Universidade Presbiteriana Mackenzie

Formas Canônicas

Prof. Fabio Kawaoka Takase

Faculdade de Computação e Informática

Objetivos

- Apresentar as formas canônicas para expressões booleanas construídas a partir de tabelas verdade.
- Exercitar a transformação entre as formas diferentes de descrever uma expressão booleana.

Referência Bibliográfia

- Referência para esta aula:
- **Capítulo 4** de TOCCI, Ronald J.; WIDMER, Neal S.; MOSS, Gregory L. **Sistemas Digitais: princípios e aplicações**. 11ª Ed. Editora Pearson, 2011.
- **Capítulo 4** de PIMENTA, T.C. **Circuitos Digitais**. São Paulo: Elsevier, 2017.

Expressões lógicas e tabela verdade

- Uma expressão lógica pode ser obtida a partir de uma tabela-verdade.
- As duas formas gerais para expressões lógicas são:
  - soma de produtos, e
  - produto de somas.
- Uma expressão lógica possibilita a implementação de um circuito de diversas formas.

Formas Canônicas

- Forma Disjuntiva Normal.
- Forma Conjuntiva Normal.

Toda e qualquer função de comutação válida (função booleana) pode ser representada por suas formas canônicas.

- Toda função de comutação válida possui:
- apenas uma única tabela verdade.
- apenas uma única Forma Conjuntiva Normal.
- apenas uma única Forma Disjuntiva Normal.

Forma disjuntiva normal

- *Mintermo* de *n* variáveis é o produto de **n** literais em que cada variável aparece uma única vez, em sua forma complementar ou não.
- Cada *mintermo* será avaliado para 1 para as combinações de variáveis.

Forma disjuntiva normal

- Exemplo: n = 3, variáveis A, B e C
- Mintermo e as combinações de A, B e C

A	B	C	Mintermo
0	0	0	A'.B'.C'
0	0	1	A'.B'.C
0	1	0	A'.B.C'
0	1	1	A'.B.C
1	0	0	A.B'.C'
1	0	1	A.B'.C
1	1	0	A.B.C'
1	1	1	A.B.C

Forma disjuntiva normal

Para uma dada função F (A,B,C) podemos ter:

A	B	C	F	Mintermo
0	0	0	0	A’.B’.C’
0	0	1	0	A’.B’.C
0	1	0	0	A’.B.C’
0	1	1	1	A’.B.C
1	0	0	1	A.B’.C’
1	0	1	1	A.B’.C
1	1	0	0	A.B.C’
1	1	1	1	A.B.C

F = A’.B.C + A.B’.C’ + A.B’.C + A.B.C

Forma disjuntiva normal

- Podemos reescrever a função F(A,B,C) como uma somatória de termos indexados:

$$F = \sum m_i$$

$$F = \sum a_i m_i$$

Forma disjuntiva normal

I	A	B	C	F	Mintermo
0	0	0	0	0	A'.B'.C'
1	0	0	1	0	A'.B'.C
2	0	1	0	0	A'.B.C'
3	0	1	1	1	A'.B.C
4	1	0	0	1	A.B'.C'
5	1	0	1	1	A.B'.C
6	1	1	0	0	A.B.C'
7	1	1	1	1	A.B.C

$$F = m_3 + m_4 + m_5 + m_7$$

$$F(A,B,C) = \sum m(3,4,5,7)$$

Forma conjuntiva normal

- *Maxtermo* de *n* variáveis é a soma de *n* literais em que cada variável aparece uma única vez, em sua forma complementar ou não.
- Cada *maxtermo* será avaliado para 0 para as combinações de variáveis.

Forma conjuntiva normal

- Exemplo: n = 3, variáveis A, B e C
- Maxtermo e as combinações de A, B e C

A	B	C	Maxtermo
0	0	0	A+B+C
0	0	1	A+B+C’
0	1	0	A+B’+C
0	1	1	A+B’+C’
1	0	0	A’+B+C
1	0	1	A’+B+C’
1	1	0	A’+B’+C
1	1	1	A’+B’+C’

Forma conjuntiva normal

Para uma dada função F (A,B,C) podemos ter:

A	B	C	F	Maxtermo
0	0	0	0	A+B+C
0	0	1	0	A+B+C’
0	1	0	0	A+B’+C
0	1	1	1	A+B’+C’
1	0	0	1	A’+B+C
1	0	1	**1**	**A’+B+C’**
1	1	0	**0**	**A’+B’+C**
1	1	1	**1**	**A’+B’+C’**

F = (A+B+C). (A+B+C’). (A+B’+C). (A’+B’+C)

Forma conjuntiva normal

- Podemos reescrever a função F(A,B,C) como uma somatória de termos indexados:

$$F = \prod M_i$$

$$F = \prod (a_i + M_i)$$

Forma conjuntiva normal

I	A	B	C	F	Maxtermo
0	0	0	0	0	A+B+C
1	0	0	1	0	A+B+C’
2	0	1	0	0	A+B’+C
3	0	1	1	1	A+B’+C’
4	1	0	0	1	A’+B+C
5	1	0	1	1	A’+B+C’
6	1	1	0	0	A’+B’+C
7	1	1	1	1	A’+B’+C’

$$F = M_0 M_1 M_2 M_6$$

$$F(A, B, C) = \prod (0,1,2,6)$$

Obrigado

Prof. Fabio Kawaoka Takase
fabio.takase@mackenzie.br