# EXERCÍCIOS DE PROBABILIDADE - SOLUÇÃO

1) *Dão-se as seguintes probabilidades para os eventos A e B:*

$$P(A) = \frac{1}{2} \; ; \qquad P(B) = \frac{1}{4} \quad e \quad P(A|B) = \frac{1}{3}.$$

*Calcule: $P(A^C)$ ; $P(A \cap B)$ ; $P(AUB)$ ; $P(A \cap B^C)$.*

SOLUÇÃO:

a) $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - ½ = ½$.
b) $P(A \cap B) = P(B).P(A|B) = 1/4 \,.\, 1/3 = 1/12$
c) $P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1/2 + 1/4 - 1/12 = 8/12 = 2/3$
d) $P(A \cap B^C) = P(A) - P(A \cap B) = 1/2 - 1/12 = 5/12$

2) *Em uma amostra de 40 indivíduos, 10 acusam pressão alta. Estime a probabilidade de outro indivíduo, escolhido ao acaso, no mesmo grupo do qual foi extraída a amostra ter pressão alta*.

SOLUÇÃO: $n(\Omega) = 40$ ; n(pressão alta) = n(A) = 10

$P(A) = 10/40 = 1/4$

3) *Jogam-se dois dados. Qual a probabilidade do produto dos números das faces estar entre 12 e 15 (inclusive)?*

SOLUÇÃO:

Espaço Amostral:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6) \\ (2,1);(2,2);(2,3);(2,4);(2,5);(2,6) \\ (3,1);(3,2);(3,3);(3,4);(3,5);(3,6) \\ (4,1);(4,2);(4,3);(4,4);(4,5);(4,6) \\ (5,1);(5,2);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6) \\ (6,1);(6,2);(6,3);(6,4);(6,5);(6,6) \end{array} \right\}$$

$n(\Omega) = 36$ ; $n(12 \le X \le 15) = 6 \rightarrow P(12 \le X \le 15) = 6/36 = 1/6$

4) *Uma moeda é viciada de modo que a probabilidade de dar "cara" é duas vezes maior que a de dar "coroa". Jogada três vezes a moeda, qual a probabilidade de aparecerem exatamente duas "caras"?*

SOLUÇÃO: $P(k) = p$ ; $P(c) = 2p \rightarrow P(k) + P(k) = 2p + p = 1 \rightarrow 3p = 1 \rightarrow p = 1/3$

Logo: $P(c) = 2/3$ e $P(k) = 1/3$

Eventos com 2 caras: cck ; ckc e kcc com $P(cck) = 2/3.2/3.1/3 = 4/27$
$P(ckc) = 2/3.1/3.2/3 = 4/27$
$P(kcc) = 1/3.2/3.2/3 = 4/27$

Assim: $P(cc) = P(cck) + P(ckc) + P(kcc) = 4/27 + 4/27 + 4/27 = 4/9$

5) *A probabilidade de um aluno passar em Álgebra (A), em Literatura (L) e em ambas (A∩L), são 0,75 ; 0,84 e 0,63 , respectivamente. Qual a probabilidade do aluno passar em Álgebra, sabendo que passou em Literatura?*

SOLUÇÃO:

P(A) = 0,75 ; P(L) = 0,84 e P(A∩L) = 0,63

Logo: $P(A|L) = \frac{P(A\cap L)}{P(L)} = \frac{0{,}63}{0{,}84} = 0{,}75 \rightarrow P(A|L) = 0{,}75$

Portanto os eventos são independentes

6) *A caixa I tem duas bolas brancas e duas bolas pretas; a caixa II tem duas bolas brancas e uma bola preta e a caixa III tem uma bola branca e três bolas pretas:*
   a) *Tira-se uma bola de cada caixa. Determine a probabilidade de serem todas brancas;*
   b) *Escolhe-se uma caixa ao acaso e tira-se uma bola.Calcular a probabilidade da bola ser branca;*
   c) *Em (b) calcular a probabilidade de ter sido escolhida a caixa I, sabendo-se que a bola extraída é branca.*

SOLUÇÃO:

Seja $B_1$ = bola branca da caixa 1
$B_2$ = bola branca da caixa 2
$B_3$ = bola branca da caixa 3

Portanto: P($B_1$) = 2/4 = ½ ; P($B_2$) = 2/3 e P($B_3$) = 1/4

a) Queremos P(B) = P($B_1$). P($B_2$). P($B_3$) = 1/2.2/3.1/4 = 1/12
b) P( 1 bola branc1a)2 = $\frac{1}{3}.P(\mathrm{B}_1 \cup \mathrm{B}_2 \cup \mathrm{B}_3) = \frac{1}{3}( \mathrm{P}(\mathrm{B}_1) + \mathrm{P}(\mathrm{B}_2) + \mathrm{P}(\mathrm{B}_3) = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) = \frac{17}{36}$
c) $P(C_1|B) = \frac{P(C_1 \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B|C_1).P(C_1)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{2}.\frac{1}{3}}{\frac{17}{36}} = \frac{6}{17}$

7) *Suponha um teste para câncer em que 95% dos que têm o mal reagem positivamente, enquanto que 3% dos que não têm o mal reagem positivamente. Suponha ainda que 2% dos internos do hospital tenham câncer. Qual a probabilidade de um doente escolhido ao acaso, e que reage positivamente ao teste, ter de fato o mal?*

SOLUÇÃO:

| | C | $C^c$ |
|---|---|---|
| + | 0,95 | 0,03 |
| - | 0,05 | 0,97 |

$$P(C|+) = \frac{P(C).P(+|C)}{P(+)} = \frac{P(C).P(+|C)}{P(C).P(+|C)+P(C^c).P(+|C^c)} = \frac{0{,}02.0{,}95}{0{,}02.0{,}95+0{,}98.0{,}03} = 0{,}396$$

8) *Uma tábua de mortalidade acusa as seguintes taxas de mortalidade $q_x$ ( isto é, a probabilidade de um indivíduo de idade x morrer antes de atingir a idade x+1):*

| *x* | *30* | *31* | *32* | *33* | *34* | *35* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_x$ | *0,00213* | *0,00219* | *0,00225* | *0,00232* | *0,00240* | *0,00251* |

a) *Dado um indivíduo de 30 anos, qual a probabilidade de ele atingir 31 anos?*
b) *Para o mesmo indivíduo, qual a probabilidade de morrer antes de completar 35 anos?*

SOLUÇÃO:

a) P(atingir 31 anos) = 1 – P(não atingir 31 anos) = 1 – 0,00213 = 0,99787

b) P(atingir 35 anos) = (1 – P(não atingir 31 anos).(1 – P(não atingir 32 anos)).( 1 – P(não atingir 33 anos)).( 1 – P(não atingir 34 anos)).( 1 – P(não atingir 35 anos)) =(1-0,00213).(1-0,00219).(1-0,00225).(1-0,00232).(1-0,00240) = 0,98876 → P(atingir 35 anos) = 0,98876

Portanto: P(não atingir 35 anos) = 1 - P(atingir 35 anos) = 1 – 0,9876 = 0,01124