

EXERCÍCIOS DE MÉTODO SIMPLEX - Solução

1) Maximizar $L = 12x_1 + 8x_2 + 6x_3$

Sujeito a: $2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 16$

$3x_1 + 4x_2 \leq 48$

$4x_1 + 1x_2 + 2x_3 \leq 24$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Variáveis de folga:

Maximizar $L = 12x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$

Sujeito a: $2x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 = 16$

$3x_1 + 4x_2 + 1x_5 = 48$

$4x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_6 = 24$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$

Solução inicial: variáveis não básicas: $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

Variáveis básicas: $x_4 = 16, x_5 = 48, x_6 = 24 \rightarrow L = 0$

Quadro inicial:

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_4	2	1	1	1	0	0	16
x_5	3	4	0	0	1	0	48
x_6	4	1	2	0	0	1	24
L	-12	-8	-6	0	0	0	0

1ª iteração: x_1 vai para a base; x_6 sai da base

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	
x_1	1	1/4	1/2	0	0	1/4	6	$\rightarrow L_1^T = L_3/4$
x_4	0	1/2	0	1	0	-1/2	4	$\rightarrow L_2^T = L_1 - 2L_1^T$
x_5	0	13/4	-3/2	0	1	-3/4	30	$\rightarrow L_3^T = L_2 - 3L_1^T$
L	0	-5	0	0	0	3	72	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 12L_1^T$

2ª iteração: x_2 vai para a base; x_4 sai da base

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	B	
x_2	0	1	0	2	0	-1	8	$\rightarrow L_1^T = 2L_2$
x_1	1	0	1/2	-1/2	0	1/2	4	$\rightarrow L_2^T = L_1 - 1/2L_1^T$
x_5	0	0	-3/2	-13/2	1	5/2	4	$\rightarrow L_3^T = L_3 - 13/4L_1^T$
L	0	0	0	10	0	-2	112	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 5L_1^T$

3ª iteração: x_6 vai para a base; x_5 sai da base

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	b	
X_6	0	0	-3/5	-13/5	2/5	1	8/5	$\rightarrow L_1^T = 2/5 L_3$
X_2	0	1	-3/5	-3/5	2/5	0	48/5	$\rightarrow L_2^T = L_1 + L_1^T$
X_1	1	0	4/5	4/5	-1/5	0	16/5	$\rightarrow L_3^T = L_2 - 1/2 L_1^T$
L	0	0	-6/5	24/5	4/5	0	576/5	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 12 L_1^T$

4ª iteração: x_3 vai para a base; x_1 sai da base

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	b	
X_3	5/4	0	1	1	-1/4	0	4	$\rightarrow L_1^T = 5/4 L_3$
X_6	3/4	0	0	-2	1/4	1	4	$\rightarrow L_2^T = L_1 + 3/5 L_1^T$
X_2	3/4	1	0	0	1/4	0	12	$\rightarrow L_3^T = L_2 + 3/5 L_1^T$
L	3/2	0	0	6	1/2	0	120	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 6/5 L_1^T$

Solução ótima :

VARIAVEIS NÃO BASICAS: $x_1 = x_4 = x_5 = 0$

VARIAVEIS BASICAS: $X_2 = 12$; $X_3 = 4$; $X_6 = 12$ $L = 120$

2) Maximizar $L = 5x_1 + 5x_2$

Sujeito a: $8x_1 + 4x_2 \leq 32$

$1x_1 + 2x_2 \leq 8$

$x_1, x_2 \geq 0$

Variáveis de folga:

Maximizar $L = 5x_1 + 5x_2 + 0x_3 + 0x_4$

Sujeito a: $8x_1 + 4x_2 + 1x_3 = 32$

$1x_1 + 2x_2 + 1x_4 = 8$

$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Solução inicial: variáveis não básicas: $x_1 = x_2 = 0$

Variáveis básicas: $x_3 = 32, x_4 = 8 \rightarrow L = 0$

Quadro inicial:

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	b
X_3	8	4	1	0	32
X_4	1	2	0	1	8
L	-5	-5	0	0	0

1ª Iteração) X_1 entra na base e X_3 sai da base

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	b	
X_1	8	4	1	0	32	$\rightarrow L_1^T = L_1/8$
X_4	1	2	0	1	8	$\rightarrow L_2^T = L_2 - L_1^T$
L	-5	-5	0	0	0	$\rightarrow L_3^T = L_3 + 5L_1^T$

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	b
X_1	1	1/2	1/8	0	4
X_4	0	3/2	-1/8	1	4
L	0	-5/2	5/8	0	20

2ª Iteração) X_2 entra na base e X_4 sai da base

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	b	
X_1	1	1/2	1/8	0	4	$\rightarrow L_1^T = L_1 - 1/2 L_2^T$
X_2	0	3/2	-1/8	1	4	$\rightarrow L_2^T = 2/3 L_2$
L	0	-5/2	5/8	0	20	$\rightarrow L_3^T = L_3 + 5/2 L_1^T$

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	b
X_1	1	0	1/6	-1/3	8/3
X_2	0	1	-1/12	2/3	8/3
L	0	0	5/12	5/3	80/3

Solução ótima :

VARIAVEIS NÃO BASICAS: $x_3 = x_4 = 0$

VARIAVEIS BASICAS: $X_1 = X_2 = 8/3$ $L = 80/3$

3) Maximizar $L = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3$

Sujeito a: $1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 100$

$2x_1 + 1x_2 \leq 210$

$1x_1 \leq 24$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Variáveis de folga:

Maximizar $L = 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$

Sujeito a: $1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 = 100$

$2x_1 + 1x_2 + 1x_5 = 210$

$1x_1 + 1x_6 = 24$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$

Solução inicial: variáveis não básicas: $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

variáveis básicas: $x_4 = 100, x_5 = 210, x_6 = 24 \rightarrow L = 0$

Quadro inicial:

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	b
X_4	1	1	1	1	0	0	100
X_5	2	1	0	0	1	0	210
X_6	1	0	0	0	0	1	24
L	-2	-3	-4	0	0	0	0

1ª Iteração) X_3 entra na base e X_4 sai da base

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	b	
X_3	1	1	1	1	0	0	100	$\rightarrow L_1^T = L_1$
X_5	2	1	0	0	1	0	210	$\rightarrow L_2^T = L_2$
X_6	1	0	0	0	0	1	24	$\rightarrow L_3^T = L_3$
L	-2	-3	-4	0	0	0	0	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 4L_1$

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	b
X_3	1	1	1	1	0	0	100
X_5	2	1	0	0	1	0	210
X_6	1	0	0	0	0	1	24
L	2	1	0	4	0	0	400

Solução ótima :

VARIAVEIS NÃO BASICAS: $x_1 = x_2 = x_4 = 0$

VARIAVEIS BASICAS: $x_3 = 100, x_5 = 210, x_6 = 24 \quad L = 400$

4) Maximizar $L = 2x_1 + 4x_3$

Sujeito a: $1x_1 + 2x_2 + 1x_3 \leq 8000$

$2x_1 \leq 6000$

$x_2 + 1x_3 \leq 620$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Variáveis de folga:

Maximizar $L = 2x_1 + 4x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$

Sujeito a: $1x_1 + 2x_2 + 1x_3 + 1x_4 = 8000$

$2x_1 + 1x_5 = 6000$

$1x_2 + 1x_3 + 1x_6 = 620$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$

Solução inicial: variáveis não básicas: $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

Variáveis básicas: $x_4 = 8000, x_5 = 6000, x_6 = 620 \rightarrow L = 0$

Quadro inicial:

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	b
X_4	1	2	1	1	0	0	8000
X_5	2	0	0	0	1	0	6000
X_6	0	1	1	0	0	1	620
L	-2	0	-4	0	0	0	0

1ª Iteração) X_3 entra na base e X_6 sai da base

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	b	
X_4	1	1	0	1	0	-1	7380	$\rightarrow L_1^T = L_1 - L_3^T$
X_5	2	0	0	0	1	0	6000	$\rightarrow L_2^T = L_2$
X_3	0	1	1	0	0	1	620	$\rightarrow L_3^T = L_3$
L	-2	4	0	0	0	4	2480	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 4L_3$

2ª Iteração) X_1 entra na base e X_5 sai da base

Base	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	b	
X_4	0	1	0	1	-1/2	-1	4380	$\rightarrow L_1^T = L_1 - L_2^T$
X_1	1	0	0	0	1/2	0	3000	$\rightarrow L_2^T = 1/2 L_2$
X_3	0	1	1	0	0	1	620	$\rightarrow L_3^T = L_3$
L	0	4	0	0	1	4	8480	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 2L_3$

Solução ótima:

VARIAVEIS NÃO BASICAS: $x_2 = x_5 = x_6 = 0$

VARIAVEIS BASICAS: $x_1 = 3000, x_3 = 620, x_4 = 4380 \quad L = 8480$

5) Maximizar $L = 2x_1 + 4x_2 + 6x_3$

Sujeito a: $1x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 100$

$2x_1 - 1x_2 + 5x_3 \leq 50$

$3x_1 + x_3 \leq 200$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Variáveis de folga:

$$\text{Maximizar } L = 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6$$

$$\text{Sujeito a: } 1x_1 + 1x_2 + 1x_3 + 1x_4 = 100$$

$$2x_1 - 1x_2 + 5x_3 + 1x_5 = 50$$

$$3x_1 + 1x_3 + 1x_6 = 200$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

Solução inicial: variáveis não básicas: $x_1 = x_2 = x_3 = 0$

$$\text{Variáveis básicas: } x_4 = 100, x_5 = 50, x_6 = 200 \rightarrow L = 0$$

Quadro inicial:

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
x_4	1	1	1	1	0	0	100
x_5	2	-1	5	0	1	0	50
x_6	3	0	1	0	0	1	200
L	-2	-4	-6	0	0	0	0

1ª Iteração) x_3 entra na base e x_5 sai da base

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	
x_4	3/5	6/5	0	1	-1/5	0	90	$\rightarrow L_1^T = L_1 - L_3^T$
x_3	2/5	-1/5	1	0	1/5	0	10	$\rightarrow L_2^T = L_2/5$
x_6	13/5	1/5	0	0	-1/5	1	190	$\rightarrow L_3^T = L_3 - L_2^T$
L	2/5	-26/5	0	0	6/5	0	60	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 6L_2^T$

2ª Iteração) x_2 entra na base e x_4 sai da base

Base	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b	
x_2	1/2	1	0	5/6	-1/6	0	75	$\rightarrow L_1^T = 5/6 \cdot L_1$
x_3	1/2	0	1	1/6	1/6	0	25	$\rightarrow L_2^T = L_2 + 1/5 L_1^T$
x_6	5/2	0	0	-1/6	-1/6	1	175	$\rightarrow L_3^T = L_3 - 1/5 \cdot L_1^T$
L	3	0	0	13/3	1/3	0	450	$\rightarrow L_4^T = L_4 + 26/5 \cdot L_1^T$

Solução ótima:

VARIAVEIS NÃO BASICAS: $x_1 = x_4 = x_5 = 0$

VARIAVEIS BASICAS: $x_2 = 75, x_3 = 25, x_6 = 175 \quad L = 450$