

PTC2324: Processamento Digital de Sinais I

Exercício computacional 7: Análise Espectral com FFT

MDM,FRMP-2014; MTMS-2011; MG-2001

Objetivo: Entender e demonstrar de forma simples os efeitos associados ao cálculo da TFD quando utilizada na análise espectral de sinais determinísticos de tempo contínuo.

Resolva os exercícios preparatórios antes de utilizar o MatLab.

Exercícios preparatórios

Suponha que sejam tomadas $N = 256$ amostras de um sinal de tensão $v(t)$ a uma taxa de amostragem $f_a = 48\text{kHz}$. Utilizando-se a FFT, é calculada a sequência $V(k) = \text{TFD}_{256}\{v(n)\}$. Pergunta-se:

1. Se $v(t)$ é um sinal de energia com transformada de Fourier $V(f)$, qual é o fator de escala que deve ser utilizado para calcular estimativas das amostras de $V(f)$ a partir de $V(k)$?
2. Se $v(t)$ é um sinal periódico com série de Fourier (exponencial) caracterizada por coeficientes c_m , qual é o fator de escala que deve ser utilizado para calcular estimativas dos coeficientes (raias) da série de Fourier de $v(t)$ a partir de $V(k)$?
3. O “eixo das frequências” de $V(k)$ é normalizado. Como ele deve ser desnormalizado nos itens 1. e 2. anteriores?
4. Suponha que após a amostragem, o sinal $v(n)$ é multiplicado pela janela de Hamming originando o sinal $v_1(n)$ com TFD $V_1(k)$. Descreva com detalhes como calcular $V_1(k)$ a partir de $V(k)$ da forma mais simples possível. No caso de um sinal periódico, qual é o fator de escala a ser aplicado em $V_1(k)$ para obter estimativas das raiais espectrais da série de Fourier de $v(t)$? Justifique.

Antes de começar a utilizar o computador, procure preparar os programas necessários na linguagem MatLab (ou equivalente). Utilize os trechos dos programas abaixo, completando e inserindo os comandos necessários.

1. Multiplicar o sinal pela janela:

```
1 N=256;
2 TA=62.5e-6; % periodo de amostragem
3 K=0:N-1;
4 tempo=K*TA; % tempo discreto
5
6 V1T=5*cos(2000*pi*tempo); % sinal no tempo
7 JAT=janela; % Veja "Gerar janelas com funções do MatLab"
8 VTJ=V1T.*JAT; % sinal*janela
9 VF1=.....; % TFD de VTJ com N pontos
10 FE1=.....; % FE1 - fator de escala - coeficiente da SF
11
12 VF=VF1*FE1; % coeficiente da SF do sinal
13 VFdB=20*log10(VF); % coeficiente da SF (dB)
```

2. Gerar janelas com funções do MatLab:

```
1 N=128;
2 w1=window(@rectwin,N);
3 w2 = window(@hamming,N);
4 w3 = window(@triang,N);
5 plot(1:N,[w1,w2,w3],'.'); axis([1 N 0 1]);
6 legend('Retangular','Hamming','Triangular');
7 grid
```

Arquivo help da função window:

window Window function gateway.

window(@WNAME,N) returns an N-point window of type specified by the function handle @WNAME in a column vector. @WNAME can be any valid window function name, for example:

@bartlett	- Bartlett window.
@barthannwin	- Modified Bartlett-Hanning window.
@blackman	- Blackman window.
@blackmanharris	- Minimum 4-term Blackman-Harris window.
@bohmanwin	- Bohman window.
@chebwin	- Chebyshev window.
@flattopwin	- Flat Top window.
@gausswin	- Gaussian window.
@hamming	- Hamming window.
@hann	- Hann window.
@kaiser	- Kaiser window.
@nuttallwin	- Nuttall defined minimum 4-term Blackman-Harris window.
@parzenwin	- Parzen (de la Valle-Poussin) window.
@rectwin	- Rectangular window.
@taylorwin	- Taylor window.
@tukeywin	- Tukey window.
@triang	- Triangular window.

window(@WNAME,N,OPT1,OPT2) designs the window with the optional input arguments specified in OPT1 and OPT2. To see what the optional input arguments are, see the help for the individual windows, for example, KAISER or CHEBWIN.

window launches the Window Design & Analysis Tool (WinTool).

Parte computacional

Em cada item abaixo é considerado um sinal de tensão $v(t)$ que é amostrado e multiplicado pelas janelas retangular e Hamming. O período de amostragem é T_a , sendo tomadas N amostras a partir de $t = 0$. Considere $v(t)$ em volts e t em segundos.

- Calcule o módulo da TFD dos sinais amostrados e meça diretamente, da melhor forma possível, a magnitude das componentes espectrais, isto é, o módulo dos coeficientes da série Fourier dos sinais de tempo contínuo considerados.

Antes de iniciar, efetue alguns testes utilizando partes do trecho de programa 2.

- Verifique inicialmente se os sinais gerados estão corretos (amplitude e frequência).
- Verifique se as janelas no tempo estão corretas (forma e magnitude do máximo).

1. $v(t) = 5 \cos(2000\pi t)$

$$T_a = 62,5\mu s, \quad N = 256$$

Complete a Tabela I, mostrada ao final do enunciado. Utilize o comando `stem` e uma escala linear para fazer os gráficos.

2. $v(t)$ e N como no item 1.

$$T_a = 63,5\mu s.$$

Complete a Tabela II, mostrada ao final do enunciado. Utilize o comando `stem` e uma escala logarítmica em dB (usando a função `log10`) para fazer os gráficos. Como deve ser interpretada a existência das várias raiais no resultado?

3. $v(t)$ e T_a como no item 2.

$$N = 2 \times 256 = 512$$

Complete a Tabela III. Utilize o comando `stem` e uma escala logarítmica em dB para fazer os gráficos.

4. Comparar e justificar quantitativamente (por exemplo: aumento do erro do item 2. para o 3.) os resultados dos itens 1., 2., e 3., considerando os seguintes aspectos:

- influência da relação entre o tamanho da janela (número total de pontos) e o número de períodos do sinal.
- influência da janela.

5. (a) $v(t) = 8 \cos(2000\pi t) + 0,035 \cos(2370\pi t)$,

$$T_a = 127\mu s, \quad N = 256$$

Analise o resultado obtido. Neste caso considere também a janela de Blackman (JB). Complete a Tabela IV. Utilize o comando `stem` e uma escala logarítmica em dB para fazer os gráficos.

- (b) $v(t)$ e T_a como no item 5.(a), $N = 512$. Complete a Tabela V. Utilize o comando `stem` e uma escala logarítmica em dB para fazer os gráficos.

6. Considere a amostragem de um sinal periódico composto de duas raiais espectrais. Descreva combinações de amplitudes e frequências dessas componentes tais que a janela retangular seja a melhor opção para a análise espectral utilizando a TFD.

Tabelas

Tabela I.

janela	freqs	erro (freqs)	VFdB	erro (magnitude)
Retangular				
Hamming				

Tabela II.

janela	freqs	erro (freqs)	VFdB	erro (magnitude)
Retangular				
Hamming				

Tabela III.

janela	freqs	erro (freqs)	VFdB	erro (magnitude)
Retangular				
Hamming				

Tabela IV.

janela	freqs	erro (freqs)	VFdB	erro (magnitude)
Retangular				
Hamming				
Blackman				

Tabela V.

janela	freqs	erro (freqs)	VFdB	erro (magnitude)
Retangular				
Hamming				
Blackman				

Nota:

freqs - frequência estimada do sinal

VFdB - valor medido do coeficiente da SF