Писмени испит из Анализе 3 за И смер **ЈУН 1 2021**

1. (15 поена) Функција f дефинисана је са

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 - \frac{x^2+y^2}{2} \ln \sqrt{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ A, & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

(а) Одредити $A \in \mathbb{R}$ тако да функција f буде непрекидна на $\mathbb{R}^2$.
(б) Одредити парцијалне изводе функције f на $\mathbb{R}^2$.
(в) Испитати диференцијабилност функције f на $\mathbb{R}^2$.
(г) Одредити једначину тангентне равни на график функције f у тачки $(1, 0, f(1, 0))$.

2. (15 поена) Решити диференцијалну једначину $xy' + y = y^3 \ln x, \ x > 0$.

3. (15 поена) Нека је $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 \leq z, \ x \geq 0, \ y \geq 0\}$. Израчунати $\iiint_T \frac{z^2}{x^2+y^2+z^2} e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \, dx\, dy\, dz$

4. (15 поена) Дато је векторско поље $F(x,y) = (2xye^{x^2y}, x^2e^{x^2y})$.
(а) Показати да $\int_{(1,0)}^{(2,2)} F \cdot dr$ не зависи од избора путање.
(б) Да ли је векторско поље F градијентно? Ако је одговор потврдан, наћи неку функцију чији је градијент једнак веткроском пољу F.
(в) Израчунати $\int_{(1,0)}^{(2,2)} F \cdot dr$.

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)

Писмени испит из Анализе 3 за И смер **ЈУН 1 2021**

1. (15 поена) Функција f дефинисана је са

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 - \frac{x^2+y^2}{2} \ln \sqrt{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ A, & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

(а) Одредити $A \in \mathbb{R}$ тако да функција f буде непрекидна на $\mathbb{R}^2$.
(б) Одредити парцијалне изводе функције f на $\mathbb{R}^2$.
(в) Испитати диференцијабилност функције f на $\mathbb{R}^2$.
(г) Одредити једначину тангентне равни на график функције f у тачки $(1, 0, f(1, 0))$.

2. (15 поена) Решити диференцијалну једначину $xy' + y = y^3 \ln x, \ x > 0$.

3. (15 поена) Нека је $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 \leq z, \ x \geq 0, \ y \geq 0\}$. Израчунати $\iiint_T \frac{z^2}{x^2+y^2+z^2} e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \, dx\, dy\, dz$

4. (15 поена) Дато је векторско поље $F(x,y) = (2xye^{x^2y}, x^2e^{x^2y})$.
(а) Показати да $\int_{(1,0)}^{(2,2)} F \cdot dr$ не зависи од избора путање.
(б) Да ли је векторско поље F градијентно? Ако је одговор потврдан, наћи неку функцију чији је градијент једнак веткроском пољу F.
(в) Израчунати $\int_{(1,0)}^{(2,2)} F \cdot dr$.

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)