

Lista de Exercícios 2

1. Prove que $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$. (Dica: use o operador \subset para estabelecer relação entre conjuntos).
2. Prove que $A \cap B = B \cap A$.
3. Determine x_5 na sequência definida por $x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$, $x_0 = x_1 = 1$.
R: $x_5 = 41$
4. Quantas são as sequências de n termos, todos pertencentes a $\{0,1\}$, que possuem um número ímpar de termos iguais a zero? R: $x_n = 2^{n-1}$
5. Resolva as recorrências:
 - a) $x_{n+1} = (n+1)x_n + n$, $x_1 = 1$ R: $x_n = n! y_n = 2n! - 1$
 - b) $x_{n+1} - nx_n = (n+1)!$, $x_1 = 1$ R: $x_n = \frac{(n+1)!}{2}$
 - c) $x_{n+2} + 5x_{n+1} + 6x_n = 0$ R: $x_n = C_1 \cdot (-2)^n + C_2 \cdot (-3)^n$
 - d) $x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = n$ R: $x_n = \frac{1}{2}n + \frac{3}{4} + C_1 \cdot 2^n + C_2 \cdot 3^n$
 - e) $x_{n+2} - 5x_{n+1} + 6x_n = 1 + 3 \cdot 4^n$ R: $x_n = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cdot 4^n + C_1 \cdot 2^n + C_2 \cdot 3^n$
 - f) $x_{n+2} + 5x_{n+1} + 6x_n = 0$, $x_0 = 3$, $x_1 = -6$ R: $x_n = 3 \cdot (-2)^n$
6. Determine o número de modos de cobrir um tabuleiro $2 \times n$ com dominós 2×1 iguais.
R: $x_{n+2} = x_n + x_{n+1}$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.