

Metodo del trapecio

Demostracion de la Integral

Luis Pablo

3 de junio de 2021

Recuerde que una línea recta se puede representar como

$$f_1(x) = f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$$

Se puede expresar como:

$$f_1(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}x + f(a) - \frac{af(b) - af(a)}{b - a}$$

Agrupando los últimos dos términos:

$$f_1(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}x + \frac{bf(a) - af(a) - af(b) + af(a)}{b - a}$$

o

$$f_1(x) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}x + \frac{bf(a) - af(b)}{b - a}$$

la cual puede integrarse entre $x = a$ y $x = b$ para obtener:

$$I = \left[\frac{f(b) - f(a)}{b - a} \frac{x^2}{2} + \frac{bf(a) - af(b)}{b - a} x \right]_b^a$$

Este resultado se evalúa para dar:

$$I = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \frac{(b^2 - a^2)}{2} + \frac{bf(a) - af(b)}{b - a} (b - a)$$

Ahora, como $b^2 - a^2 = (b - a)(b + a)$

$$I = [f(b) - f(a)]\frac{b+a}{2} + bf(a) - af(b)$$

Multiplicando y agrupando términos se tiene:

$$I = (b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$$

que es la fórmula para la regla del trapecio.