CF355 – Física Moderna

FÍSICA QUÂNTICA

Capítulos 3 e 4 (Eisberg e Resnick)

[1] Um elétron e um fóton têm, cada um, comprimento de onda de $2,0\,\text{Å}$. (a) Quais são seus momentos e suas energias totais? (b) Compare as energias cinéticas do elétron e do fóton.

[2] Uma partícula de massa de repouso m_0, em equilíbrio térmico com o ambiente à temperatura T, tem energia cinética $3k_\text{B}T/2$, sendo k_B a constante de Boltzmann. (a) Determine o "comprimento de onda térmico" desta partícula. (b) Em que regime de temperatura, as propriedades ondulatórias desta partícula deixariam de ser observadas?

[3] (a) Mostre que o comprimento de onda de de Broglie de uma partícula de carga e, massa de repouso m_0, se movendo com velocidades relativísticas, é dado, como função do potencial acelerador V, por

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 eV}}\left(1+\frac{eV}{2m_0c^2}\right)^{-1/2}.$$

(b) Mostre que essa expressão está de acordo com $\lambda = h/p$ no limite não relativístico.

[4] Elétrons incidentes sobre um cristal sofrem refração devido a um potencial atrativo de aproximadamente $15\,\text{V}$ produzido pelo cristal (devido aos íons na rede cristalina). Se o ângulo de incidência de um feixe de elétrons é de 45° e os elétrons têm uma energia incidente de $100\,\text{eV}$, qual é o ângulo de refração? A aplicação da lei de Snell levaria ao mesmo resultado?

[5] Mostre que se a incerteza na posição de uma partícula for aproximadamente igual a seu comprimento de onda de de Broglie, então a incerteza em sua velocidade será aproximadamente igual à sua velocidade.

[6] (a) Mostre que a menor incerteza possível na posição de um elétron cuja velocidade adimensional é dada por $\beta = v/c$ é

$$\Delta x_\text{min} = \frac{\hbar}{2m_ec}\sqrt{1-\beta^2} = \frac{\lambda_\text{C}}{4\pi}\sqrt{1-\beta^2},$$

onde λ_C é o comprimento de onda Compton h/m_ec. (b) Qual o significado desta equação para $\beta = 0$ e para $\beta = 1$?

[7] (a) Considere um elétron em algum ponto dentro de um átomo de diâmetro $1\,\text{Å}$. Qual é a incerteza no momento do elétron? Isto é consistente com a energia de ligação de elétrons em átomos? (b) Considere agora um *núcleon* (próton ou nêutron) no interior de um núcleo de diâmetro $10^{-12}\,\text{cm}$. Qual é a incerteza no momento do núcleon? Isto é consistente com a energia de ligação dos constituintes do núcleo?

[8] Um garoto no alto de uma escada de altura H está jogando bolas de gude de massa m em uma fenda existente no solo. Para atingi-la, ele utiliza um equipamento que tem a maior precisão possível. (a) Mostre que as bolas de gude vão deixar de atingir a fenda por uma distância em média da ordem de $(\hbar/m)^{1/2}(H/g)^{1/4}$, onde g é a aceleração da gravidade. (b) Usando valores razoáveis de H e m, calcule esta distância.

[9] Experimentos em óptica quântica são comumente realizados utilizando-se cavidades óticas de alto fator de qualidade (alta refletividade), as quais permitem o aprisionamento de um único fóton por tempos relativamente grandes. Do ponto de vista teórico, uma cavidade ótica pode ser modelada como dois espelhos planos paralelos separados por uma distância d. Utilizando este modelo e o princípio de incerteza de Heisenberg, justifique se cavidades de tamanhos $d = \lambda/32$ e $d = \lambda/16$ poderiam aprisionar um fóton de comprimento de onda λ. (*Dica*: o módulo do momento linear é sempre bem definido para o fóton, mas seu sentido de propagação tem igual probabilidade de ser positivo ou negativo ao longo da linha que une os centros dos espelhos.)

[10] (a) Mostre que, para um átomo de Thomson, um elétron que se move em uma órbita circular estável gira com a mesma frequência que teria caso oscilasse ao longo de um diâmetro em torno no centro. (b) Qual deve ser o raio de um átomo de um elétron para que ele irradie uma linha espectral de comprimento de onda $\lambda = 6000\,\text{Å}$? Comente seu resultado.

[11] Uma partícula α de $5,30\,\text{MeV}$ é espalhada em um ângulo de 60° ao atravessar uma folha fina de ouro. Calcule (a) a distância D de maior aproximação para uma colisão frontal, e (b) o parâmetro de impacto b correspondente ao espalhamento em 60°.

[12] Mostre que o número de partículas α espalhadas em um ângulo Θ ou maior no espalhamento Rutherford é

$$\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \pi I \rho\, t \left(\frac{zZe^2}{Mv^2}\right)^2 \operatorname{cotg}^2(\Theta/2)\,.$$

[13] A fração de prótons com $6,0\,\text{MeV}$ espalhados por uma folha fina de ouro, cuja densidade é $19,3\,\text{g/cm}^3$, a partir de um feixe incidente, em uma região onde os ângulos de espalhamento são maiores que 60° é igual a $2,0\times 10^{-5}$. Calcule a espessura da folha de ouro, usando os resultados do problema anterior.

[14] (a) Mostre que no estado fundamental do átomo de hidrogênio a velocidade do elétron pode ser escrita como $v = \alpha\, c$, onde α é a constante de estrutura fina. (b) A partir do valor de α, o que você pode concluir a respeito do fato de desprezarmos os efeitos relativísticos no cálculo de Bohr?

[15] Um átomo de hidrogênio é excitado de um estado com $n = 1$ até um com $n = 4$. (a) Calcule a energia que deve ser absorvida pelo átomo. (b) Calcule e trace sobre um diagrama de níveis de energia as energias dos diferentes fótons que serão emitidos se o átomo voltar a seu estado $n = 1$. (c) Calcule a velocidade de recuo do átomo de hidrogênio, ao fazer uma transição de $n = 4$ a $n = 1$ em um único salto quântico, supondo que ele está inicialmente em repouso.

[16] (a) Mostre que quando a energia cinética de recuo do átomo, $p^2/2M$, é levada em conta, a frequência de um fóton emitido em uma transição entre dois níveis atômicos cuja diferença de energia é ΔE fica reduzida a aproximadamente $1 - \Delta E/(2Mc^2)$. (Dica: O momentum de recuo é $p = h\nu/c$.) (b) Compare o comprimento de onda da luz emitida por um átomo de hidrogênio na transição de estados $3 \to 1$, quando se leva em conta o recuo no cálculo do comprimento de onda e quando não se leva em conta esse recuo.

[17] O comprimento de onda da radiação emitida por um íon de hélio He^+ é praticamente igual ao da linha H_α (a primeira linha da série de Balmer). (a) Entre quais estados (valores de n) ocorre a transição no íon de hélio? (b) O comprimento de onda é maior ou menor do que o da linha H_α? (c) Calcule a diferença entre os comprimentos de onda.

[18] (a) Considere um corpo girando livremente em torno de um eixo fixo. Aplique as regras de quantização de Wilson-Sommerfeld e mostre que os valores possíveis previstos para a energia total são $E_n = \hbar^2 n^2/2I$ $(n \in \mathbb{N})$ onde I é o momento de inércia em torno do eixo de rotação. (b) Considere agora que este corpo seja a Terra. Qual seria o valor do número quântico n? Poderíamos detectar tal quantização na energia?