

## 2ª Lista de Exercícios – Matemática Discreta II – Turmas C02G/C02N – I/2018

### Tópicos abordados:

- Relações de recorrência;
- Aplicação de relações de recorrência em análise de algoritmos;
- Relações discretas.

(1) [Gersting] Resolva as seguintes relações de recorrência:

- a. 
$$\begin{cases} T(1) = 5 \\ T(n) = T(n-1) + 5, n > 1 \end{cases}$$
- b. 
$$\begin{cases} T(1) = 1 \\ T(n) = T(n-1) + (2n-1) \end{cases}$$

(2)[Gersting - modificada] Uma mensagem contendo um vírus foi enviada a 1000 endereços de correio eletrônico. Depois de 1 segundo, uma máquina recipiente transmite 10 novas mensagens com vírus e depois disso o vírus desabilita o seu próprio envio naquela máquina.

- Escreva uma relação de recorrência para o número de mensagens com vírus enviadas no  $n$ -ésimo segundo.
- Resolva essa relação de recorrência.
- Quantas mensagens com vírus são enviadas no final de 20 segundos, ou seja, no início do 21º segundo?

(3)[Gersting - modificada] O algoritmo a seguir soma todos os elementos na parte “triangular superior” de uma matriz quadrada  $A_{n \times n}$ . Analise esse algoritmo no “pior caso”, em que a unidade de trabalho é a operação de soma.

Algoritmo: *SomaTriangular*( $A, n, i$ )

Entradas: Matriz quadrada  $A$  de ordem  $n$ , inteiro  $n$  e inteiro  $1 \leq i \leq n$

Saída: a soma dos elementos na parte triangular superior

```
início
  se  $i = n$ , então
    retorne  $A[n][n]$ 
  senão
     $soma \leftarrow 0$ 
    para  $j = i$  até  $n$ , faça
       $soma \leftarrow soma + A[i][j]$ 
    fim para
    retorne ( $soma + SomaTriangular(A, n, i + 1)$ )
  fim se
fim
```

- (4) [Rosen] Liste os pares ordenados na relação  $R$  de  $A = \{0,1,2,3,4\}$  em  $B = \{0,1,2,3\}$  em que  $(a, b) \in R$  se, e somente se:

a.  $a = b$       b.  $a + b = 4$       c.  $a > b$       d.  $a|b$

e.  $\text{mdc}(a, b) = 1$       f.  $\text{mmc}(a, b) = 2$

- (5) [Rosen] Determine se a relação  $R$  no conjunto de todas as pessoas é reflexiva, simétrica, e/ou transitiva, em que  $(a, b) \in R$  se, e somente se

- a.  $a$  é mais alto que  $b$
- b.  $a$  e  $b$  nasceram no mesmo dia
- c.  $a$  tem o mesmo primeiro nome que  $b$
- d.  $a$  e  $b$  tem um avô ou uma avó em comum

- (6) [Rosen] Sendo  $A = \{x \in \mathbb{N}: 0 \leq x \leq 7\}$ , seja  $R$  a relação definida por

$R = \{(a, b) \in A \times A: a \text{ e } b \text{ deixam o mesmo resto quando divididos por } 3\}$

- a. Verifique se essa relação é reflexiva, simétrica e/ou transitiva.
- b. Represente essa relação por meio de uma matriz.
- c. Represente essa relação por meio de um grafo direcionado.