Exercício-programa 1

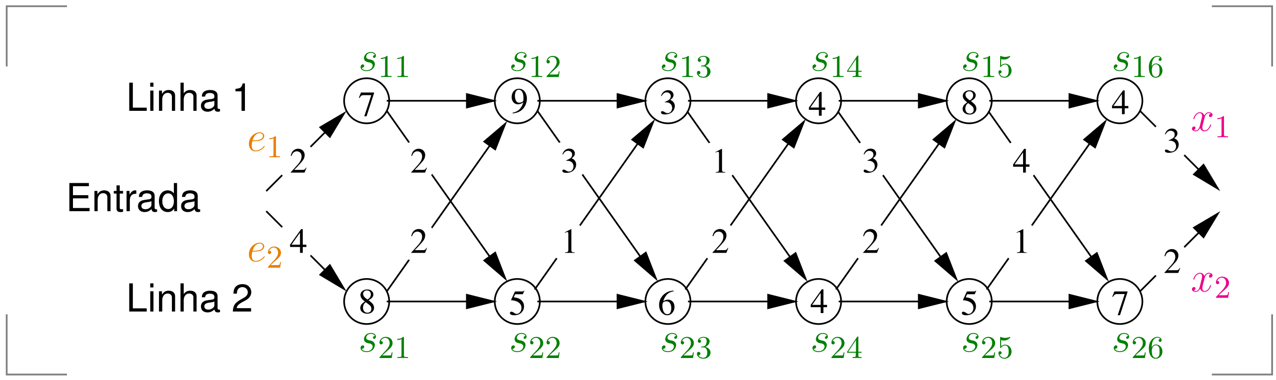
Linha de produção

Data de entrega: 06/05/2016 - 23:55

Introdução

Em uma famosa manufatura chamada **PROD-U-Ação**, é muito comum se ter várias linhas de produção de um mesmo tipo de produto. Isso evita que toda a cadeia de produção pare caso uma máqina da linha de produção deixe de funcionar ou diminua consideravelmente caso uma máquina apresente algum problema.

Abaixo há um esquema de uma das linhas de produção da manufatura de um determinado produto X com duas linhas de produção e com $n = 6$ máquinas.



A notação da linha de produção acima é:

s_{ij}: tempo de execução da j-ésima máquina da linha i

e_i: tempo de set-up da primeira máquina da linha i

x_i: tempo de conclusão da última máquina da linha i

t_{ij}: tempo para mover um item da máquina j
da linha i para a máquina $j + 1$ da linha $3 - i$

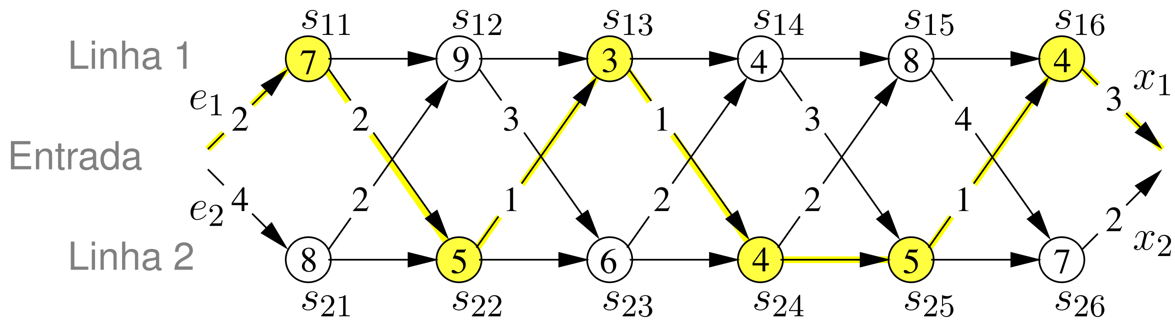
As j-ésimas máquinas fazem a mesma tarefa nas duas linhas, possivelmente com velocidades diferentes. Quando é vantajoso transferir o etapa de produção de uma linha para a outra, ocorre um custo adicional, chamado de tempo de *set-up*, representado pelos arcos entre a máquina j da linha i (máquina $s_{i,j}$) para a máquina $j + 1$ da linha $3 - i$ (máquina $s_{3-i,j+1}$).

Observe que $3 - i$ indica simplesmente uma troca de linha de produção. Se $i = 1$ (estamos na linha de produção 1), então $3 - i = 2$ (foi para a linha de produção 2); agora se $i = 2$ (estamos na linha de produção 2), então $3 - i = 1$ (foi para a linha de produção 1).

Dessa forma, $t_{i,j}$ indica o tempo de *set-up* para mover da máquina j da linha i para a máquina $j + 1$ da linha $3 - i$.

Pergunta

Na manufatura **PROD-U-Ação**, há períodos de urgência em que é necessário encontrar a forma de aumentar a velocidade de produção utilizando de forma ótimas as linhas de produção. Nestes momentos de urgência, qual é o caminho mais rápido de produção? Para o exemplo anterior, veja em amarelo, uma possível solução.



O total do percurso deste caminho é: $2 + 7 + 2 + 5 + 1 + 3 + 1 + 4 + 5 + 1 + 4 + 3 = 38$.

Para encontrar tal percurso ótimo, o dono da manufatura contratou os famosos alunos de MAC0122-2016.

Solução

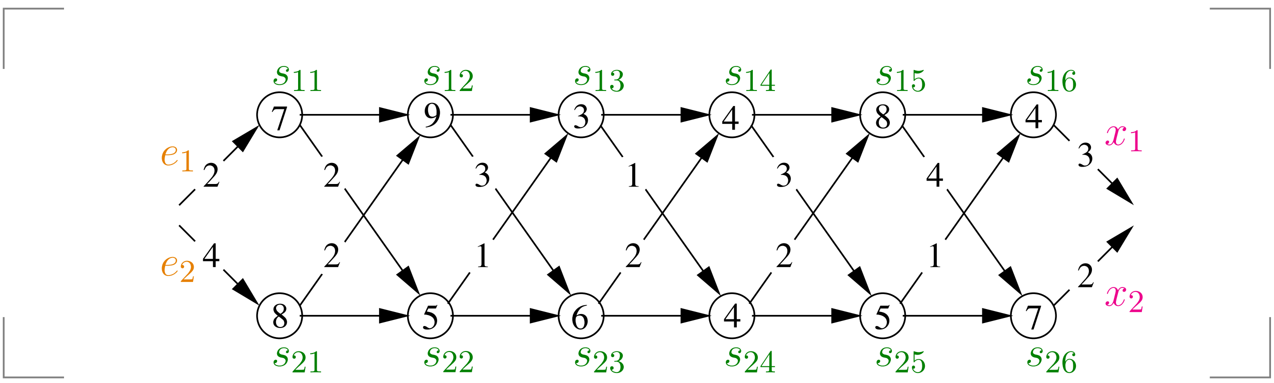
Para encontrar o caminho ótimo, ou seja em quais máquinas da linha 1 ou da linha 2 um determinado produto deve passar para ser produzido, a recorrência abaixo foi proposta.

$$c_{i,j} = \begin{cases} e_i + s_{i,1} & \text{se } j = 1 \\ \min\{c_{i,j-1} + s_{i,j}, c_{3-i,j-1} + t_{3-i,j-1} + s_{i,j}\} & \text{se } 1 < j \leq n \end{cases}$$

O tempo final da produção é $c^* = \min\{c_{1,n} + x_1, c_{2,n} + x_2\}$.

Simulação

A seguir, veja uma simulação da aplicação desta recorrência.



Considere a entrada as seguintes variáveis:

s	1	2	3	4	5	6
1	7	9	3	4	8	4
2	8	5	6	4	5	7

e	
1	2
2	4

x	
1	3
2	2

t	1	2	3	4	5
1	2	3	1	3	4
2	2	1	2	2	1

Note que

- s é uma matriz com $m = 2$ linhas e $n = 6$ colunas (m é o número de linhas de produção e n é o número de máquinas) e $s_{i,j}$ indica o tempo de execução da máquina j da linha de produção i.
- e é um vetor com m elementos, onde e_i indica o tempo de *set-up* para entrar na linha de produção i.
- x é um vetor com m elementos, onde x_i indica o tempo de conclusão da última máquina da linha de produção i.
- t é uma matriz com $m = 2$ linhas e $n = 6$ colunas e $t_{i,j}$ indica o tempo para mover da máquina j da linha i para a máquina $j + 1$ da linha $3 - i$.

A saída é o vetor custo acumulado:

c	1	2	3	4	5	6	j
1	9	18	20	24	32	35	
2	12	16	22	25	30	37	

e o custo mínimo total da produção:

$$c^* = \min\{c_{1,6} + x_1, c_{2,6} + x_2\} = \min\{35 + 3, 37 + 2\} = \min\{38, 39\} = 38.$$

Exercício

Implemente um programa em C que compute a linha de produção proposta.

Entrada

Sua entrada será:

- um inteiro n indicando o número de máquinas em cada linha de produção;
- uma matriz de inteiros s com 2 linhas e n colunas;
- uma matriz de inteiros t com 2 linhas e n colunas;
- um vetor e com 2 inteiros;
- um vetor x com 2 inteiros;

Saída

A saída é uma matriz c com 2 linhas e n colunas, como calculada na simulação.

Obviamente, o dono da manufatura não está interessado somente no custo, mas qual o caminho que a produção deve seguir. Dessa forma, o seu programa deve, além de imprimir a matriz c, imprimir também a sequência de máquinas que produz este menor custo. Por exemplo, para a linha de produção da simulação, a saída poderia ser:

$$(1,1)\ (2,2)\ (1,3)\ (2,4)\ (2,5)\ (1,6)$$

representando a sequência de máquinas:

$$s_{1,1} \rightarrow s_{2,2} \rightarrow s_{1,3} \rightarrow s_{2,4} \rightarrow s_{2,5} \rightarrow s_{1,6}$$

Escreva no seu código, um texto descrevendo como você encontrou este melhor caminho de produção. Obviamente, este texto deve ser um comentário "grande" em seu código.

Sugestão: utilize matriz que guarda ou marque de onde vieram os valores para o preenchimento da matriz c.

Código

Submeta seu código .c (ou um arquivo .zip se tiver mais que 1 arquivo fonte) na página do curso (`http://paca.ime.usp.br/mod/assign/view.php?id=31345`), com a solução. Deve-se também documentar, em linhas gerais, as funções implementadas para melhor entendimento durante a correção.

Na correção, será usado o compilador gcc e serão executados os seguintes comandos.

- Para compilação:

  ```
  gcc *.c -o main
  ```

- Para execução:

  ```
  ./main
  ```