

PTC2324: Processamento Digital de Sinais I

Lista de exercícios 5: Transformada z

MDM,FRMP-2014;ASP-2012

(†): Exercícios adaptados do livro *Digital Signal Processing* de Oppenheim e Schaffer.

(‡): Exercício adaptado do livro *Digital Signal Processing* de Hayes.

1. (†) Calcule a Tz , incluindo a região de convergência, das seguintes seqüências:

(a) $a^n \cos(\omega_0 n) u(n)$

(b) $\frac{1}{n} (-2)^{-n} u(-n-1)$

(c) $na^{-n}u(n)$, com $|a| < 1$

(d) $\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$

(e) $-\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1)$

(f) $\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n)$

(g) $\delta(n-1)$

(h) $\left(\frac{1}{2}\right)^n [u(n) - u(n-10)]$

2. (†) Seja $x(n)$ uma seqüência de tempo discreto com Tz dada por $X(z) = \frac{z}{z^2 + 4}$. Use as propriedades para determinar as Tz dos seguintes sinais:

(a) $y(n) = x(n-4)$

(b) $y(n) = 2^n x(n)$

(c) $y(n) = x(-n)$

(d) $y(n) = nx(n)$

3. (†) Encontre as seqüências de tempo discreto correspondentes a cada uma das Tz abaixo:

(a) $X(z) = \frac{z^2 - 3z}{z^2 + \frac{3}{2}z - 1}$, $\frac{1}{2} < |z| < 2$

(b) $X(z) = \frac{12(11z^2 - 3z)}{12z^2 - 7z + 1}$, $|z| > \frac{1}{3}$

(c) $X(z) = \frac{z^3 + z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{1}{2}}{z^3 + \frac{3}{2}z^2 + \frac{1}{2}z}$, $0 < |z| < \frac{1}{2}$

(d) $X(z) = \sum_{k=5}^{10} \frac{z^{-k}}{k}$, $|z| > 0$

4. (†) Encontre a Tz inversa de cada uma das expressões a seguir:

(a) $X(z) = \ln \left(1 - \frac{1}{2}z^{-1} \right), \quad |z| < \frac{1}{2}$

(b) $X(z) = e^{1/z}$

Dica: Você pode resolver aplicando o teorema da derivada em $X(z)$. Alternativamente, você pode expandir $X(z)$ em série de potências.

5. (†) Um sistema LIT causal tem a seguinte função transferência:

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + z^{-2}}{\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1}\right)(1 - z^{-1})}.$$

(a) Encontre a resposta ao pulso unitário do sistema.

(b) Qual a saída do sistema quando a entrada é dada por $x(n) = e^{j\frac{\pi}{2}n}$?

6. (†) Uma sequência causal $g(n)$ tem Tz dada por

$$G(z) = (1 + 3z^{-2} + 2z^{-4}) \sin(z^{-1}).$$

Encontre $g(11)$. **Dica:** considere a expansão em série de Taylor de $\sin(z^{-1})$.

7. (†)

(a) Prove a propriedade de *superamostragem* da TFTD, ou seja, se $X(e^{j\omega})$ é a TFTD de $x(n)$, então a TFTD de

$$y(n) = \begin{cases} x\left(\frac{n}{L}\right), & \text{se } n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\text{é } Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega L}).$$

(b) Considere os sinais do item (a). Seja $X(z)$ com $\alpha < |z| < \beta$, a Tz de $x(n)$. Expresse $Y(z)$ em função de $X(z)$ e a região de convergência de $Y(z)$ em função da região de convergência de $X(z)$.