

Elliptische Kurven

Kevin Kappelman, Lukas Stevens

29. März 2016

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	4
2	Motivation	4
3	Grundbegriffe	4
3.1	Affine Ebenen	4
3.2	Projektive Ebenen	4
3.2.1	Die projektive Ebene $\text{PG}(2, \mathbb{F})$	4
3.2.2	Konstruktion affiner Ebenen aus projektiven Ebenen . . .	4
4	Elliptische Kurven E	4
4.1	Definiton elliptischer Kurven	4
4.2	Die unendliche Gerade über $\text{PG}(2, \mathbb{F})$	4
4.3	Affine Darstellung elliptischer Kurven	4
5	Eine Gruppe über E	5
5.1	Tangenten elliptischer Kurven	5
5.2	Schnittpunkte von Geraden mit elliptischen Kurven	5
5.3	Die Schnittpunkt-Verknüpfung \oplus über E	5
5.4	Die Gruppe $(E, +)$	5
6	Anwendung elliptischer Kurven in der Kryptologie	5
6.1	Elgamal mit der Gruppe $(E, +)$	5
6.2	Effizienz und Sicherheit	5
6.3	Weitere Anwendungen und Algorithmen?	5
7	Fazit und Ausblick	5

1 Abstract

Was wird in dieser Arbeit behandelt.

2 Motivation

Einleitung, warum elliptische Kurven, etc. (geschichtliches?)

3 Grundbegriffe

3.1 Affine Ebenen

Definition, Beispiele

3.2 Projektive Ebenen

Definition

3.2.1 Die projektive Ebene $\text{PG}(2, \mathbb{F})$

Konstruktion, Beispiel

3.2.2 Konstruktion affiner Ebenen aus projektiven Ebenen

Beweis, Beispiel

4 Elliptische Kurven E

4.1 Definition elliptischer Kurven

Weierstraßgleichung, Nullstellenmenge des Polynoms, Charakteristiken(Singularitäten), affine Koordinatentransformation?

4.2 Die unendliche Gerade über $\text{PG}(2, \mathbb{F})$

Isomorphismus von $\mathbb{F}^2 \rightarrow \mathcal{P}_U$

4.3 Affine Darstellung elliptischer Kurven

Erklärung, Beispiel(Graphen)

5 Eine Gruppe über E

5.1 Tangenten elliptischer Kurven

5.2 Schnittpunkte von Geraden mit elliptischen Kurven

Unendlich ferne Gerade mit Schnittpunkt \mathcal{O} , Affine Geraden, Parallele zur y-Achse

5.3 Die Schnittpunkt-Verknüpfung \oplus über E

Definition, Beweis der Abgeschlossenheit, graphische Interpretation

5.4 Die Gruppe $(E, +)$

Gruppe ist abelsch mit neutralem Element \mathcal{O} , Beispiel

6 Anwendung elliptischer Kurven in der Kryptologie

6.1 Elgamal mit der Gruppe $(E, +)$

Beschreibung, Beispiel

6.2 Effizienz und Sicherheit

Schlüssellänge im Vergleich zu RSA u.ä., Eigenschaften der Domänenparameter

6.3 Weitere Anwendungen und Algorithmen?

7 Fazit und Ausblick