Circuritos

Luis Pablo

15 de marzo de 2021

Analisis del Circuito RC:

$$V(t) = \frac{A\sin(wt)}{R_1}$$
$$V_{C_1} = \frac{q(t)}{C_1}$$
$$V_{R_1} = IR_1 = \frac{dq(t)}{dt}R_1$$
$$V_{R_1} = IR_1 = \frac{dq(t)}{dt}R_1$$

Comienza la solucion de la ecuacion diferecial para encontrar q(t)

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{R_1C_1} = \frac{Asin(wt)}{R_1}$$

Esto es para encontrar la ecuacion homogenea=0

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{R_1C_1} = 0$$
$$\frac{dq(t)}{dt} = -\frac{q(t)}{R_1C_1}$$
$$\int \frac{1}{q(t)}dq(t) = \int_0^t \frac{1}{R_1C_1}dt$$
$$\ln(q(t)c) = -\frac{t}{R_1C_1}$$

Esto se eleva a euler e

$$q_h(t) = \frac{e^{\frac{-t}{R_1C_1}}}{c}$$

Esto es para encontrar la ecuacion particular

$$q_p(t) = m\sin(wt) + k\cos(wt)$$

$$q_p(t)' = wm\cos(wt) - wk\,\mathrm{sen}(wt)$$

Sustituimos en la ecuacion principal

$$wm\cos(wt) - wk\,\mathrm{sen}(wt) + \frac{m\sin(wt) + k\cos(wt)}{R_1C_1} = \frac{A\sin(wt)}{R_1}$$
$$wm\cos(wt) + \frac{k\cos(wt)}{R_1C_1} = 0$$
$$-wk\,\mathrm{sen}(wt) + \frac{m\sin(wt)}{R_1C_1} = \frac{A\sin(wt)}{R_1}$$

Ahora se despejamos k con respecto de m

$$wm\cos(wt) + \frac{k\cos(wt)}{R_1C_1} = 0$$
$$\frac{k}{R_1C_1} = -wm$$
$$k = -wmR_1C_1$$

Ahora se despejamos k y usamos el valor de m que acabamos de descubrir

$$-wk\,\mathrm{sen}(wt) + \frac{m\sin(wt)}{R_1C_1} = \frac{A\sin(wt)}{R_1}$$
$$\frac{m}{R_1C_1} - kw = \frac{A}{R_1}$$

Sustituimos la k por lo que encontramos con anterioridad

$$\frac{m}{R_1C_1} + mw^2R_1C_1 = \frac{A}{R_1}$$
$$m(\frac{1}{R_1C_1} + w^2R_1C_1) = \frac{A}{R_1}$$
$$m = \frac{A}{(\frac{1 + w^2R_1^2C_1^2}{R_1C_1})R_1}$$

$$m = \frac{AC_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2}$$

Ahora sustituimos m en la formula de k

$$k = -\frac{AwC_1^2 R_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2}$$

Escribimos ahora la formula particular de q(t)

$$q_p(t) = \frac{AC_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} \sin(wt) - \frac{AwC_1^2 R_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} \cos(wt)$$

Escribimos ahora la formula Equivalente de q(t)

$$q_t(t) = ae^{\frac{-t}{R_1 C_1}} + \frac{AC_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} \sin(wt) - \frac{AwC_1^2 R_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} \cos(wt)$$

Ahora encontraremos el valor de a

Si t=0, entocnes q(0)=0

$$0 = a - \frac{AwC_1^2 R_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2}$$

$$a = \frac{AwC_1^2 R_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2}$$

Por lo que la solución nos queda

$$q(t) = \frac{AwC_1^2 R_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} e^{\frac{-t}{R_1 C_1}} + \frac{AC_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} \sin(wt) - \frac{AwC_1^2 R_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} \cos(wt)$$

Factorizamos:

$$q(t) = \frac{AC_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} (wR_1 C_1 e^{\frac{-t}{R_1 C_1}} + \sin(wt) - wR_1 C_1 \cos(wt))$$

Derivado:

$$q(t)' = \frac{AC_1}{1 + w^2 R_1^2 C_1^2} (-we^{\frac{-t}{R_1 C_1}} + x \cos(wt) + w^2 R_1 C_1 \sin(wt))$$

Sustituimos los valores de $q(t)$ y $q(t)'$ en la formalas de V_{C_1} y V_{R_1}

$$V_{C_1} = \frac{q(t)}{C_1}$$

$$V_{R_1} = IR_1 = \frac{dq(t)}{dt}R_1$$

Quedan así:

$$V_{C_1} = \frac{AC_1^2}{1+w^2R_1^2C_1^2}(wR_1C_1e^{\frac{-t}{R_1C_1}} + \sin(wt) - wR_1C_1\cos(wt))$$

$$V_{R_1} = \frac{AC_1R_1}{1+w^2R_1^2C_1^2}(-we^{\frac{-t}{R_1C_1}} + x\cos(wt) + w^2R_1C_1\sin(wt))$$