

Aula 3

Teste do quantil

- Um teste binomial pode ser usado para testar hipóteses referente ao quantil de uma variável aleatória. Suponha que x^* seja o p -ésimo quantil de X .
- X_1, X_2, \dots, X_n formam uma amostra aleatória
- As variáveis são medidas em escala ordinal, intervalar ou de razão
- H_0 : O p -ésimo quantil de X é x^*

Estatística do teste

$T1$ = n. de observações menores ou iguais a x^*

$T2$ = n. de observações menores do que x^*

Se $T1 = T2$ não existe nenhum valor de X igual a x^*

No caso de $T1 > T2$, descarta-se os valores de X iguais a x^* e considera-se n^* o número de observações após esta eliminação.

$T = \min\{T1, T2\} \sim \text{binomial}(n^*, p^*)$

O Teste do quantil é uma variação do teste binomial

H_0 : p^* -ésimo quantil de $X = x^*$

Equivale a ao teste binomial

H_0 : $p = p^*$

Exemplo

Notas de estudantes que realizam um exame de conhecimentos mostram que o terceiro quartil apresenta escore de 193. Uma escola enviou 15 estudantes para realizarem o exame, obtendo os seguintes escores:

Teste $H_0: Q_3 = 193$ versus $H_1: Q_3 \neq 193$

Equivale ao teste binomial

$H_0: p = 0.75$ versus $H_1: p \neq 0.75$

189 233 195 160 212

176 231 185 199 213

202 193 174 166 248

$Y_i = 1$ se $X_i \leq 193$ e 0

em caso contrário

$T_1 = \text{Soma de } Y_i = 9$

$Y_i = 1$ se $X_i < 193$ e 0

em caso contrário

$T_2 = \text{Soma de } Y_i = 8$

$T \sim \text{bin}(14, 0.75)$ e

$T_{\text{obs}} = 8$

Obter t_1 tal que $P(T \leq t_1)$ seja aproximadamente $\alpha/2 = 0.025$

Verifique que $t_1 = 6$ pois $p_{\text{binom}}(6, 14, 0.75) = 0.01$

Do mesmo modo obter t_2 tal que $P(T \geq t_2) \approx 0.025$

Verifique que $t_2 = 14$ pois $P(T \geq 14) = 0.018$

RC = $T \leq 6$ ou $T \geq 14$ com $\alpha = 0.028$

P-valor $\approx P(T \leq 8) = 0.1117$ (Este é um valor subestimado)

No R: `binom.test(8, 14, 0.75)` obtemos p-valor = 0.1295

Observe as distribuições no R

- Gere o gráfico da distribuição normal com média 3 e desvio padrao 1
- Gere o gráfico da distribuição chiquadrada com 3 graus de liberdade
- Gere alguns quantis de cada distribuição e compare seus valores
- Nos exercícios a seguir iremos realizar o teste do quantil para simular uma situação em que a população é normal e outra não normal, considerando o quantil de uma distribuição normal para H_0 .

Exercício 1 no R

- Gere uma amostra aleatória de tamanho 30 da distribuição normal com média 3 e desvio-padrão 1.
- Obtenha o quantil 5 teórico da distribuição normal com média 3 e desvio-padrão 1
- Realize um teste do quantil para esta amostra considerando $H_0: p = 0.05$ e quantil igual ao obtido anteriormente.

Exercício 2 no R

- Gere uma amostra aleatória de tamanho 30 da distribuição chiquadrada com 3 graus de liberdade.
- Obtenha o percentil 5 da distribuição normal com média 3 e desvio-padrão 1
- Realize um teste do quantil para esta amostra que provém de uma população não normal, considerando $H_0: p = 0.05$
- O que você observa? O que testamos? Que conclusão chegamos?

Resposta

- Foi feito em aula, ver Script_aula290819.R

Fim da aula 3