Писмени испит из Анализе 3 за И смер **СЕПТ 1 2021**

1. (15 поена) Функција f дефинисана је са

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^4+2y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

(а) Испитати непрекидност функције f на $\mathbb{R}^2$.
(б) Одредити парцијалне изводе функције f на $\mathbb{R}^2$.
(в) Испитати диференцијабилност функције f на $\mathbb{R}^2$.
(г) Доказати $(x^4+2y^2)(x\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + \frac{3y}{2}\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)) = 2y^2 f(x,y)$.

2. (15 поена) Дато је векторско поље $F(x,y,z) = (xz+2zy, y+\sin z, e^{\operatorname{arctg}(xy)} - z)$.
Израчунати $\iint\limits_S F\cdot dS$ где је S унутрашња страна површи која је граница тела $T = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 \leq 1, z+y-1\geq 0\}$.

3. (15 поена) Дата је диференцијална једначина $y' = \dfrac{2x+y}{2x}, x>0$.
(а) Одредити опште решење диференцијалне једначине.
(б) Одредити партикуларно решење које задовољава услов $y(1)=1$.

4. (15 поена) Нека је $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ задата са $f(x,y) = x^2+2y^2-2xy-5y+x$.
(а) Одредити локалне екстремуме функције f.
(б) Одредити највећу и најмању вредност функције на скупу $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\leq 3, y\geq 0, y\leq 2x\}$.
(в) Одредити $f(D)$.

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)

Писмени испит из Анализе 3 за И смер **СЕПТ 1 2021**

1. (15 поена) Функција f дефинисана је са

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^4+2y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

(а) Испитати непрекидност функције f на $\mathbb{R}^2$.
(б) Одредити парцијалне изводе функције f на $\mathbb{R}^2$.
(в) Испитати диференцијабилност функције f на $\mathbb{R}^2$.
(г) Доказати $(x^4+2y^2)(x\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) + \frac{3y}{2}\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)) = 2y^2 f(x,y)$.

2. (15 поена) Дато је векторско поље $F(x,y,z) = (xz+2zy, y+\sin z, e^{\operatorname{arctg}(xy)} - z)$.
Израчунати $\iint\limits_S F\cdot dS$ где је S унутрашња страна површи која је граница тела $T = \{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2+z^2 \leq 1, z+y-1\geq 0\}$.

3. (15 поена) Дата је диференцијална једначина $y' = \dfrac{2x+y}{2x}, x>0$.
(а) Одредити опште решење диференцијалне једначине.
(б) Одредити партикуларно решење које задовољава услов $y(1)=1$.

4. (15 поена) Нека је $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ задата са $f(x,y) = x^2+2y^2-2xy-5y+x$.
(а) Одредити локалне екстремуме функције f.
(б) Одредити највећу и најмању вредност функције на скупу $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x\leq 3, y\geq 0, y\leq 2x\}$.
(в) Одредити $f(D)$.

(Писмени испит укупно вреди 60 поена. Време за рад је 3 сата.)