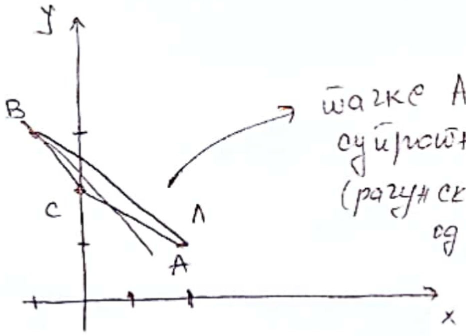
$\boxed{\text{јун 1 2022.}}$

① $A(2,1)$ $B(-1,3)$ $C(0,2)$

$$D = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -3-(-4) = 1 > 0 \Rightarrow \boxed{\triangle ABC \text{ је „+" оријентације}}$$

$$\boxed{P_\triangle = \frac{1}{2}}$$



тачке A и C се налазе са супротне стране праве BS
(рачунски рађено на неком од рокова)

② $p:\ x+2y-z=0 \quad \alpha$
$ x-y+2z=0 \quad \beta$

$$\left.\begin{aligned} \vec{n_\alpha} &= (1,2,-1) \\ \vec{n_\beta} &= (1,-1,2) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{v_p} = \vec{n_\alpha} \times \vec{n_\beta} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \vec{e_1}(4-1) - \vec{e_2}(2+1) + \vec{e_3}(-1-2)$$
$$= (3,-3,-3) \sim (1,-1,-1)$$

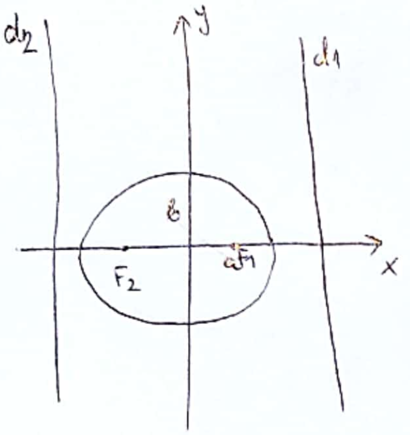
$P(-1,1,1)$

$$p:\ \begin{aligned} x &= -1+t \\ y &= 1-t \\ z &= 1-t \end{aligned} \qquad t \in \mathbb{R}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3}$$

$$\mathcal{R}_p = pp^T + \cos\varphi\,(E - pp^T) + \sin\varphi\, p_\times$$

3.



$\mathcal{E}: \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1 \rightarrow$ имплицитна ј-на

$d_1: x = \dfrac{a}{e} \quad d_2 = -\dfrac{a}{e} \rightarrow$ директрисе

$F_1(c,0) \quad F(-c,0) \rightarrow$ жиже

$a > b > 0 \rightarrow$ полуосе

$c = \sqrt{a^2+b^2}$

$e < 1 \rightarrow$ ексцентрицитет

$\mathcal{E}: x = a\cos t \quad y = b\sin t \quad t \in [0, 2\pi)$

↳ параметарски облик

4. a) Систем прилагођен датој равни је нови ортонормирани координатни систем $Ax'y'z'$ у ком дата раван $ax+by+cz+d=0$ има ј-ну $z'=0$. Корисно је када треба нешто нацртати, а избор овог координатног система није јединствен. Вектор z' је јединични вектор $\vec{n_\alpha}$. Потребно је изабрати векторе $\vec{v}$ и $\vec{w}$ тако да база $(\vec{v}, \vec{w}, \vec{n_\alpha})$ буде ортонормирана. Вектор $\vec{v}$ задовољава ј-ну $ax+by+cz=0 \Rightarrow \vec{w} = \vec{v} \times \vec{n_\alpha}$. За нови координатни почетак можемо узети било коју тачку $A \in \alpha$.

б) $r = 3 \quad A(2,1,0)$

$$\pi: \begin{aligned} x &= 2+3t+s \\ y &= 1-4t+2s \\ z &= 2s \end{aligned} \qquad s,t \in \mathbb{R}$$

$$\vec{n_\pi} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ 3 & -4 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -8\vec{e_1} - \vec{e_2}\cdot 6 + \vec{e_3}(6+4) = (-8,-6,10) \sim (-4,-3,5)$$

$\vec{v} = (3,-4,0) \quad \vec{w} = (1,2,2)$

$$\vec{f_3} = \frac{\vec{n_\alpha}}{\|\vec{n_\alpha}\|} = \frac{-4,-3,5}{\sqrt{16+9+25}} = \frac{-4,-3,5}{5\sqrt{2}} = \boxed{\left(-\frac{4}{5\sqrt{2}}, \frac{-3}{5\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$$

$\vec{f_1} \circ \vec{f_3} = 0 \;\land\; \vec{f_1}$ јединични

$$-\frac{4}{5\sqrt{2}}x - \frac{3}{5\sqrt{2}}y + \frac{1}{\sqrt{2}}z = 0 \quad |5\sqrt{2}$$

$$-4x - 3y + 5 = 0 \rightarrow \left(0, \frac{5}{3}, 1\right)$$

$$\vec{f_1} = \frac{0, \frac{5}{3}, 1}{\sqrt{\frac{25}{9}+1}} = \boxed{\left(0, \frac{5}{\sqrt{34}}, \frac{3}{\sqrt{34}}\right)}$$

$$\vec{f_2} = \vec{f_3} \times \vec{f_1} = \begin{vmatrix} \vec{e_1} & \vec{e_2} & \vec{e_3} \\ -\frac{4}{5\sqrt{2}} & \frac{-3}{5\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{5}{\sqrt{34}} & \frac{3}{\sqrt{34}} \end{vmatrix} = \boxed{\left(-\frac{17}{5\sqrt{17}}, \frac{6}{5\sqrt{17}}, \frac{-2}{\sqrt{17}}\right)}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{17}{5\sqrt{17}} & -\frac{4}{5\sqrt{2}} \\ \frac{5}{\sqrt{34}} & \frac{6}{5\sqrt{17}} & \frac{-3}{5\sqrt{2}} \\ \frac{3}{\sqrt{34}} & -\frac{2}{\sqrt{17}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$x' = r\cos t = 3\cos t \qquad y' = r\sin t = 3\sin t \qquad z' = 0$

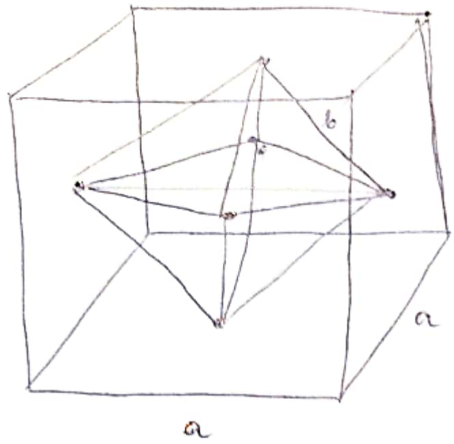
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{17}{5\sqrt{17}} & -\frac{4}{5\sqrt{2}} \\ \frac{5}{\sqrt{34}} & \frac{6}{5\sqrt{17}} & -\frac{3}{5\sqrt{2}} \\ \frac{3}{\sqrt{34}} & -\frac{2}{\sqrt{17}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3\cos t \\ 3\sin t \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

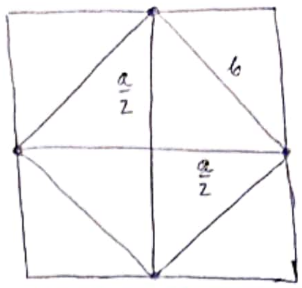
$$\boxed{\begin{aligned} x &= -\frac{17}{5\sqrt{2}} \cdot 3\sin t + 2 \\ y &= \frac{5}{\sqrt{34}} \cdot 3\cos t + \frac{6}{5\sqrt{17}} \cdot 3\sin t + 1 \\ z &= \frac{3}{\sqrt{34}} \cdot 3\cos t - \frac{2}{\sqrt{17}} \cdot 3\sin t \end{aligned}}$$

5. а) Платоново тело је полиедар рода 0 чије су све пљосни правилни полигони са q ивица, а у сваком тренутку се сустиче p ивица.

б) тетраедар је дуалан сам себи
коцка (хексаедар) је дуална октаедру
додекаедар је дуалан икосаедру

b)





$$\boxed{b^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}}$$

$P_K = 6a^2$

$P_{OKT} = 2\sqrt{3}\, b^2$

$$\boxed{\frac{P_K}{P_{OKT}} = \frac{6\cancel{a^2}}{\cancel{2}\sqrt{3}\cdot\frac{\cancel{a^2}}{\cancel{2}}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}}$$