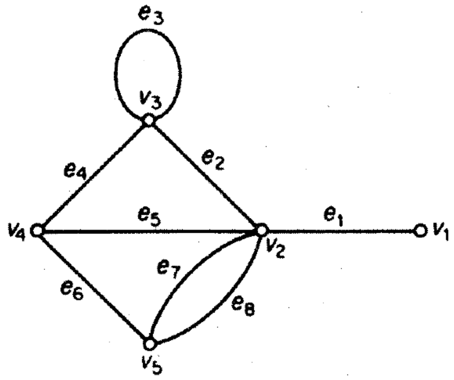
Grafos Hamiltonianos

Teoria dos Grafos - 2020

Prof. Roberto C. de Araujo

Um **caminho hamiltoniano** em um grafo G é um caminho que contém todos os vértices de G.

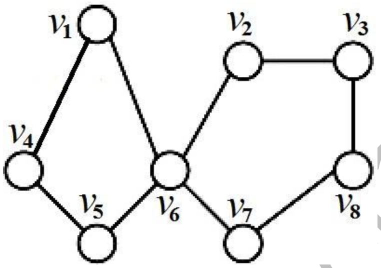
Exercício: O grafo abaixo tem um caminho hamiltoniano? Justifique.



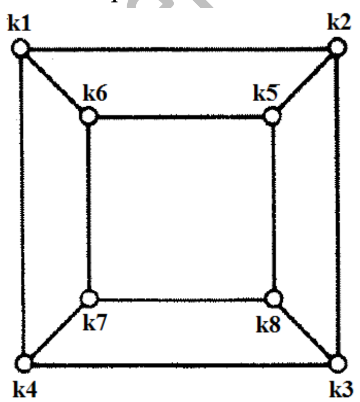
Um **circuito hamiltoniano** em um grafo G é um circuito que contém todos os vértices de G.

Exercício: O grafo anterior tem um caminho hamiltoniano? Justifique.

Exercício: O grafo abaixo tem um caminho hamiltoniano? Justifique.



Exercício: O grafo abaixo tem um caminho hamiltoniano? Justifique.



Um grafo G é **hamiltoniano** se G contém um circuito hamiltoniano.

Ao contrário do que ocorre com os grafos eulerianos, não se conhece nenhum "teorema poderoso" que caracterize precisamente os grafos hamiltonianos. Isto é, não existe nenhum teorema da forma "*um grafo G é hamiltoniano sse G tem **tal propriedade***". Dispomos apenas dos teoremas abaixo.

Teorema. Se G é um grafo hamiltoniano então, para todo subconjunto próprio $S \subseteq VG$, $c(G-S) \leq |S|$.

Os teoremas abaixo são baseados em: "*se um grafo G tiver **MUITAS** arestas então G é hamiltoniano*".

Teorema. (Dirac, 1952)
Se G é um grafo simples com $|VG|=n$ e $g(v) \geq n/2$ para todo $v \in VG$, então G é hamiltoniano.

Teorema. (Ore, 1960)
Se G é um grafo simples com $|VG|=n \geq 3$ tal que para quaisquer vértices distintos e não adjacentes u e v, $g(u)+g(v) \geq n$ então G é hamiltoniano.

Teorema. (Bondy & Chvátal, 1976)
Seja G é um grafo simples de ordem n \geq 3 e sejam *u* e v vértices não adjacentes tais que $g(u)+g(v) \geq n$. Então G é hamiltoniano sse G+uv é hamiltoniano.

Exercício: Apresente um grafo hamiltoniano com 7 vértices e uma quantidade mínima de arestas.

Exercício: Será que todo grafo hamiltoniano é também euleriano? Justifique.

Exercício: Será que todo grafo euleriano é também hamiltoniano? Justifique.