PTC3424 - Segunda prova - EPUSP, 24 de maio de 2017

Profa. Maria D. Miranda

A prova é sem consulta. Não é permitido o uso de calculadora, celular e nem consultar livro, apostila ou anotação própria. Qualquer tentativa de consulta zera integralmente a nota da prova.

Questão	1	2	3	**Total**
Peso	3,0	3,5	3,5	10
Nota				

Nome: ____

1. **Questão sobre relações entre TFTD, SFD e TFD**

Considere o sinal de tempo discreto

$$x(n) = \begin{cases} 12; & -2 \leq n \leq 2 \\ 0; & \texttt{d.v.n} \end{cases}$$

e a sua repetição periódica

$$\tilde{x}(n) = \sum_{\ell=-\infty}^{+\infty} x(n - 10\ell).$$

(a) Determine $X(e^{j\omega}) = \text{TFTD}\{x(n)\}$ e faça um esboço do módulo de $X(e^{j\omega})$ para $0 < \omega \leq 2\pi$.

(b) Determine $\tilde{X}_{10}(k) = \text{SFD } \{\tilde{x}(n)\}$ com $N = 10$ e faça um esboço do módulo de $\tilde{X}_{10}(k)$.

(c) Determine $X_{10}(k) = \text{TFD } \{x(n)\}$ com $N = 10$ pontos e faça um esboço de $X_{10}(k)$.

(d) Comente as relações entre as expressões de $X(e^{j\omega})$, $\tilde{X}_{10}(k)$ e $X_{10}(k)$.

DICA:

$$\sum_{\ell=-N_1}^{N_2} (e^{-j\omega})^{\ell} = \frac{\text{sen}\left(\omega\,(N_1 + N_2 + 1)/2\right)}{\text{sen}(\omega/2)}\; e^{j\omega(N_1 - N_2)/2}$$

2. **Questão sobre SFD**

(a) Considere a sequência de tempo discreto

$$\tilde{x}(n) = e^{j\,\frac{2\pi}{N}\,k_o\,n}, \qquad \text{para todo } n \in \mathbb{Z}$$

em que N é o seu período fundamental.

i. **Deduza** a expressão de $\tilde{X}_N(k) = \text{SFD}\ \{\tilde{x}(n)\}$ com N pontos.

ii. **Deduza** a expressão da $\tilde{X}_{2N}(k) = \text{SFD}\ \{\tilde{x}(n)\}$ com $2N$ pontos.

DICA: Note que em ambos os casos $\tilde{x}(n)$ mantém o período fundamental de N amostras.

(b) Considere a sequência de tempo discreto

$$\tilde{x}(n) = 2\,e^{j\,\frac{4\pi}{7}\,n} + 9\,e^{j\,\frac{6\pi}{7}\,n}, \qquad \text{para todo } n \in \mathbb{Z}$$

em que 7 é o período fundamental de $\tilde{x}(n)$.

i. Determine a SFD de $\tilde{x}(n)$ com 7 pontos.
Esboce $\tilde{X}_7(k)$ para $k = 0, 1, \ldots, 6$.

ii. Determine a SFD de $\tilde{x}(n)$ com 14 pontos.
Esboce $\tilde{X}_{14}(k)$ para $k = 0, 1, \ldots, 13$.

iii. Comente o dois gráficos obtidos, justificando adequadamente seus comentários.

(c) Seja um sinal periódico $\tilde{v}(n)$. A partir de 180 amostras consecutivas de $\tilde{v}(n)$ calcula-se $\tilde{V}_{180}(k) = \text{SFD}\ \{\tilde{v}(n)\}$ para 180 pontos. Nota-se que para $k = 0, 1, \ldots, 179$ as únicas amostras não nulas de $\tilde{V}_{180}(k)$ são para os índices $k = 10$, $k = 20$, $k = 180 - 10 = 170$ e $k = 180 - 20 = 160$ e, além disso, $\tilde{V}_{180}(k) = \tilde{V}_{180}(k + 180)$.

i. Qual o menor valor inteiro N para o qual $\tilde{v}(n) = \tilde{v}(n + N)$, ou seja, qual o período fundamental de $\tilde{v}(n)$? Justifique adequadamente sua reposta.

ii. Considerando período fundamental N determinado no item anterior, determine quais os índices dos coeficientes $\tilde{V}_N(k) = \text{SFD}\ \{\tilde{v}(n)\}$ com N pontos que são não nulos. Apresente também os valores desses coeficientes em função de $\tilde{V}_{180}(k)$. Justifique.

3. **Questão sobre TFD**

Considere que o sinal

$$s(n) = 4\delta(n) - 2\delta(n-1) + 4\delta(n-2)$$

é aplicado a um sistema LIT com resposta ao pulso unitário

$$h(n) = \delta(n) - \delta(n-2)$$

Para resolver essa questão é conveniente usar a seguinte notação

$$W_N^{k\,n} = e^{-j\frac{2\pi}{N}k\,n}$$

Além disso, as seguintes relações podem ser úteis:

$$W_N^N = W_N^0 = 1; \qquad W_N^{a+b} = W_N^a\, W_N^b; \qquad \text{para } a \text{ e } b \in \mathbb{Z}$$

(a) Calcule $H_4(k) = \text{TFD}\ \{h(n)\}$ com $N = 4$ pontos.

(b) Seja $G_4(k) = e^{j\frac{2\pi}{4}3k} H_4(k) - e^{-j\frac{2\pi}{4}3k} H_4(k)$. Determine $g(n)$ a partir da TFD inversa de $G_4(k)$.

(c) Calcule $S_4(k) = \text{TFD}\ \{s(n)\}$ com $N = 4$ pontos.

(d) Calcule $Y_4(k) = S_4(k)\ H_4(k)$. Em seguida determine $y(n)$ a partir da TFD inversa de $Y_4(k)$.

(e) Calcule a convolução circular de $s(n)$ e $h(n)$ diretamente no domínio do tempo, ou seja, sem efetuar TFD alguma, com $N = 4$.

(f) Calcule a convolução circular de $s(n)$ e $h(n)$ diretamente no domínio do tempo, ou seja, sem efetuar TFD alguma, mas escolha o menor valor de N para o resultado da convolução circular ser igual ao da convolução linear.