

FACULDADE DE COMPUTAÇÃO E INFORMÁTICA  
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO  
Linguagens Formais e Autômatos – Aula 13 – 1º SEMESTRE/2016  
Prof. Luciano Silva

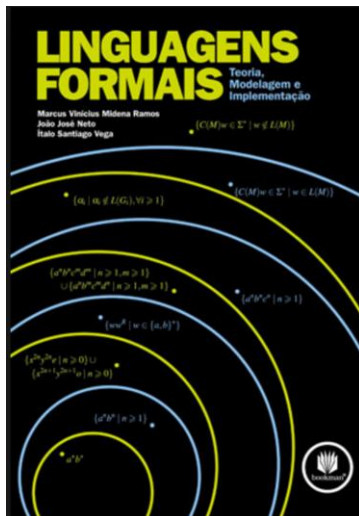
## TEORIA: AUTÔMATOS A PILHA

---



Nossos **objetivos** nesta aula são:

- conhecer o conceito de autômato à pilha
- praticar com construção de autômatos a pilha



Para esta semana, usamos como referência as **Seções 4.1 (Gramáticas Livres de Contexto) até 4.4 (Ambigüidade)** do nosso livro da referência básica:

RAMOS, M.V.M., JOSÉ NETO, J., VEJA, I.S. **Linguagens Formais: Teoria, Modelagem e Implementação**. Porto Alegre: Bookman, 2009.

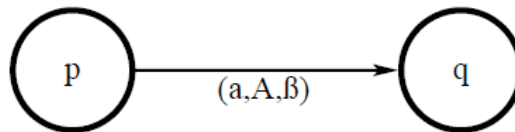
*Não deixem de ler estas seções depois desta aula!*

## AUTÔMATOS A PILHA

---

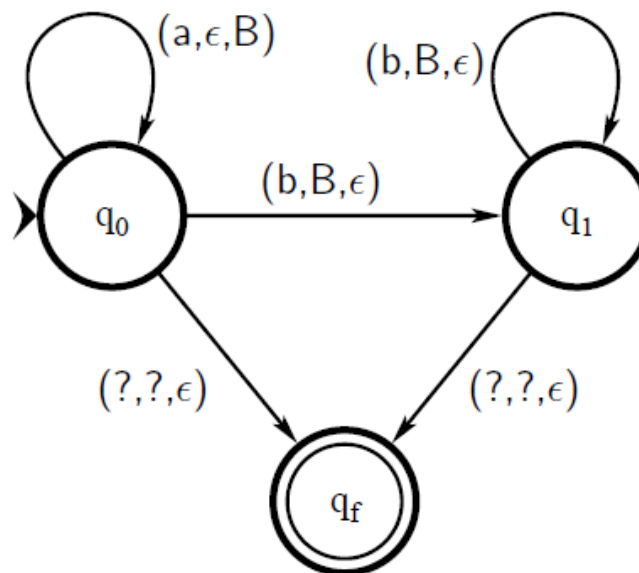
- As máquinas de análise vistas nas aulas anteriores, LL e LR, são casos especiais de autômatos chamados **autômatos à pilha**.
- Um autômato à pilha é, essencialmente, um autômato como visto nas linguagens regulares com a propriedade adicional de utilizar uma **pilha** para reconhecimento de entrada. O autômato pode ler e escrever informações nesta pilha.
- Um **autômato à pilha** é uma **7-upla**  $M=(\Sigma, Q, \delta, q_0, F, K, V)$ , onde:
  - $\Sigma$  - alfabeto de símbolos de entrada em uma fita de leitura
  - $Q$  – conjunto finito de estados possíveis do autômato
  - $\delta$  - função parcial de transição  $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon, ?\}) \times (V \cup \{\epsilon, ?\}) \rightarrow 2^{Q \times V^*}$
  - $q_0$  – estado inicial do autômato ( $q_0 \in Q$ )

- $F$  – conjunto de estados finais ( $F \subseteq Q$ )
  - $K$  – pilha do autômato
  - $V$  – alfabeto auxiliar ou alfabeto da pilha
- Na especificação da transição, normalmente utilizamos o seguinte formalismo:



- Nesta especificação de transição, temos  $a$  como símbolo **lido** da fita que contém a entrada,  $A$  é o símbolo **lido** do topo da pilha e  $\beta$  como símbolo a ser **gravado** no topo da pilha.
  - **Observação (1):** caso  $\epsilon$  apareça na **leitura da fita** ou da pilha, isto indicará que a **leitura da fita ou da pilha**, neste passo, deverá ser **ignorada**. Caso  $\epsilon$  apareça na **gravação da pilha**, isto significa que a **gravação na pilha** deverá ser ignorada neste passo.
  - **Observação (2):** caso o símbolo  $?$  apareça na **leitura da fita**, isto será equivalente a a testar **se a entrada acabou**. Caso apareça na **leitura da pilha**, será equivalente a testar **se a pilha está vazia**.
- Abaixo, temos um exemplo de autômato à pilha que reconhece a linguagem

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$



## EXERCÍCIO TUTORIADO

---

Construa um autômato à pilha que reconheça a linguagem livre de contexto abaixo:

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$$

## EXERCÍCIO COM DISCUSSÃO EM DUPLAS

---

Construa um autômato à pilha que reconheça a linguagem livre de contexto abaixo:

$$L = \{a^n b^m a^{n+m} \mid n \geq 1, m \geq 1\}$$

---

## EXERCÍCIOS EXTRA-CLASSE

---

1. Construa um autômato à pilha que reconheça a linguagem livre de contexto abaixo:

$$L = \{\omega\omega^R \mid \omega \in \{a,b\}^*\} = \{\varepsilon, aa, bb, abba, \dots\}, \omega^R \text{ indica o reverso da palavra } \omega$$

2. Construa um autômato à pilha que reconheça a linguagem livre de contexto abaixo:

$$L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$$

3. Considere a GLC mostrada abaixo:

$$G_1 = (\{S, B\}, \{a, b\}, P_1, S), \text{ onde:}$$

$$P_1 = \{S \rightarrow aB \mid aSB, B \rightarrow b\}$$

Qual a linguagem sobre o alfabeto  $\Sigma=\{a,b\}$  esta gramática consegue reconhecer ?

4. Construa um autômato à pilha que reconheça a mesma linguagem denotada pela GLC da questão (3):

$$G_1 = (\{S, B\}, \{a, b\}, P_1, S), \text{ onde:}$$

$$P_1 = \{S \rightarrow aB \mid aSB, B \rightarrow b\}$$