

Kolokvij

21. januar 2023

Možno je doseči 100 točk. Vse odgovore dobro utemelji! Veliko uspeha!

Ime in priimek

--	--	--	--	--	--	--	--

Vpisna številka

1	
2	
3	
4	
Σ	

1. naloga (25 točk)

Poišči vsa kompleksna števila $a \in \mathbb{C}$, pri katerih ima naslednji sistem enačb natanko eno rešitev:

$$|z - 4| = 2|z - 1|$$

$$|z - a| + |z - 2a| = |a|$$

Dobljeno množico ustreznih vrednosti za a grafično ponazori.

2. naloga (25 točk)

Ugotovi, za katere $n \in \mathbb{N}$ obstaja limita

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2023 \left(\sqrt[n]{1+x^3} - 1 \right) - x^3}{(e^{x^2} - 1 - x^2) \sin^2 x}.$$

Kadar obstaja, jo izračunaj.

3. naloga (25 točk)

Naj bo $n \geq 2$ in $\{v_1, \dots, v_n\}$ baza realnega vektorskega prostora V . Utemelji za katera naravna števila n je množica

$$\{v_1 + v_2, v_2 + v_3, \dots, v_n + v_1\}$$

baza prostora V .

4. naloga (25 točk)

Izračunaj vsoto v odvisnosti od $x \in \mathbb{R}$

$$1 + \sum_{n=1}^{2023} (n \cdot \sin^2(nx)) + \sum_{i=1}^{2023} (i \cdot \cos^2(ix)) .$$