' = \gamma_V \left(E - V p_x\right).$$

Defina quadrivetores $\mathrm{x} \equiv (x, y, z, ct)$ e $\mathrm{p} \equiv (p_x, p_y, p_z, E/c)$. Utilizando uma representação matricial em que esses vetores podem ser escritos como matrizes colunas, obtenha matrizes de transformação $T_{1,2}(\gamma_V, \beta)$, com $\beta = V/c$, tais que $\mathrm{x}' = T_1\,\mathrm{x}$ e $\mathrm{p}' = T_2\,\mathrm{p}$. Observe que $T_1 = T_2$, sendo este o fato que motiva a descrição relativística do espaço-tempo e do momentum-energia em termos de quadrivetores.

[6] *Velocidade do sistema de referência do centro de momentum.* No sistema de referência inercial do laboratório, a partícula 1 desloca-se para a direita com uma energia relativística total E_1 e momentum relativístico p_1, e a partícula 2 está parada com uma energia relativística total E_2 igual a sua energia de repouso. Utilize as T.L. de energia-momentum, deduzidas no exercício anterior, para mostrar que num referencial inercial deslocando-se para a direita com velocidade

$$V = \frac{p_1 c}{E_1 + E_2} c$$

o sistema de duas partículas tem momentum total relativístico igual a zero.

[1] Nome genérico para designar qualquer uma das partículas do núcleo: próton ou nêutron.

[7] Uma partícula de massa de repouso m_0, em repouso na origem para $t = 0$, é submetida a uma força constante F_0 até o instante t. (a) Calcule a posição $x(t)$ da partícula. (b) Calcule o limite não-relativístico do resultado e mostre que concorda coma previsão da mecânica newtoniana. (c) Calcule $x(t)$ no limite de tempos muito longos.

[8] Dois nêutrons 1 e 2 aproximam-se um do outro ao longo da mesma reta, com velocidades opostas v e $-v$, respectivamente, vistos do referencial do laboratório. (a) Calcule a velocidade v_{12} de 1 em relação a 2 e verifique que a mesma é sempre menor que c. (b) Calcule a energia total do nêutron 2 vista do referencial de 1, em função da massa de repouso m_0 do nêutron.

[9] *A caixa de Einstein.* Considere uma caixa cúbica de lado L e massa de repouso M flutuando livremente no vácuo. Suponha que uma certa quantidade ΔE de energia seja transferida de uma face da caixa para a face oposta sob a forma de radiação eletromagnética. Determine a variação na posição do centro de massa da caixa em relação a um sistema inercial fixo nas estrelas. Qual o significado físico do resultado desta "experiência imaginada"?

[10] *Equivalência massa-energia.* Considere uma colisão *perfeitamente inelástica* em que uma partícula de massa de repouso m_{10} e energia cinética relativística K_1 *gruda* numa segunda partícula de massa de repouso m_{20} e energia cinética K_2. Impondo a conservação da energia total relativística, mostre que a perda de energia na colisão implica em um aumento da massa de repouso do sistema.

[11] Resolva exercícios da referência [5].