

Álgebra Booleana e Circuitos Digitais

FCI - Ciência da Computação – 2º Semestre 2018

Formas canônicas

- Forma Disjuntiva Normal.
- Forma Conjuntiva Normal.

Toda e qualquer função de comutação válida (função booleana) pode ser representada por suas formas canônicas.

Toda função de comutação válida possui:

- apenas uma única tabela verdade.
- apenas uma única Forma Conjuntiva Normal.
- apenas uma única Forma Disjuntiva Normal.

Forma Disjuntiva Normal ou Soma de Produtos.

- Mintermo de n variáveis é o produto de n literais em que cada variável aparece uma única vez, em sua forma complementar ou não.
- Cada mintermo será avaliado para 1 para as combinações de variáveis.

Exemplo: $n = 3$, variáveis A, B e C

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Mintermo e as combinações de A, B e C

A	B	C	Mintermo
0	0	0	$A'.B'.C'$
0	0	1	$A'.B'.C$
0	1	0	$A'.B.C'$
0	1	1	$A'.B.C$
1	0	0	$A.B'.C'$
1	0	1	$A.B'.C$
1	1	0	$A.B.C'$
1	1	1	$A.B.C$

Para uma dada função $F(A,B,C)$ podemos ter:

A	B	C	F	Mintermo
0	0	0	0	$A'.B'.C'$
0	0	1	0	$A'.B'.C$
0	1	0	0	$A'.B.C'$
0	1	1	1	$A'.B.C$
1	0	0	1	$A.B'.C'$
1	0	1	1	$A.B'.C$
1	1	0	0	$A.B.C'$
1	1	1	1	$A.B.C$

$$F = A'.B.C + A.B'.C' + A.B'.C + A.B.C$$

Podemos reescrever a função $F(A,B,C)$ como uma somatória de termos indexados:

$$F = \sum m_i$$

Para nossa tabela verdade:

I	A	B	C	F	Mintermo
0	0	0	0	0	$A'.B'.C'$
1	0	0	1	0	$A'.B'.C$
2	0	1	0	0	$A'.B.C'$
3	0	1	1	1	$A'.B.C$
4	1	0	0	1	$A.B'.C'$
5	1	0	1	1	$A.B'.C$
6	1	1	0	0	$A.B.C'$
7	1	1	1	1	$A.B.C$

$$F = m_3 + m_4 + m_5 + m_7$$

$$F(A,B,C) = \sum m(3,4,5,7)$$

Forma Conjuntiva Normal ou Produto de Somas

- Maxtermo de n variáveis é a soma de n literais em que cada variável aparece uma única vez, em sua forma complementar ou não.
- Cada maxtermo será avaliado para 0 para as combinações de variáveis.

Exemplo: $n = 3$, variáveis A, B e C

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

Maxtermo e as combinações de A, B e C

A	B	C	Maxtermo
0	0	0	$A+B+C$
0	0	1	$A+B+C'$
0	1	0	$A+B'+C$
0	1	1	$A+B'+C'$
1	0	0	$A'+B+C$
1	0	1	$A'+B+C'$
1	1	0	$A'+B'+C$
1	1	1	$A'+B'+C'$

Para uma dada função $F(A,B,C)$ podemos ter:

A	B	C	F	Maxtermo
0	0	0	0	$A+B+C$
0	0	1	0	$A+B+C'$
0	1	0	0	$A+B'+C$
0	1	1	1	$A+B'+C'$
1	0	0	1	$A'+B+C$
1	0	1	1	$A'+B+C'$
1	1	0	0	$A'+B'+C$
1	1	1	1	$A'+B'+C'$

$$F = (A+B+C) \cdot (A+B+C') \cdot (A+B'+C) \cdot (A'+B'+C)$$

Podemos reescrever a função $F(A,B,C)$ como um produtório de termos indexados:

$$F = \prod M_i$$

Para nossa tabela verdade:

I	A	B	C	F	Maxtermo
0	0	0	0	0	$A+B+C$
1	0	0	1	0	$A+B+C'$
2	0	1	0	0	$A+B'+C$
3	0	1	1	1	$A+B'+C'$
4	1	0	0	1	$A'+B+C$
5	1	0	1	1	$A'+B+C'$
6	1	1	0	0	$A'+B'+C$
7	1	1	1	1	$A'+B'+C'$

$$F = M_0M_1M_2M_6$$

$$F(A,B,C) = \prod (0,1,2,6)$$

Atividade prática

1) Relacione as colunas:

- | | |
|----------------|------------------------------|
| a. FCN | () realiza a função soma |
| b. FDN | () produto de somas |
| c. Portas AND | () porta NOT |
| d. Portas OR | () mintermo |
| e. $A+B+C$ | () realiza a função produto |
| f. $A.B.C$ | () maxtermo |
| g. Complementa | () soma de produtos |

2) Retire de cada tabela verdade fornecida a função e implemente o circuito utilizando as portas lógicas no simulador. Apresente a função e o esquema de portas lógicas que você utilizou.

a.

INPUT		OUTPUT
A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

X = _____

b.

INPUT		OUTPUT
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Y = _____

c.

INPUT		OUTPUT
A	B	Z
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Z = _____

d.

INPUT			OUTPUT
A	B	C	K
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

K = _____

e.

INPUT			OUTPUT
A	B	C	L
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

L = _____

- f. Obtenha as expressões e simplifique aplicando teoremas ou utilizando o mapa de Karnaugh antes de implementar no CEDAR e testar sua solução.

Entradas			Saídas	
Ai	Bi	Ci-1	Si	Ci
0	0	0	0	0
0	1	0	1	0
1	0	0	1	0
1	1	0	0	1
0	0	1	1	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	1

Si= _____

Ci= _____