UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

CAMPUS CHAPECÓ

Lista de Exercício 4

CCR - Matemática C – turma extra

Docente: Tainara Volan

Nome: ____ Data: ________________

1. Seja f a função cujo domínio é todos os números reais definidas pela fórmula $f(x) = 3x^3 - 4x^2 - 3x + 7$. Encontre f(2) e f(-2).

   f(2) = $3(2)^3 - 4(2)^2 - 3.\ 2 + 7 = 9$
   f(7) = $3.\ (-2)^3 - 4.\ (-2)^2 - 3.(-2) + 7 = -27$

2. Se x representa a temperatura de um objeto em graus Celsius, então a temperatura em graus Fahrenheit é uma função de x, dada por $\frac{9}{5}x + 32$.
   a) A água congela a 0ºC e ferve a 100ºC. Quais são as temperaturas correspondentes em graus Fahrenheit?
   b) O alumínio se liquefaz a 660ºC. Qual é seu ponto de liquefação em graus Fahrenheit?
   a) $f(0) = \frac{9}{5}(0) + 32 = 32$. A água congela a 32ºF.
   $f(100) = \frac{9}{5}(100) + 32 = 212$. A água ferve a 212ºF.
   b) $f(660) = \frac{9}{5}(660) + 32 = 1220$. O alumínio se liquefaz a 1220ºF.

3. Uma firma de corretagem mobiliaria cobra uma comissão de 6% nas compras de ouro entre \$50 e \$300. Para compras acima de \$300, a firma cobra 2% do total da compra mais \$12. Sejam x o valor do ouro comprado (em dólares) e f(x) a comissão cobrada como uma função de x.
   a) Descreva f(x)
   b) Encontre f(100) e f(500)

(a) A fórmula para $f(x)$ varia de acordo com $50 \le x \le 300$ ou $300 < x$. Quando $50 \le x \le 300$, a comissão é de $0{,}06x$ dólares. Quando $300 < x$, a comissão é de $0{,}02x + 12$. O domínio consiste nos valores de x em um dos dois intervalos $[50, 300]$ e $(300, \infty)$. Em cada um desses intervalos, a função é definida por uma fórmula distinta.

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}06x & \text{se } 50 \le x \le 300 \\ 0{,}02x + 12 & \text{se } 300 < x\,. \end{cases}$$

Observe que uma descrição alternativa do domínio é o intervalo $[50, \infty)$. Isto é, o valor de x pode ser qualquer número real maior do que ou igual a 50.

(b) Como $x = 100$ satisfaz $50 \le x \le 300$, devemos utilizar a primeira fórmula para $f(x)$, ou seja, $f(100) = 0{,}6(100) = 6$. Como $x = 500$ satisfaz $300 < x$, devemos utilizar a segunda fórmula para $f(x)$, ou seja, $f(500) = 0{,}02(500) + 12 = 22$.

4. Se $f(x) = \frac{(4-x)}{(x^2+3)}$ quanto é f(a)? E f(a+1)?

Aqui, a representa um número qualquer. Para encontrar $f(a)$, substituímos x por a sempre que x aparecer na fórmula que define $f(x)$.

$$f(a) = \frac{4-a}{a^2+3}.$$

Para calcular $f(a+1)$, substituímos x por $a+1$ em cada ocorrência de x na fórmula de $f(x)$.

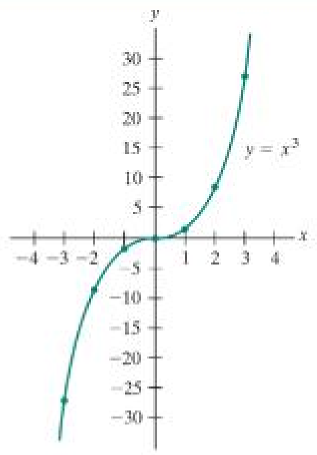
$$f(a+1) = \frac{4-(a+1)}{(a+1)^2+3}.$$

A expressão para $f(a+1)$ pode ser simplificada, observando que $(a+1)^2 = (a+1)(a+1) = a^2+2a+1$, como segue.

$$f(a+1) = \frac{4-(a+1)}{(a+1)^2+3} = \frac{4-a-1}{a^2+2a+1+3} = \frac{3-a}{a^2+2a+4}.$$

5. Esboce o gráfico da função f(x) = x³. Considere os valores para x de: 0; 1; 2; 3; -1; -2;-3.

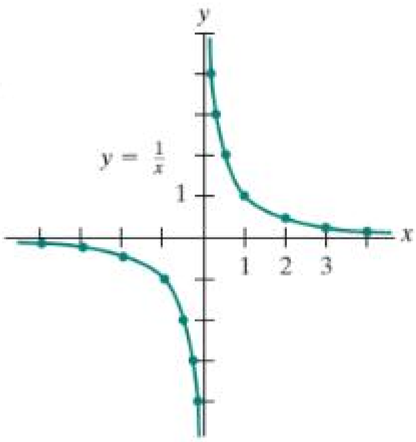
x	$f(x) = x^3$
0	0
1	1
2	8
3	27
−1	−1
−2	−8
−3	−27



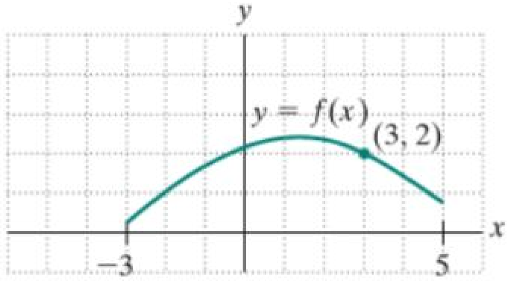
6. Esboce o gráfico da função f(x) = 1/x. Considere os valores para x de: 0,25; 0,5; 1; 2; 3; 4.

x	$f(x) = \frac{1}{x}$
$\frac{1}{4}$	4
$\frac{1}{2}$	2
1	1
2	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{3}$
4	$\frac{1}{4}$

x	$f(x) = \frac{1}{x}$
$-\frac{1}{4}$	−4
$-\frac{1}{2}$	−2
−1	−1
−2	$-\frac{1}{2}$
−3	$-\frac{1}{3}$
−4	$-\frac{1}{4}$



7. Suponha que f seja a função cujo gráfico está dado abaixo:



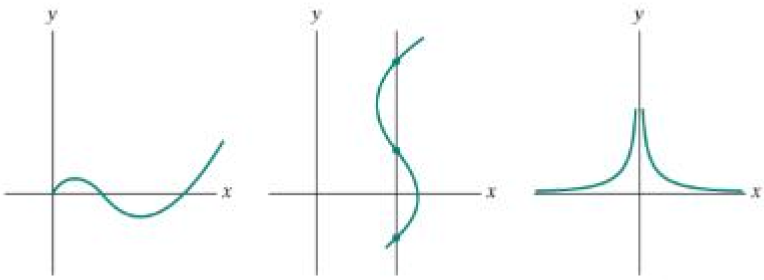
a) Qual é o valor da função quando x = 3?
b) Encontre f(-2).
c) Qual é o domínio de f?

(a) Como (3, 2) está no gráfico de f, a coordenada $y = 2$ deve ser o valor de f na coordenada $x = 3$. Ou seja, $f(3) = 2$.

(b) Para encontrar $f(-2)$, olhamos para a coordenada y do ponto no gráfico em que $x = -2$. Da Figura 6, vemos que $(-2, 1)$ está no gráfico de f. Assim, $f(-2) = 1$.

(c) Todos os pontos do gráfico de $f(x)$ têm coordenada x entre -3 e 5, inclusive, e existe um ponto $(x, f(x))$ no gráfico para cada valor de x entre -3 e 5. Dessa forma, o domínio consiste nos x tais que $-3 \leq x \leq 5$. ■

8. Quais das curvas são gráficos de funções? Justifique cada resposta.



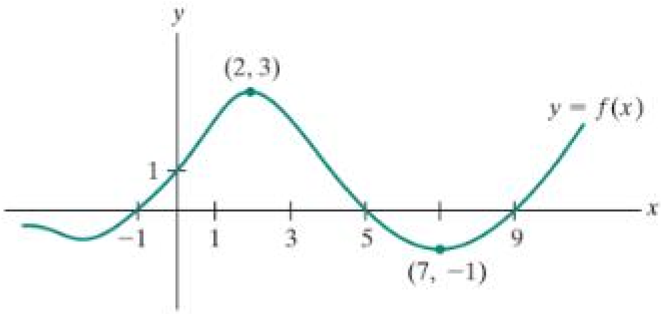
(a) (b) (c)

A curva em (a) é gráfico de uma função. Vê-se que as retas verticais à esquerda do eixo y sequer tocam a curva. Isso significa, simplesmente, que a função representada em (a) só está definida em $x \geq 0$. A curva em (b) *não* é gráfico de uma função, porque algumas retas verticais cortam a curva em três lugares. A curva em (c) é o gráfico de uma função cujo domínio consiste em todos x não nulos. [Não existe ponto algum da curva em (c) cuja coordenada x seja 0.] ■

9. De acordo com o gráfico, responda:

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL

CAMPUS CHAPECÓ



a) Encontre f(0)? 1
b) Encontre f(7)? -1
c) Encontre f(2)? 3
d) Encontre f(-1)? 0
e) f(4) é positivo ou negativo? positivo
f) f(6) é positivo ou negativo? negativo
g) Para quais valores de x vale f(x) = 0? -1, 5, 9

10. Calcule f(1), f(2) e f(3).

a) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, com\ 0 \leq x < 2 \\ 1 + x, com\ 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 1/x, com\ 1 \leq x \leq 2 \\ x^2, com\ 2 < x \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} \pi x^2, com\ x < 2 \\ 1 + x, com\ 2 \leq x \leq 2{,}5 \\ 4x, com\ 2{,}5 < x \end{cases}$

f(1), f(2), f(3)

a) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & com\ 0 \leq x < 2 \\ 1+x, & com\ 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$

$\sqrt{x} = \sqrt{1} = 1$
$1+x = 1+1 = 2$
$1+2 = 3$
$1+3 = 4$

b) $f(x) = \begin{cases} 1/x & com\ 1 \leq x \leq 2 \\ x^2, & com\ 2 < x \end{cases}$

$1/x = 1/1 = 1,$ $\quad x^2 = 1^2 = 1$
$1/x = 1/2,$

c) $f(x) = \begin{cases} \pi x^2, & com\ x < 2 \\ 1+x, & com\ 2 \leq x \leq 2{,}5 \\ 4x, & com\ 2{,}5 < x \end{cases}$

$\pi x^2 = \pi(1)^2 = \pi = 3{,}14,$
$1+x = 1+1 = 2,$
$1+x = 1+2 = 3,$
$4x = 4 \cdot 3 = 12,$

11. Determine os pontos de corte dos eixos do gráfico da função linear f(x) = 2x+5.

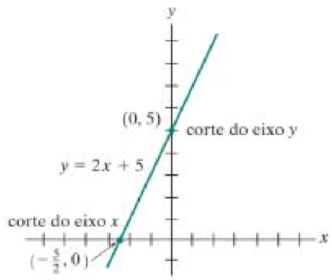
Como o ponto de corte do eixo y está no eixo y, sua coordenada x é 0. O ponto da reta com coordenada x nula tem coordenada y

$$f(0) = 2(0) + 5 = 5.$$

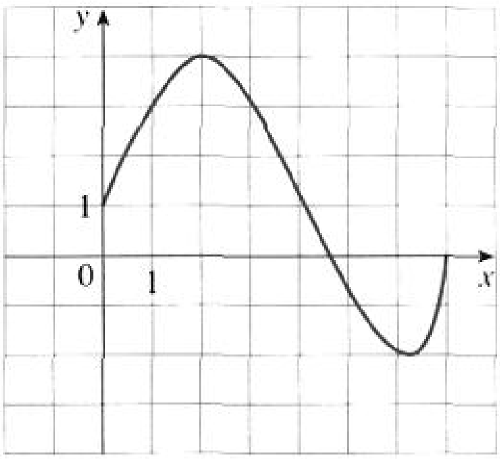
Logo, $(0, 5)$ é o ponto de corte do eixo y do gráfico. Como o ponto de corte do eixo x está no eixo x, sua coordenada y é 0. Como a coordenada y é dada por $f(x)$, devemos ter

$$\begin{aligned} 2x + 5 &= 0 \\ 2x &= -5 \\ x &= -\tfrac{5}{2}. \end{aligned}$$

Assim, $(-\frac{5}{2}, 0)$ é o ponto de corte do eixo y. (Ver Figura 5.)



12. A partir do gráfico abaixo, determine:

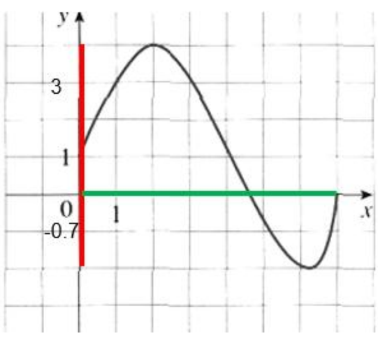


a) f(1) e f(5) f(1) = 3 e f(5) = um pouco menos que -1, cerca de -0,7.
b) Determine a imagem e o domínio.

a) Os valores de f(1) e f(5).

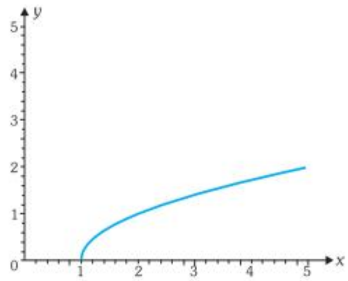
$$Dom(f) = [0, 7]$$

$$\mathrm{Im}(f) = [-2,\ 4]$$



13. Represente graficamente a função: $f(x) = \sqrt{x-1}, sendo\ x \geq 1.$

x	1	2	5	10	·	·	·
$y = f(x) = \sqrt{x-1}$	0	1	2	3	·	·	·



14. Represente graficamente a função: $f(x) = \begin{cases} 2, se\ x \leq 0 \\ x, se\ x > 0 \end{cases}$

Resolução. Temos para $x \leq 0$, $y = f(x) = 2$ e para $x >$ $y = f(x) = x$, construímos o seguinte quadro.

x	·	·	·	−2	−1	0	1	2	·	·	·
y	·	·	·	2	2	2	1	2	·	·	·

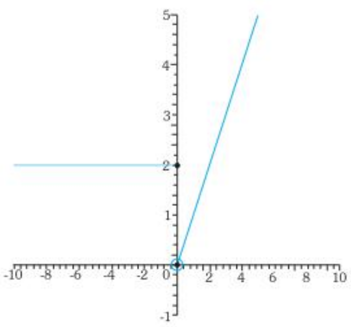


Figura 9

15. Dada a função modular f(x) = |2 – x| – 2, escreva a função sem utilizar módulo nas sentenças.

Pela definição de função modular, temos que **f(x) = |x|** equivale a $\mathbf{f(x)} = \begin{cases} \mathbf{x,\ x \geq 0} \\ \mathbf{-x,\ x < 0} \end{cases}$. A função dada no enunciado apresenta o módulo **|2 – x|**, com o qual faremos:

$$2 - x = 0$$
$$-x = -2$$
$$x = 2$$

Agora vamos analisar a função:

$x \geq 2$	$x < 2$
$2 - x \geq 0$	$2 - x < 0$
$f(x) = \lvert 2 - x \rvert - 2$	$f(x) = \lvert 2 - x \rvert - 2$
$f(x) = 2 - x - 2$	$f(x) = -(2 - x) - 2$
$f(x) = -x$	$f(x) = -2 + x - 2$
	$f(x) = x - 4$

Podemos representar essa função sem o utilizar o módulo da seguinte forma:

$$\mathbf{f(x)} = \begin{cases} \mathbf{-x\ \ ,\ x \leq 2} \\ \mathbf{x - 4,\ x > 2} \end{cases}$$

16. (Puc – MG) O gráfico da função f(x) = |x| + 2 é constituído por:

a) duas semirretas de mesma origem

b) duas retas concorrentes

c) duas retas paralelas

d) uma única reta que passa pelo ponto (0,2)

Para responder à questão, vamos verificar como é o gráfico da função modular **f(x) = |x| + 2**:

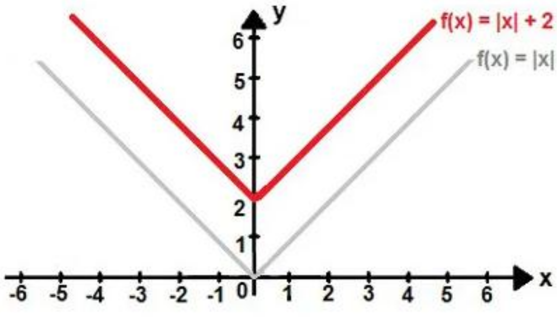


Gráfico da função modular f(x) = |x| + 2

Na figura acima, podemos observar duas funções. Na cor cinza, temos o gráfico da função modular **f(x) = |x|**, mas como estamos trabalhando com a função **f(x) = |x| + 2**, basta "elevá-la" duas unidades para conseguir o gráfico procurado, que está na cor **vermelha**. Observe que esse gráfico é constituído por duas semirretas com origem no ponto **(0,2)**. Portanto, a alternativa correta é a letra **a**.

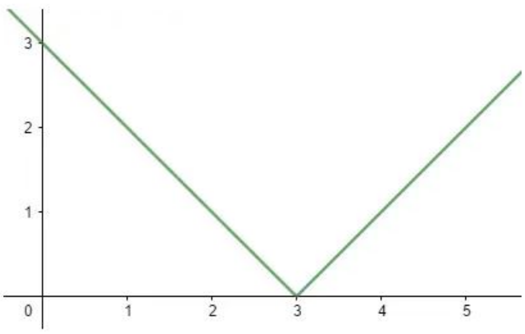
17. Esboce o gráfico das funções modulares:

a) $f(x) = |x - 3|$

b) $f(x) = \frac{2x}{|x|}$

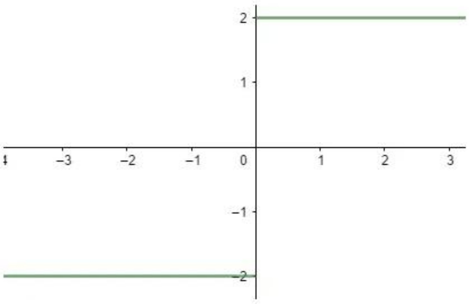
c) $f(x) = \frac{x-1}{|x+1|}$

O gráfico para a função f(x) = |x – 3| é:



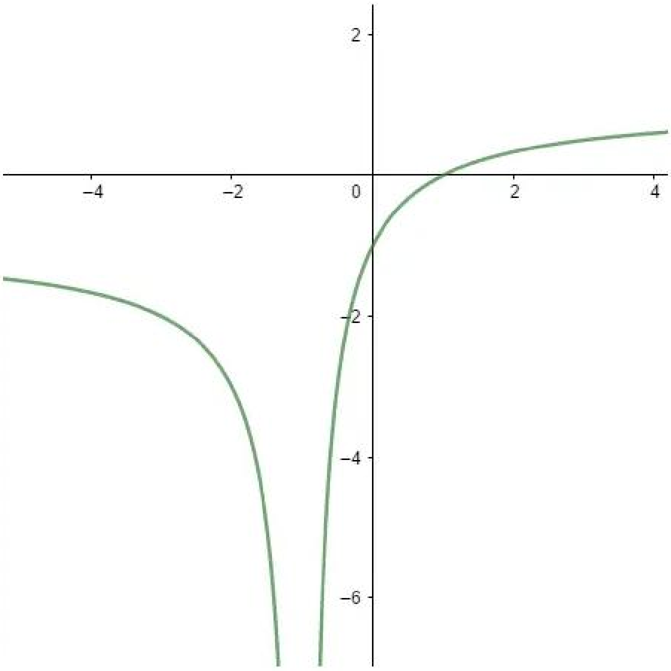
$$f(x) = \frac{2x}{|x|}$$

é:



$$f(x) = \frac{x-1}{|x+1|}$$

é:



18. Seja a função f(x) = |5 – x| + 5, escreva a função sem usar o módulo.

Veja que no módulo nós temos:

5 – x = 0

Resolvendo chegamos a:

x = 5

Se x assumir um valor maior ou igual a 5, no módulo terá um valor positivo, então:

x ≥ 5

|5 – x| ≥ 0

f(x) = |5 – x| + 5

f(x) = 5 – x + 5

UNIVERSIDADE FEDERAL DA FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

f(x) = 10 – x

Para x < 5, o módulo terá um valor negativo dentro dele, assim:
x < 5
|5 – x| < 0

f(x) = |5 – x| + 5
f(x) = -(5 – x) + 5
f(x) = -5 + x + 5
f(x) = x
Portanto, podemos representar a função f(x) = |5 – x| + 5 sem usar o módulo da seguinte forma:

$$f(x) = \begin{cases} 10 - x; \text{ se } x \geq 5 \\ x; \text{ se } x < 5 \end{cases}$$