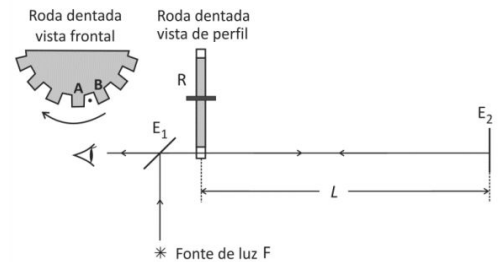


CF355 – Física Moderna
RELATIVIDADE ESPECIAL
Cinemática Relativística

[1] A primeira medida razoavelmente precisa da velocidade da luz foi realizada em 1849 pelo físico francês A. H. Fizeau (1819-1896), usando o aparato ilustrado na figura ao lado. A luz proveniente de uma fonte F era refletida por um semiespelho E_1 , passava por um vão de uma roda dentada que tinha 720 dentes igualmente espaçados e velocidade de rotação de 25,2 rotações por segundo, era refletida por um espelho E_2 localizado a uma distância $L = 8,63$ km da roda dentada e finalmente observada depois de passar por um vão da roda. Use essas informações para determinar a velocidade da luz.

(Fonte: <https://fisicacombatatas.wordpress.com/2015/06/18/o-experimento-de-fizeau/>)



[2] Um observador em um sistema S' provido de coordenadas espaço-tempo (x', y', z', t') se move com velocidade $\vec{V} = V\hat{x}$ em relação a outro observador em um sistema inercial S provido de coordenadas espaço-tempo (x, y, z, t) . Quando eles passam um pelo outro, em $t = t' = 0$, clicam o botão de suas máquinas fotográficas nas origens O e O' instantaneamente coincidentes. Dado que as origens serão centros de “casca esférica de luz” e assumindo que $y' = y$ e $z = z'$ (transformação de comprimentos transversais), deduza as transformações de Lorentz.

[3] Verifique que a forma vetorial das transformações de Lorentz,

$$\vec{r}' = \gamma (\vec{r} - \vec{V}t), \quad (1a)$$

$$t' = \gamma \left(t - \vec{V} \cdot \vec{r} / c^2 \right), \quad (1b)$$

com $\vec{r}' \equiv \frac{\vec{r}}{\gamma} - \frac{(1-\gamma)\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{r})}{\gamma V^2}$ e $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}$, produz o resultado esperado quando $\vec{V} = V\hat{x}$. [Em relatividade é conveniente o uso da notação $\vec{A}' \equiv \frac{\vec{A}}{\gamma} - \frac{(1-\gamma)\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{A})}{\gamma V^2}$, pois se $\vec{V} = V\hat{x}$, obtém-se que $\vec{A}' = (A_x, A_y/\gamma, A_z/\gamma)$.]

[4] **Covariância da equação de onda da luz.** A equação de onda para um feixe de luz que se propaga na direção x pode ser escrita na forma $c^2 \partial_x^2 f(x, t) = \partial_t^2 f(x, t)$, onde $f(x, t)$ representa componentes dos campos elétrico e magnético. Esta é a descrição para um observador num sistema inercial S provido de coordenadas (x, t) . Utilizando as transformações de Lorentz, mostre que a equação de onda na perspectiva de um observador em um sistema de referência S' que se move em relação a S com velocidade V se escreve $c^2 \partial_{x'}^2 f'(x', t') = \partial_{t'}^2 f'(x', t')$, onde $f'(x', t') = f(x(x', t'), t(x', t'))$. Qual o significado físico deste resultado?

[5] Com que velocidade uma nave espacial precisa viajar relativamente à Terra para que 10 anos do tempo terrestre correspondam a exatamente 1 ano da nave espacial?

[6] Utilizando as transformações de Lorentz (em particular a contração de Fitzgerald-Lorentz) discuta o que ocorre com a área de um quadrado e o volume de um cubo, ambos com arestas de comprimento próprio L_0 quando estes objetos se movem em direções paralelas a uma de suas arestas.

[7] Uma régua em repouso num referencial S' faz um ângulo θ_0 com a direção de movimento desse referencial, que se desloca em relação a um referencial inercial S com velocidade constante $\vec{V} = V\hat{x}$. Qual é o valor θ desse ângulo em S ?

[8] A nave espacial Enterprise (E) é alcançada pelo novo modelo, nave espacial Enterprise-linha (E'), com E' passando por E a uma velocidade relativa $|V| = c/2$. O capitão de E saúda o capitão de E' piscando as luzes da proa e da popa, simultaneamente do ponto de vista de E . Quando medida por E , a distância entre as luzes é de 100 m. Qual a diferença entre os tempos de emissão dos sinais das luzes, quando medidos por E' ?

[9] Composição de duas transformações de Lorentz. Sejam três sistemas de referência inerciais S , S' e S'' alinhados. S' desloca-se em relação a S com velocidade V , e S'' desloca-se em relação a S' com velocidade V' . As duas velocidades têm o mesmo sentido (sentido positivo do eixo x). (a) Combine as relações das transformações $(x, y, z, t) \rightarrow (x', y', z', t')$ e $(x', y', z', t') \rightarrow (x'', y'', z'', t'')$ para obter as relações da transformação $(x, y, z, t) \rightarrow (x'', y'', z'', t'')$. Identifique os fatores “ γ ” e “ β ” resultantes. (b) Mostre que essas relações são equivalentes a uma transformação direta de S para S'' na qual a velocidade relativa V'' de S'' com relação a S é dada por $V'' = \frac{V+V'}{1+VV'/c^2}$. (c) Pesquise o que acontece quando as velocidades \vec{V} e \vec{V}' não são co-lineares (descubra as rotações de Wigner).

[10] Em 1851, Fizeau mediu a velocidade da luz v quando ela se propaga num tubo cheio de água em movimento. O escoamento da água, com velocidade V em relação ao tubo, é na mesma direção em que a luz se propaga. O resultado obtido por Fizeau foi

$$v = \frac{c}{n} + V \left(1 - \frac{1}{n^2} \right),$$

onde n é o índice de refração da água e $V \ll c$. Mostre que esse resultado decorre da lei relativística de composição de velocidades.

[11] Um físico está sendo julgado por ter avançado um sinal vermelho e alega para o juiz de trânsito que o sinal lhe pareceu verde, devido ao efeito Doppler. O juiz, que também estudou física, condena-o a pagar uma multa de R\$ 1,00 para cada km/h de excesso de velocidade ultrapassando os 50 km/h regulamentares. Qual é o valor da multa? (Tome $\lambda_{\text{vermelho}} = 6500 \text{ \AA}$ e $\lambda_{\text{verde}} = 5300 \text{ \AA}$).

[12] Paradoxo dos gêmeos. Homero e Ulisses são gêmeos idênticos. Ulisses viaja até um planeta (P) além do sistema solar, e retorna, enquanto Homero fica na Terra. Do ponto de vista de Homero, o tempo flui mais lentamente para seu irmão. Porém, por simetria, do ponto de vista de Ulisses, é seu irmão quem está se movendo e, portanto, o tempo deve fluir mais lentamente para Homero. Quando os dois se reúnem, qual será o mais idoso? Para fins de cálculo, use os seguintes valores:

- Distância entre a Terra e o planeta P medida no referencial de Homero: $L = 8,0$ anos-luz.
- Velocidade da nave de Ulisses (tanto na ida quanto na volta) em relação a Homero: $V = 0,8c$.

[13] A velocidade invariante. Um flash luminoso tem componentes de velocidade dadas por v_x , v_y e v_z no sistema de coordenadas de S , isto é, $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = c^2$. Utilizando a transformação de Lorentz de velocidade, calcule a velocidade da luz no sistema de referência S' que se desloca com velocidade V relativamente a S na direção dos eixos x e x' . Os eixos y e y' são paralelos.

[14] Relatividade da velocidade e da aceleração. Partindo da forma vetorial (1) das T.L., mostre que a velocidade \vec{v} e a aceleração \vec{a} de uma partícula tais como medidas num referencial inercial S , são descritas, na perspectiva de um referencial S' que se move com velocidade \vec{V} em relação a S , respectivamente como (vede referência [2])

$$\vec{v}' = \frac{\vec{v}^\perp - \vec{V}}{1 - \vec{v} \cdot \vec{V}/c^2} \quad \text{e} \quad \vec{a}' = \frac{1}{\gamma} \left(\vec{a}^\perp - \frac{\vec{V} \cdot \vec{a}}{c^2} \vec{V} \right).$$

[15] Defina o fator $\gamma_{\vec{u} \cdot \vec{v}} := (1 - \vec{u} \cdot \vec{v}/c^2)^{-1/2}$. Partindo das T.L. para as velocidades, mostre que $\gamma_{\vec{v} \cdot \vec{v}'} = \frac{\gamma_{\vec{v} \cdot \vec{v}} \gamma_{\vec{V} \cdot \vec{V}}}{\gamma_{\vec{v} \cdot \vec{V}}^2}$.

[16] Dentro de uma espaçonave que se move com velocidade $(2c/\sqrt{5}) \hat{x}$ em relação a um sistema de referência inercial S provido de coordenadas xyz , um menino gira uma pedra presa por um barbante. A constante c denota a velocidade da luz no vácuo. A pedra se move com velocidade angular constante $\omega \hat{z}'$ no sistema de referência S' , provido de coordenadas $x'y'z'$, o qual está em repouso em relação ao menino. Determine o deslocamento espaço-temporal $(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t)$ em S correspondente a uma revolução completa da pedra em S' .

[17] Resolva exercícios da referência [5].