PTC3424: Processamento digital de sinais

Testinho 1 – 15/03/2017 – Prof.ª Maria D. Miranda

Nome: GABARITO. N.º USP: ______________

1. Considere a seguinte função de transferência

$$H(z) = \frac{2}{1-2z^{-1}} + \frac{-2}{1-0,5\,z^{-1}}$$

(a) Faça o diagrama de polos e zeros e especifique as possíveis regiões de convergência de $H(z)$.

(b) Determine a resposta ao pulso unitário $h(n)$ associada a cada uma das possíveis regiões de convergência de $H(z)$.

(c) O sistema definido como

$$G(z) = 1/H(z)$$

representa o inverso de $H(z)$. A Tz inversa de $G(z)$, denotada como $g(n)$ representa a resposta ao pulso unitário do sistema inverso.

▷ Determine $g(n)$.

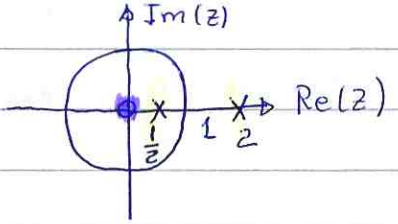
▷ O que você pode afirmar sobre a estabilidade BIBO e a causalidade do sistema inverso? Justifique sua resposta.

1) $H(z) = \dfrac{2}{1-2z^{-1}} - \dfrac{2}{1-0{,}5z^{-1}}$

a) $H(z) = \dfrac{2z}{z-2} - \dfrac{2z}{z-0{,}5} = \dfrac{2z^2 - z - 2z^2 + 4z}{(z-2)(z-0{,}5)} = \dfrac{3z}{(z-2)(z-0{,}5)}$

3,25

{ zero em $z=0$ e polos em $z=2$ e $z=0{,}5$.



A partir do diagrama de polos e zeros observamos 3 regiões de convergência

$|z| > 2$

$|z| < 1/2$

$1/2 < |z| < 2$

b) se considerarmos $|z| > 2$ teremos uma sequência causal porém <u>instável</u>.

3,25

$h(n) = 2 \cdot 2^n \cdot u(n) - 2 \cdot (0{,}5)^n \cdot u(n)$

Note que $H(z) = T_z\{h(n)\}$ $|z| > 2$

se considerarmos $|z| < 0{,}5$ teremos uma sequência não-causal e instável.

$h(n) = -2 \cdot 2^n \cdot u(-n-1) + 2 \cdot (0{,}5)^n \cdot u(-n-1)$

se consideramos $1/2 < |z| < 2$ teremos uma sequência bilateral (não-causal) e estável.

$$\boxed{h(n) = -2 \cdot 2^n \cdot u(-n-1) - 2(0{,}5)^n \cdot u(n)}$$

c) $G(z) = \frac{1}{H(z)} = \frac{(z-2)(z-0{,}5)}{3z} = \frac{z^2 - 2{,}5z + 1}{3z}$

3,5

$G(z) = \frac{1}{3} \cdot z - \frac{5}{6} + \frac{1}{3} \cdot z^{-1}$

$$\boxed{g(n) = \frac{1}{3} \cdot \delta(n+1) - \frac{5}{6} \cdot \delta(n) + \frac{1}{3} \cdot \delta(n-1)}$$

$g(n)$ é não causal $g(-1) = \frac{1}{3}$, ou seja $g(n) \neq 0$ para $n < 0$.

$g(n)$ é BIBO estável $\Rightarrow \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h(n)| < \infty$

$\frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} < \infty$.

Uma outra forma de observar a estabilidade BIBO é notar que

quando $z = \infty$ ou $z = 0$ $G(z) = \infty$

Assim a RC de $G(z)$ é todo plano z exceto $z = 0$ e $z = \infty$ e portanto a RC contém a circunferência unitária.