

# NP-Completeness

Breno Naodi Kusunoki  
brenokusunoki@gmail.com

Luiz Guilherme Castilho Martins  
luizgui@gmail.com

Londrina, 14 de agosto de 2012

# Sumário

<b>1</b>	<b>Problemas com tempo polinomial</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Problemas polinomiais não determinísticos</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Problemas NP-Difícil</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Problemas NP-Completo</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Redutibilidade</b>	<b>3</b>
<b>6</b>	<b>Transferência de cotas</b>	<b>4</b>
<b>7</b>	<b>Exemplos</b>	<b>4</b>
7.1	O Problema da Coloração de Grafos . . . . .	4
7.2	$NP = P$ . . . . .	4

## 1 Problemas com tempo polinomial

Problemas com tempo polinomial ou apenas problemas P são problemas que podem ser resolvidos em tempo polinomial.

Tempo polinomial significa dizer que um problema pode ser resolvido em tempo  $O(n^k)$  para alguma constante  $k$  e  $n$  sendo o tamanho da entrada.

## 2 Problemas polinomiais não determinísticos

Problemas polinomiais não determinísticos ou apenas problemas NP são problemas que não se tem um algoritmo determinístico com tempo polinomial que os resolvem, mas que podem ser verificados ou certificados em tempo polinomial, isso significa dizer que dado uma possível solução para um problema NP é possível verificar se essa solução está correta em tempo polinomial ou seja  $O(n^k)$ .

## 3 Problemas NP-Difícil

Problemas NP-Difícil são problemas que podem ser redutíveis em tempo polinomial a todos os problemas NP porém esse problema não está contido em NP.

## 4 Problemas NP-Completo

Problemas NP-Completo são problemas que são NP e também é tão "difícil" quanto todos os outros problemas NP, e isso deve ser provado matematicamente assim como o *Teorema de Cook* com o *Problema SAT*, uma vez que não é possível prová-los um-a-um devido a grande quantidade de problemas NP.

## 5 Redutibilidade

Redutibilidade é utilizado na prova de NP-Completeness. Reduzir um problema significa dizer que dado dois problemas **A** e **B**, existe uma função com tempo polinomial que transforma qualquer instância de **A** em instância de

**B**, existindo também a condicional *se somente se* sobre a resposta, ou seja, se a resposta de **A** é "sim" a de **B** também é "sim".

## 6 Transferência de cotas

Transferência de cotas se dá quando há uma redução de um problema em outro, dessa forma existe uma transferência de cota inerente da redução.

Dada uma redução polinomial de **X** a **Y** ou seja  $X \leq_P Y$  e o algoritmo de redução  $f$  de tempo polinomial. Sabendo que a cota superior de **Y** é  $O(n \lg n)$  existirá uma transferência da cota superior de **Y** para a cota inferior de **X** acrescido do tempo do algoritmo de redução ou seja a cota inferior de **X** será  $O(n \lg n + f)$

## 7 Exemplos

### 7.1 O Problema da Coloração de Grafos

Um grafo  $G(V, E)$  pode ser "colorido" com  $k$  cores?

### 7.2 Exemplo 2