

## APS 2 – APLICAÇÃO DO MÉTODO DE DIFERENÇAS FINITAS

### OBJETIVO GERAL

Desenvolver um programa, usando o Python, para avaliar o comportamento da temperatura de um dissipador de calor (aleta) **aplicando técnicas numéricas de simulação**.

### CRONOGRAMA

- A inscrição no grupo será feita no Blackboard. Indicar o nome de todos os alunos do grupo que participaram da atividade no documento contendo as respostas.
- O grupo deverá submeter um **PDF** com as respostas da atividade com o nome “**grupoXX\_APS2**” via Blackboard até às 23hs59 do dia 27/03/2023. **Entregas feitas por outras plataformas NÃO serão consideradas.**

**OBSERVAÇÃO:** Organize as informações no programa desenvolvido de acordo com o apresentado a seguir:

#### O programa deve receber:

- Dados do material: densidade do material, calor específico, condutividade térmica.
- Dados do ambiente: coeficiente de transferência por convecção, temperatura do fluido.
- Dados do dissipador: temperatura da base, raio, comprimento.
- Dados do modelo numérico:  $\Delta x$ , tempo total da simulação.

#### O programa deve retornar:

- Um gráfico (*Temperatura  $\times$  posição*) com o resultado numérico.
- Um gráfico (*Temperatura  $\times$  posição*) com o resultado analítico.

Use legendas e indique as unidades usadas.

### DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Considere uma aleta de seção transversal circular e constante, com temperatura fixa na base e exposta ao ambiente em todas as outras superfícies. Podemos esboçar as entradas e saídas de energia em um volume de controle definido ao redor de uma seção como indica a Fig.1.

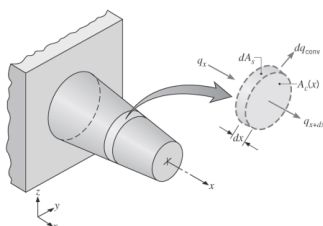


Figura 1: Balanço de energia em um volume de controle (Incropera,2008).

- $q_x$  taxa de transferência de calor por condução em  $x$ .
- $q_{x+dx}$  taxa de transferência de calor por condução em  $x + dx$ .
- $dq_{conv}$  taxa de transferência de calor por convecção através da área superficial do elemento diferencial.

Substituindo as equações de taxa  $q_x$ ,  $q_{x+dx}$  e  $dq_{conv}$  podemos obter a forma geral da equação da energia para uma superfície estendida, em regime transiente como:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{\kappa A_{tr}} (T - T_\infty) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{dT}{dt}$$

Onde  $\alpha$  é a difusividade do material,  $A_{tr}$  é a área da seção transversal a aleta,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor por convecção,  $\kappa$  é a condutividade térmica do material da aleta e  $P$  é o perímetro da seção da aleta.

### ROTEIRO DE ATIVIDADES

1. [4,0 pontos] Aplique os conceitos do método de diferenças finitas na equação diferencial do problema para definir uma equação de diferença algébrica associada aos nós da aleta. Considere para a segunda derivada da temperatura no espaço uma equação de diferença finita centrada e para a primeira derivada no tempo da temperatura uma equação de diferença progressiva. **Apresente o desenvolvimento das equações.**
2. [4,0 pontos] **Apresente um gráfico (*Temperatura*  $\times$  *posição*) com o resultado numérico após obter o regime permanente.** Use uma tolerância de  $tol = 1 \cdot 10^{-10}$ . Considere que a aleta, de comprimento  $L = 300mm$ , diâmetro  $D = 5 \cdot 10^{-3}m$ , densidade de  $2700 kg/m^3$ , condutividade térmica de  $180 W/(mK)$  e calor específico  $896 J/(kgK)$ , tem a **temperatura especificada na extremidade** de  $T(L) = 25^\circ C$ . A aleta está em contato com uma base a  $T_b = 100^\circ C$  em um ambiente a  $T_\infty = 50^\circ C$  e  $h = 50 W/m^2K$ . Para a condição de estabilidade do procedimento numérico use  $\Delta t \leq \frac{\Delta x^2}{\alpha \cdot \left( \frac{hP\Delta x^2}{\kappa A_{tr}} + 2 \right)} \cdot 0,9$ .
3. [2,0 pontos] **Apresente um gráfico (*Temperatura*  $\times$  *posição*) com o resultado analítico.** Compare o resultado do item 2 com o obtido para o comportamento analítico da temperatura na aleta. Use as mesmas condições definidas no item 2.

### RUBRICA DE AVALIAÇÃO

Cada item será avaliado, de acordo com a proficiência e organização apresentada na resolução, usando os conceitos: insuficiente, em desenvolvimento, essencial, esperado.