

Analisis de circuitos electricos

Luis Pablo González Gálvez

10 de julio de 2021

Índice de figuras

1. Circuitos Electricos

1.1. Circuitos RC

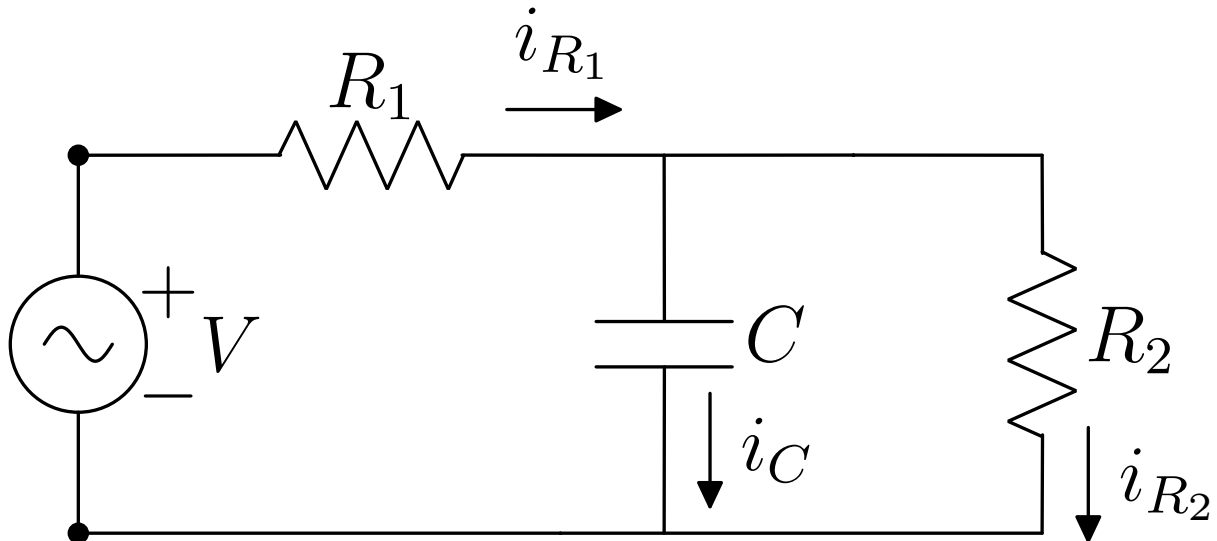


Figura 1: RCSimple

Se tiene los siguientes valores de los componentes:

$$V_d = 5v \text{ ó } V_a = 5\sin(2\pi 60t)$$

$$R_1 = 100\Omega, R_2 = 10\Omega, C = 20\mu f$$

Se utiliza la ley de Kirchhorff de la corrientes.

$$\Sigma I_e = \Sigma I_s$$

$$\Rightarrow I_{R_1} = I_C + I_{R_2}$$

Donde:

$$I_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1}, I_C = C \frac{dV_c}{dt}, I_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2}$$

Poner todo en funcion de V_c

Usando la ley de los Voltajes de Kirchhoff

$$-V + V_{R_1} + V_C = 0$$

$$V_{R_1} = V - V_c$$

$$V_{R_2} = V_c \text{ Por lo tanto:}$$

$$I_{R_1} = \frac{V - V_C}{R_1}, I_C = C \frac{dV_c}{dt}, I_{R_2} = \frac{V_C}{R_2}$$

Sustituimos en la ecuacion de la ley de las corrientes:

$$\frac{V - V_C}{R_1} = C \frac{dV_c}{dt} + \frac{V_C}{R_2}$$

Se procede a quitar la C de la derivada:

$$\frac{1}{C} \left(\frac{V - V_C}{R_1} = \frac{dV_c}{dt} + \frac{V_C}{R_2} \right)$$

Procedemos a colocar bien la ecuacion diferencial:

$$\frac{dV_c}{dt} + \frac{V_C}{CR_2} - \frac{V}{CR_1} + \frac{V_C}{CR_1} = 0$$

$$\frac{dV_c}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{CR_2R_1} V_c = \frac{V}{CR_1}$$

Se procede a resolver la ecuacion diferencial: Primero se resuelve de forma Homogenia.

$$\frac{dV_c}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{CR_2R_1} V_c = 0$$

Se considera $K = \frac{R_1 + R_2}{CR_2R_1}$

Se utiliza el metodo de variables separables:

$$\frac{dV_c}{dt} = -KV_c$$

$$\int \frac{dV_c}{KV_c} = \int_0^t -1dt$$

$$\frac{1}{K} \ln(V_C) + \ln(A) = -t$$

$$\frac{1}{K} \ln(V_C * A) = -t$$

$$\ln(V_C * A) = -tK$$

$$V_C * A = e^{-tK}$$

La respuesta es:

$$V_C = Ae^{-tK}$$

Para la respuesta particular de la ecuacion diferencial:

$$V_C = b$$

$$Kb = \frac{V_C}{CR_1}$$

$$b = \frac{V_C}{CR_1K} = \frac{V_C R_2}{R_1 + R_2}$$

La ecuacion completa es:

$$V_C = Ae^{-tK} + \frac{V_C R_2}{R_1 + R_2}$$

Para el Voltaje en corriente alterna el Voltaje es:

$$V_a = 5\sin(2\pi 60t)$$

Como ya se tiene la solución Homogénea se busca la solución particular $V_C = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$

$$\frac{dV_c}{dt} = A\omega\cos(\omega t) - B\omega\sin(\omega t)$$

Se sustituye en la ecuación (1)

$$\frac{dV_c}{dt} + KV_C = 5\sin(\omega t)$$

$$A\omega\cos(\omega t) - B\omega\sin(\omega t) + AK\sin(\omega t) + BK\cos(\omega t) = 5\sin(\omega t)$$

Ahora se separan por los que tienen las mismas funciones trigonométricas

$$-B\omega\sin(\omega t) + AK\sin(\omega t) = 5\sin(\omega t)$$

$$A\omega\cos(\omega t) + BK\cos(\omega t) = 0$$

Se factorizan las funciones y queda esto:

$$-B\omega + AK = 5$$

$$BK + A\omega = 0$$

Se quitan las K y ω de las B para poder resolverlo por sumas de sistemas de ecuaciones

$$-B + A\frac{K}{\omega} = \frac{5}{\omega}$$

$$B + A\frac{\omega}{K} = 0$$

$$A\left(\frac{K}{\omega} + \frac{\omega}{K}\right) = \frac{5}{\omega}$$

$$A\left(\frac{K^2 + \omega^2}{\omega K}\right) = \frac{5}{\omega}$$

$$A = \frac{5K}{K^2 + \omega^2}$$

Sustituimos A en una de las ecuaciones anteriores.

$$B = -A \frac{\omega}{K}$$

$$B = -\frac{5K\omega}{K(K^2 + \omega^2)}$$

$$B = -\frac{5\omega}{K^2 + \omega^2}$$

Por lo que la ecuacion para un voltaje alterno es:

$$V_c = Ae^{-tK} + \frac{5K}{K^2 + \omega^2} \sin(\omega t) - \frac{5\omega}{K^2 + \omega^2} \cos(\omega t)$$

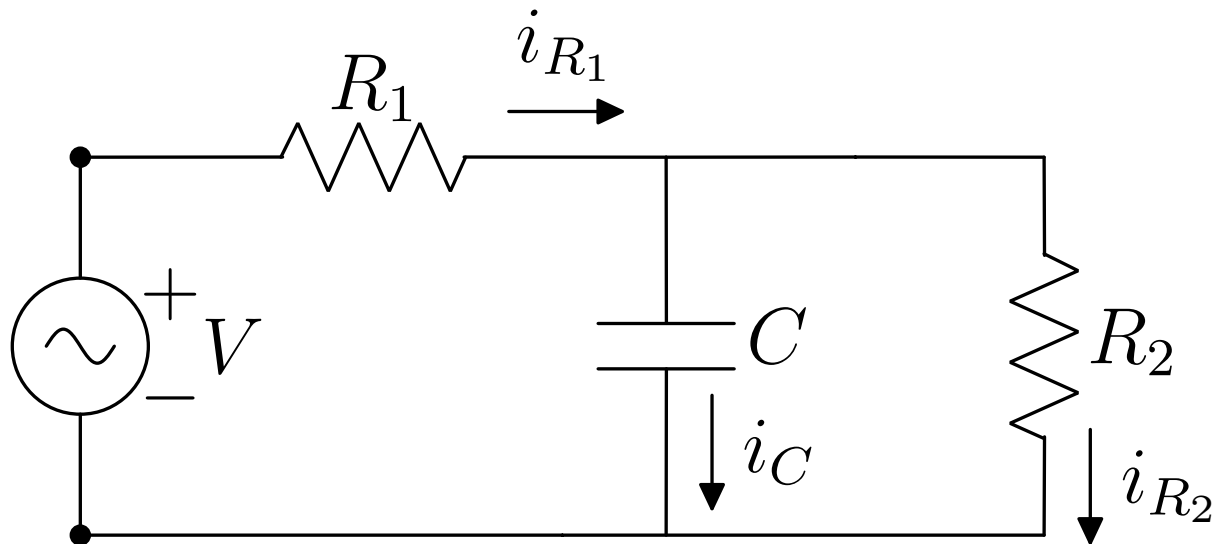


Figura 2: RCSimple