

PTC2324: Processamento Digital de Sinais I

Exercício computacional 3: Transformada z

MDM,FRMP-2014;ASP-2012

Considerações iniciais

O MatLab possui um `toolbox` específico para processamento de sinais. A seguir descreveremos algumas funções deste pacote que podem ser úteis para os exercícios com a Transformada z . Cabe lembrar que o comando `help` conta em detalhes os parâmetros de entrada e saída de cada função.

- `freqz`: Fornece o módulo e a fase da resposta em frequência de um sistema linear no tempo discreto especificado por uma função de transferência.
- `zplane`: Dada uma função de transferência, mostra de forma gráfica a posição dos seus pólos e zeros no plano z .
- `residuez`: Calcula a expansão em frações parciais de uma função de transferência (difere da função `residue`, por quê?).
- `roots`: Calcula as raízes de um polinômio.
- `grpdelay`: Fornece o atraso de grupo de um sistema linear no tempo discreto especificado por uma função de transferência.
- `impz`: Fornece apenas uma sequência lateral direita como inversa da Transformada z .
- Outras funções úteis `abs`, `angle`, `tf2zp`, `zp2tf`, `filter`, `conv`.

Exercício computacional

1. Para cada Transformada z

$$X_0(z) = \frac{z^2 - 3z + 2}{z^2 - 2z + 3/4}$$

$$X_1(z) = \frac{1,7z^2 + z + 0,7}{z^2 - 1,2z + 0,8}$$

$$X_2(z) = \frac{4z^4 - 8,68z^3 - 17,98z^2 + 26,74z - 8,04}{z^4 - 2z^3 + 10z^2 + 6z + 65}$$

- 1.a) Faça o diagrama de polos e zeros.
- 1.b) Determine as possíveis regiões de convergência.
- 1.c) Assumindo que $x(n)$ é absolutamente somável, descreva o tipo de sequência que a Transformada z inversa fornece, ou seja, determine se $x(n)$ é causal, puramente não causal ou bilateral.
- 1.d) Qual das funções fornece um sistema inverso estável e causal, ou seja, se $V(z) = 1/X(z)$, então, qual $v(n)$ é estável e causal?

DICA: Você pode usar tanto o comando `roots` como o comando `zplane` do MatLab.

2. Considere que dois filtros digitais são caracterizados pelas seguintes funções de transferência:

$$H_a(z) = z^{-2} - 1,2z^{-1} + 1$$

$$H_b(z) = \frac{z^2 - 1}{z^2 - 1,2z + 0,95}$$

Para responder a questão use o comando **freqz** do MATLAB.

- 2.a) Esboce os gráficos do módulo e da fase de cada filtro.
- 2.b) Supondo uma frequência de amostragem de 8 kHz determine as frequências cíclicas em que a resposta em frequência assume seus valores máximos e mínimos.
- 2.c) Justifique em cada caso se a fase é linear ou não-linear.
3. Encontre a Transformada z inversa

$$V_0(z) = \frac{2}{(z + 0,5)(z + 1)}, \quad 0,5 < |z| < 1$$

$$V_1(z) = z^2 + 3z + 5 + \frac{2}{z^2 + 5z + 4}, \quad 4 < |z| < +\infty$$

$$V_2(z) = \frac{z^4}{(z - 0,5)^2(z - 0,2)(z + 0,6)}, \quad 0,6 < |z|$$

DICA: A multiplicação de polinômios pode ser feita no MatLab com a função **conv**.

4. Considere a seguinte resposta em frequência obtida a partir da substituição ($z = e^{j\omega}$) em $H(z)$:

$$H(e^{j\omega}) = \frac{z^2}{(z - r_\theta e^{j\theta})(z - r_\theta e^{-j\theta})} = \frac{1}{1 - 2 r_\theta \cos \theta e^{-j\omega} + r_\theta^2 e^{-j2\omega}}$$

- 4.a) Use a rotina abaixo para observar o módulo e fase de $H(e^{j\omega})$ para $r_\theta = 0,98$ nos casos em que $\theta = 0$, $\theta = \pi/4$, $\theta = \pi/2$ e $\theta = \pi$. Relacione a posição dos polos com a forma das curvas do módulo e da fase.
- 4.b) Repita o procedimento do Item 10.a) para $r_\theta = 0,15$ nos casos em que $\theta = 0$, $\theta = \pi/4$, $\theta = \pi/2$ e $\theta = \pi$.
- 4.c) Compare e comente as respostas dos dois casos.
- 4.d) Considere que o sinal $x(n) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right)$ é aplicado à entrada do sistema. Com a função **filter**, esboce a saída do sistema para os casos descritos nos itens a) e b). Comente os seus resultados.

```

% Cálculo da TFTD
% k = número de pontos da TFTD
k = 2 ^ 10;
r=input('Entre com o valor ( $0 < r < 1$ ) de r = ');
theta=input('Entre com o valor (em radianos) de theta = ');
% Polinomio do denominador
den=[1 - 2 * r * cos(theta) r ^ 2];
% Polinômio do numerador
num=1;
% Frequencia angular - contínua
w = 0 : pi/k : pi;
% Cálculo da resposta em frequência
H = freqz(num,den,w);
% Gráficos
subplot(2,2,1); zplane(num,den);grid;
xlabel('real(omega)'); ylabel('imag(omega)')
subplot(2,2,2); plot(w/pi,abs(H)/max(abs(H)));grid;
axis([0 1 0 1]); title('Módulo do espectro')
xlabel('Frequência angular normalizada'); ylabel('Modulo normalizado')
subplot(2,2,4); plot(w/pi,angle(H));grid;
axis([0 1 -pi pi]); title('Fase do espectro')
xlabel('Frequência angular normalizada'); ylabel('Fase em radianos')

```