

## Modelagem Matemática I – Prof. Eurico L. P. Ruivo

### Método Húngaro aplicado ao problema de designação de tarefas

**Objetivo:** Apresentar o Método Húngaro como método alternativo para resolução do problema de designação de tarefas.

Considere o seguinte problema (adaptado de [Taha,2008]):

Uma empresa deseja contratar prestadores de serviços ( $P_1$  a  $P_4$ ) para executarem, simultaneamente, quatro tipos distintos de serviços ( $S_1$  a  $S_4$ ). Os preços unitários por serviço de cada um dos prestadores são dados na tabela abaixo:

		Serviço			
		1	2	3	4
Prestador	1	1	4	6	3
	2	9	7	10	9
	3	4	5	11	7
	4	8	7	8	5

Obtenha a atribuição de serviços para cada prestador que minimiza o custo total da operação.

### Método Húngaro:

**Etapla 1:** Subtraia o valor mínimo de cada linha de todos os elementos dessa linha.

1	4	6	3
9	7	10	9
4	5	11	7
8	7	8	5

0	3	5	2
2	0	3	2
0	1	7	3
3	2	3	0

**Etapla 2:** Subtraia o valor mínimo de cada coluna de todos os elementos dessa coluna.

0	3	5	2
2	0	3	2
0	1	7	3
3	2	3	0

0	3	2	2
2	0	0	2
0	1	4	3
3	2	0	0

**Etapa 3: Verifique se há alguma atribuição viável, utilizando os 0s como possíveis atribuições do serviço j ao prestador i.**

Nesse caso teríamos as seguintes possibilidades de atribuição:

Prestador 1: Tarefa 1;

Prestador 2: Tarefas 2 ou 3;

Prestador 3: Tarefa 1;

Prestador 4: Tarefas 3 ou 4.

Não há nenhuma atribuição possível uma vez que a Tarefa 1 não pode ser atribuída simultaneamente aos Prestadores 1 e 3 e essa é a única Tarefa que lhes pode ser atribuída. Caso o método resultasse em atribuições possíveis, o procedimento pararia aqui, bastando verificar qual a atribuição de menor custo.

Como não é o caso, o método prossegue:

**Etapa 4: Marque a menor quantidade de linhas e colunas de modo a abranger todos os zeros.**

0	3	2	2
2	0	0	2
0	1	4	3
3	2	0	0

0	3	2	2
2	0	0	2
0	1	4	3
3	2	0	0

As intersecções entre as linhas e colunas estão destacadas em azul mais escuro.

**Etapa 5: Encontre o menor valor (fundo amarelo) que não esteja marcado, subtraindo esse valor daqueles que não estão marcados (fundo branco) e somando aos valores que se encontram nas intersecções (fundo azul mais escuro).**

0	3	2	2
2	0	0	2
0	1	4	3
3	2	0	0

0	2	1	1
3	0	0	2
0	0	3	2
4	2	0	0

**Etapla 6: Verifique se há atribuições possíveis. Se houver, verifique qual a de menor custo. Se não houver, repita as etapas 4 e 5.**

0	2	1	1
3	0	0	2
0	0	3	2
4	2	0	0

Prestador 1: Tarefa 1;

Prestador 2: Tarefas 2 ou 3;

Prestador 3: Tarefas 1 ou 2;

Prestador 4: Tarefas 3 ou 4.

A única atribuição possível é: Prestador 1: Tarefa 1; Prestador 2: Tarefa 3; Prestador 3: Tarefa 2 e Prestador 4: Tarefa 4.

O custo dessa solução é igual a  $1 + 10 + 5 + 5 = 21$  (conferir tabela de preços original)

**Problemas Propostos (retirados de [Taha, 2008])**

Resolva (manualmente) os seguintes problemas de atribuição de tarefas utilizando o Método Húngaro:

(i)

\$3	\$8	\$2	\$10	\$3
\$8	\$7	\$2	\$9	\$7
\$6	\$4	\$2	\$7	\$5
\$8	\$4	\$2	\$3	\$5
\$9	\$10	\$6	\$9	\$10

(ii)

\$3	\$9	\$2	\$3	\$7
\$6	\$1	\$5	\$6	\$6
\$9	\$4	\$7	\$10	\$3
\$2	\$5	\$4	\$2	\$1
\$9	\$6	\$2	\$4	\$5

Você deverá entregar as resoluções feitas por você numa folha com nome, TIA e turma de laboratório.