

V503

Der Milikan Öltröpfchenversuch

Lukas Bertsch

lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Steffen Kober

steffen.kober@tu-dortmund.de

Durchführung: 03.05.2022

Abgabe: 10.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
4 Auswertung	6
4.1 Überprüfung der Messdaten im Rahmen der Messungenauigkeit	6
4.2 Bestimmung der Ladung und der Radien der Öltröpfchen	7
4.3 Bestimmung der Elementarladung	9
4.4 Berechnung der Advogradokonstante	10
5 Diskussion	10
Literatur	11

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Elementarladung e mithilfe des historischen *Milikan-Versuchs* bestimmt. Dabei wird das Verhalten geladener Öltröpfchen in dem \vec{E} -Feld eines Plattenkondensators untersucht. Ebenso werden die Advogradokonstante N_A und die Faraday-Konstante experimentell ermittelt.

2 Theorie

Bei der Bestimmung der Elementarladung über die Milikan-Methode werden Öltröpfchen in das elektrische Feld eines Plattenkondensators zerstäubt. Durch Reibung der Tröpfchen mit der Luft, werden diese elektrisch geladen. Die Ladung q der Tröpfchen kann dabei nur ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung sein. Das elektrische Feld des Plattenkondensators ist vertikal ausgerichtet, sodass die auf geladene Teilchen wirkende elektrische Kraft \vec{F}_{el} genau parallel (oder antiparallel) zur Gravitationskraft \vec{F}_g wirkt. Da die Teilchen sich mit einer Geschwindigkeit \vec{v} durch den luftgefüllten Raum bewegen, wirkt zusätzlich die Stokesche Reibungskraft \vec{F}_R entgegen der Bewegungsrichtung. Die Wirkung dieser Kräfte auf ein Teilchen können gemäß

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad (1)$$

$$\vec{F}_{\text{el}} = q\vec{E} \quad (2)$$

$$\vec{F}_g = -6\pi r\eta_L\vec{v} \quad (3)$$

berechnet werden. Das Teilchen hat die Masse m , \vec{g} ist die Fallbeschleunigung, η_L die Viskosität der Luft und r der Radius des Teilchens. Nach kurzer Zeit stellt sich ein Kräftegleichgewicht ein, wodurch sich die Tröpfchen dann mit einer konstanten Geschwindigkeit bewegen. Bei abgeschalteten elektrischen Feld bewegen sich die Öltröpfchen dann mit der Geschwindigkeit v_0 und erhalten durch den Auftrieb der Luft den Radius

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g(\rho_{\text{Oel}} - \rho_L)}}. \quad (4)$$

Das Kräftegleichgewicht führt in diesem Fall zu der Gleichung

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} - \rho_L)g = 6\pi\eta_L r v_0.$$

Je nach Polung des \vec{E} -Feldes wirken die elektrostatische- und die Reibungskraft in verschiedene Richtungen. Die Orientierung der Kräfte kann Abbildung 1 entnommen werden.

Wenn die obere Platte des Kondensators positiv geladen ist und eine ausreichend große Spannung anliegt, bewegt sich das Öltröpfchen mit der Geschwindigkeit v_{auf} nach oben. Es folgt das Kräftegleichgewicht

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} + \rho_L)g + 6\pi\eta_L r v_{\text{auf}} = qE.$$

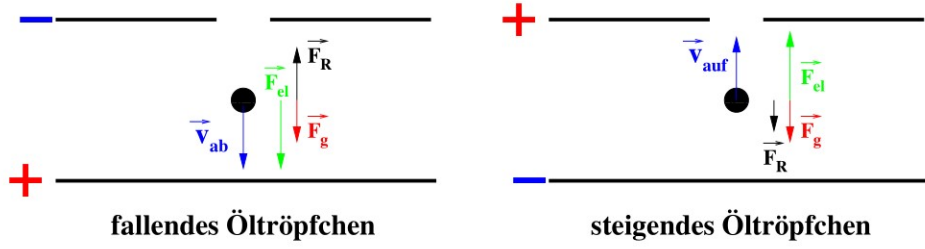


Abbildung 1: Orientierung der wirkenden Kräfte bei unterschiedlicher Polung des elektrischen Feldes. [4]

Bei entgegengesetzter Polung ergibt sich

$$\frac{4\pi}{3}r^3(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})g - 6\pi\eta_{\text{L}}rv_{\text{a}}b = -qE.$$

mit der nach unten gerichteten Geschwindigkeit v_{ab} .

Aus diesen beiden Gleichungen kann die Ladung q des Öltröpfchen zu

$$q = \frac{9}{2}\pi\sqrt{\frac{\eta_{\text{L}}^3(v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}})}{g(\rho_{\text{Oel}} - \rho_{\text{L}})}} \cdot \frac{v_{\text{ab}} + v_{\text{auf}}}{E}, \quad (5)$$

wobei E der Betrag des elektrischen Feldes ist. Für die Geschwindigkeiten folgt der Zusammenhang

$$2v_0 = v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}. \quad (6)$$

Da die Tröpfchen in diesem Versuch kleiner sind als die mittlere freie Weglänge \bar{l} in Luft, gilt die das Stokesche Reibungsgesetz nicht in der genannten Form. Um dies zu korrigieren muss eine effektive Viskosität der Luft über den *Cunningham-Korrekturterm*

$$\eta_{\text{eff}} = \eta_{\text{L}} \left(\frac{1}{1 + B\frac{1}{pr}} \right) \quad (7)$$

berechnet werden. Dazu wird der Luftdruck p und die experimentell bestimmbare Konstante $B = 6,17 \cdot 10^{-3} \text{ Torr} \cdot \text{cm}$ [4] verwendet. Es gilt $1 \text{ Torr} \approx 133,322 \text{ Pa}$ **Quellenangabe maybe??**. Für die korrigierte Ladung gilt

$$q_{\text{real}} = q_0 \left(1 + \frac{B}{pr} \right)^{3/2}. \quad (8)$$

3 Durchführung

Zur Bestimmung der Elementarladung e mithilfe der Milikan-Methode wird ein Versuchsaufbau verwendet, der in Abbildung 2 zu sehen ist. Die einzelnen Bauelemente werden in der Abbildung mit der jeweiligen Nummer bezeichnet. Wie in Abschnitt 2 beschrieben

wird ein Plattenkondensator zur Erzeugung eines elektrostatischen Feldes benötigt. Dieses muss parallel zur Richtung der Gravitationskraft ausgerichtet sein. Der Experimentier-
raum ist mit Luft gefüllt. An der oberen Platte des Plattenkondensators befindet sich
eine Öffnung, durch welche Öl in die Apparatur verstäubt werden kann. An der Seite
des Plattenkondensators ist eine Halogenlampe installiert, um die Öltröpfchen besser
sichtbar zu machen. Unterhalb des Plattenkondensator befindet sich ein radioaktives
 α -Präparat. Dieses kann über einen Hebel das Öl bestrahlen, um die Öltröpfchen zu
ionisieren, sollte die Luftreibung nicht ausreichen, um eine Ladung der Tröpfchen zu
erzeugen. Die Kammer des Plattenkondensators kann über ein anliegendes Mikroskop
beobachtet werden. Durch welches die Öltröpfchen und ein Maßstab-Gitter zu sehen sind.
Der Abstand zweier *dicker* Linien beträgt 0,5 mm. Der Abstand zweier *dünnere* Linien
zueinander beträgt 0,1 mm.

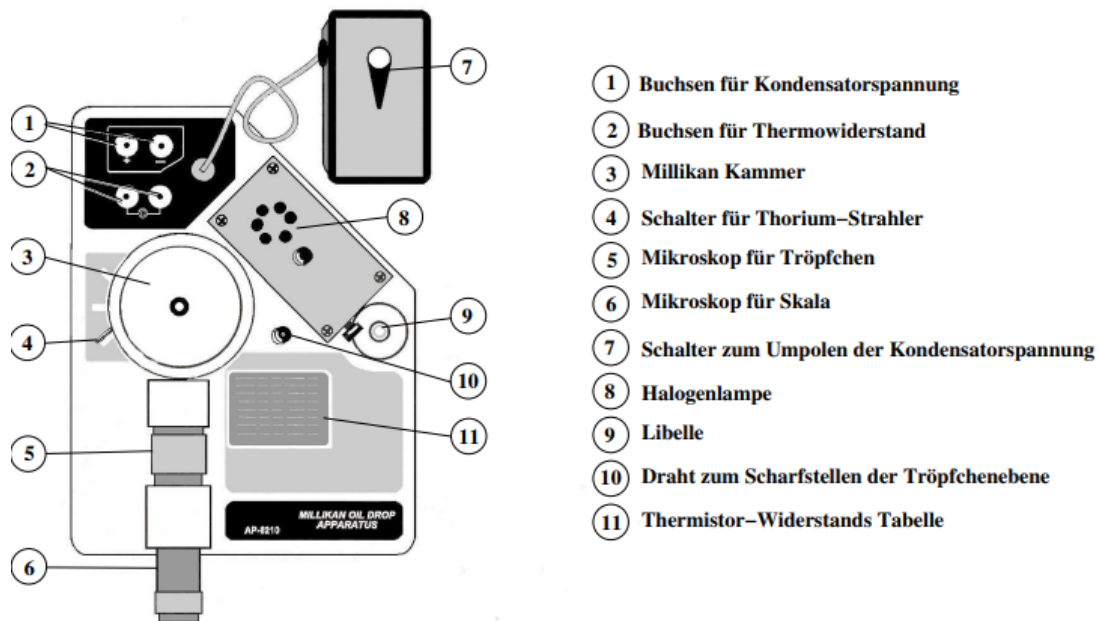


Abbildung 2: Skizze des Versuchsaufbaus zur Untersuchung von Öltröpfchen im Magnetfeld. [4]

Vor der Messung muss sichergestellt werden, dass die Messapparatur waagrecht ausgerichtet ist, um ungewünschte Abweichungen zu vermeiden. Es wird eine Spannung an den Kondensator angelegt, welche in einem Bereich von 100 V und 500 V liegen sollte. Bevor die Messung beginnt sollte die Lufttemperatur im Kondensator bestimmt werden, was über den Thermowiderstand vollzogen werden kann. Nun wird eine kleine Menge Öl in den Kondensator gespritzt. Dabei sollte das Feld abgeschaltet werden. Dies kann über den angeschlossenen Schalter geschehen, über welchen ebenfalls die Polung der Kondensatorplatten eingestellt werden kann. Wurde zu viel Öl in den Kondensator gespritzt ist die Beobachtung schwieriger. Daher sollte in diesem Fall das Öl abgelassen werden und nach fünf-minütiger Wartezeit erneut Öl eingeführt werden.

Nun wird überprüft, ob sich geeignete Öltröpfchen im Kondensator befinden. Dafür wird die Bewegung der Öltröpfchen beobachtet. Bewegen diese sich in einer mäßigen Geschwindigkeit war die Injektion erfolgreich und die Messung kann beginnen. Sollte dies nicht der Fall sein, können die Öltröpfchen über den bereits erwähnten α -Strahler ionisiert werden.

Das \vec{E} -Feld wird nun angeschaltet. Es wird die Zeit gemessen, in welcher sich der beobachtete Tropfen um eine bestimmte Strecke fortbewegt. Daraus kann eine Geschwindigkeit berechnet werden. Anschließend wird das Feld umgepolt und es wird erneut eine Geschwindigkeit über dieselbe Methode gemessen. Die beiden Geschwindigkeiten entsprechen den Geschwindigkeiten v_{auf} und v_{ab} , welche in Abschnitt 2 beschrieben wurden. Pro Tröpfchen werden beide Geschwindigkeiten jeweils drei mal gemessen. Des Weiteren wird die Gleichgewichtsgeschwindigkeit v_0 bei abgeschaltetem \vec{E} -Feld bestimmt. Zu einer eingestellten Spannung des Kondensators wird diese Messung für fünf Tröpfchen durchgeführt. Es wird bei fünf verschiedenen Spannungen gemessen. Dabei ist zu beachten, dass die Temperatur während der Messung mehrmals notiert werden sollte, da diese sich im Verlauf des Versuches ändern kann.

4 Auswertung

Die in diesem Kapitel erwähnten Fehler genügen der Gaußschen Fehlerfortpflanzung beziehungsweise dem Standardfehler des Mittelwertes und wurden mit *uncertainties* [3] in *Python* berechnet. Die relative Abweichung eines Messwertes x zu einem Theoriewert x^* wird nach

$$\Delta_{\text{rel}}(x) = \frac{|x^* - x|}{x^*} \quad (9)$$

berechnet.

4.1 Überprüfung der Messdaten im Rahmen der Messungenauigkeit

Zunächst wird für die einzelnen Messungen überprüft, ob diese den Zusammenhang (6) der Geschwindigkeiten erfüllen. Sollte dies nicht der Fall sein, werden diejenigen Messwerte aus der Auswertung ausgelassen, da sich die Ladung dieser Teilchen im Verlauf der Messung geändert haben könnte. Die Messwerte von v_{auf} , v_{ab} und v_0 sind in der folgenden Tabelle 1 dargestellt. Ebenfalls wird in dieser Tabelle die Abweichung Geschwindigkeiten zur oben genannten Bedingung (6) dargestellt.

Tabelle 1: Geschwindigkeiten der Öltröpfchen und Abweichung zur Idealbedingung $2v_0 = v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}$. Zwecks Übersichtlichkeit wird auf die Angabe der Messunsicherheiten verzichtet. N : Nummer des Öltröpfchens.

	N	$v_{\text{auf}} / 10^{-5} \text{m/s}$	$v_{\text{ab}} / 10^{-5} \text{m/s}$	$v_0 / 10^{-5} \text{m/s}$	$\Delta v_0 / \%$
175 V :	1	3,42	8,03	1,59	45,05
	2	11,80	12,19		
	3	5,04	6,44		
	4	13,36	19,17		
	5	7,01	8,83	1,79	49,14
200 V :	6	9,68	10,83	0,82	29,84
	7	15,34	16,56	0,60	0,50
	8	2,12	4,84	1,89	28,03
	9	1,60	5,75	2,50	17,07
	10	7,17	9,46	1,98	41,94
225 V :	11	4,57	8,57	2,16	7,29
	12	4,12	8,26	1,61	28,85
	13	9,06	14,15	3,46	26,54
	14	11,97	15,08	1,71	8,80
	15	4,03	11,39	3,35	9,98
250 V :	16	2,98	9,49	3,07	6,00
	17	8,75	15,98	3,38	6,83
	18	14,70	16,32	1,04	22,06
	19	5,09	11,97	3,67	6,31
	20	3,98	9,22	1,81	45,18
275 V :	21	4,08	12,11	3,48	15,19
	22	15,21	19,06	2,29	15,73
	23	9,51	18,61	4,94	7,72
	24	13,17	27,85	7,90	7,05
	25	8,72	15,08	2,61	21,90

Wie sich in Tabelle 1 erkennen lässt, sind nicht für alle Messpunkte die Geschwindigkeiten v_0 bekannt. Des Weiteren weichen einzelne Werte um fast 50 % von der Idealbedingung $2v_0 = v_{\text{ab}} - v_{\text{auf}}$ ab. Dennoch werden alle Messwerte in den folgenden Berechnungen verwendet um die Quantität zu sichern.

4.2 Bestimmung der Ladung und der Radien der Öltröpfchen

Der Radius der Öltröpfchen kann gemäß Gleichung 4 berechnet werden. Dieser hängt von der Viskosität- und der Dichte der Luft, sowie von der Dichte der Öltröpfchen ab. Die Viskosität wiederum, hängt von der Umgebungstemperatur ab. Die Temperatur kann aus dem gemessenen Thermowiderstand mithilfe der Tabelle 5 bestimmt werden. Die Dichte der Luft beträgt $1,204 \text{ kg/m}^3$ und die Dichte des Öls beträgt 886 kg/m^3 [4]. Die relevanten Geschwindigkeiten können der oben aufgeführten Tabelle 1 entnommen

werden. Die ermittelten Radien sind Tabelle 2 zu entnehmen.

Zur Bestimmung der Ladungen der Öltröpfchen wird Gleichung 5 verwendet. Der Betrag des elektrischen Feldes des Plattenkondensators kann über den Zusammenhang $E = U/d$ berechnet werden. Der Abstand der Platten beträgt $d = (7,6250 \pm 0,0051)$ mm. Die verwendeten Spannungen für die Teilchen können ebenfalls Tabelle 1 entnommen werden. Die berechneten, aber noch unkorrigierten, Ladungen sind in Tabelle 2 dargestellt. Die korrigierte Ladung berechnet sich nach Gleichung 8 und ist ebenfalls In Tabelle 2 zu finden.

Tabelle 2: Aus den Messwerten bestimmte, unkorrigierte und korrigierte Ladungen q , sowie Radien der Öltröpfchen. Es wird erneut auf die Angabe der Messunsicherheiten verzichtet. N : Nummer des Öltröpfchens.

	N	$r / 10^{-7}\text{m}$	$q / 10^{-19}\text{C}$	$q_{\text{korrt.}} / 10^{-19}\text{C}$
175 V :	1	4,68	5,14	5,14
	2	1,40	2,46	5,00
	3	2,57	2,22	3,37
	4	5,26	12,87	16,01
	5	2,97	3,62	5,22
200 V :	6	2,34	4,97	4,97
	7	2,40	5,05	7,85
	8	3,63	1,69	2,30
	9	4,48	2,21	2,84
	10	3,33	3,71	5,17
225 V :	11	4,40	4,46	4,46
	12	4,48	3,30	4,26
	13	4,96	6,87	8,64
	14	3,88	6,26	8,35
	15	5,97	5,49	6,66
250 V :	16	5,58	4,54	4,54
	17	5,89	7,73	9,41
	18	2,79	4,60	6,78
	19	5,74	5,20	6,36
	20	5,01	3,51	4,41
275 V :	21	6,24	5,95	5,95
	22	4,30	7,25	9,41
	23	6,65	9,14	10,89
	24	8,44	16,93	19,47
	25	5,60	6,47	7,96

4.3 Bestimmung der Elementarladung

Die Messdaten zur korrigierten Ladung der Öltröpfchen sind in Abbildung 3 grafisch dargestellt. Es lässt sich erkennen, dass die meisten Fehler (bis auf einige Ausnahmen) in einem Bereich von unter $1 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ liegen. Ebenfalls gibt es Häufungspunkte der Messwerte, die in einem Abstand genau unter dieser Schwelle liegen. Bei diesen Werten liegt die Vermutung nahe, dass es sich um gleich geladene Tröpfchen handelt, deren berechneter Ladungswert sich nur auf Grund von Messunsicherheiten unterscheidet.

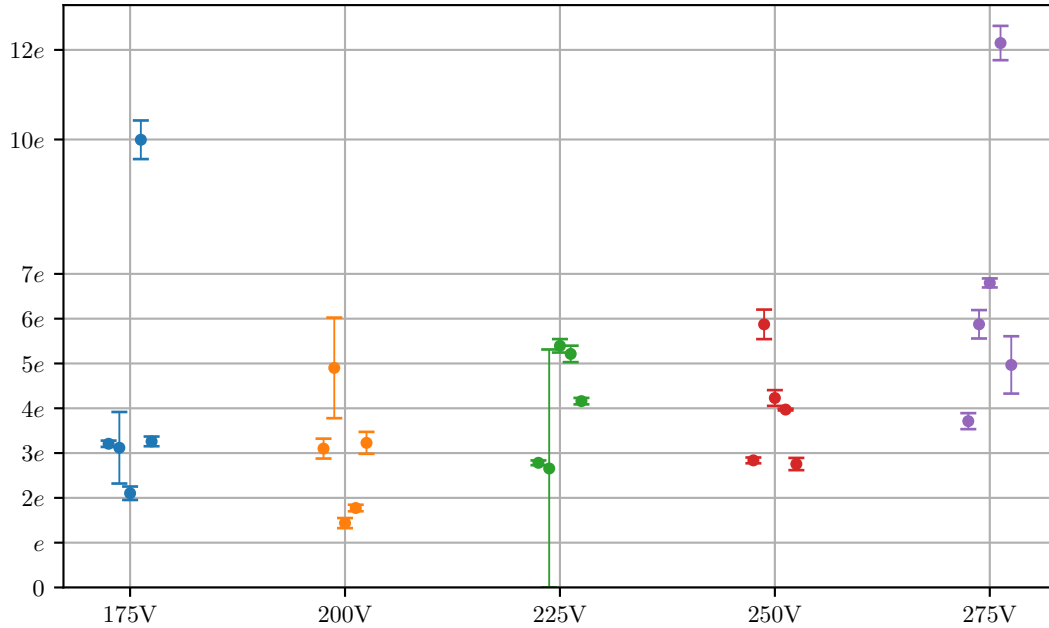


Abbildung 3: Messdaten der korrigierten Ladungen zu den verschiedenen Spannungen (mit Fehlerbalken). Erstellt mit *matplotlib* [2].

Die Elementarladung e ist der größte gemeinsame Teiler der Werte. Dieser Teiler ist jedoch nicht exakt berechenbar, da es sich um fehlerbehaftete Größen handelt, die kein ganzzahliges Vielfaches voneinander sind. Aus diesem Grund wird zur Bestimmung der Elementarladung der geringste Abstand zwischen zwei Messpunkten einer Messreihe ermittelt, dabei wird beachtet, dass Abstände unter der oben begründeten Grenze von $1 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ verworfen werden, da diese dieselbe Ladung beschreiben. Das Verfahren wird für alle Messreihen mit den Ergebnissen der korrigierten und unkorrigierten Ladung durchgeführt. Die bestimmten Elementarladungen werden anschließend gemittelt um einen experimentellen Wert aus allen Messreihen zu erhalten. Die Zwischenergebnisse sind Tabelle 3 zu entnehmen.

Die experimentell bestimmten Mittelwerte lauten mit Fehler $e_0 = (1,155 \pm 0,348) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und $e_{0, \text{ korr.}} = (1,742 \pm 0,361) \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Tabelle 3: Ergebnisse der Ermittlung der Elementarladung aus korrigierten und unkorrigierten Ladungen.

	$e_0 / 10^{-19}\text{C}$	$e_{0, \text{kor.}} / 10^{-19}\text{C}$
175 V	1,161	1,627
200 V	1,252	2,125
225 V	1,033	1,689
250 V	1,030	1,817
275 V	1,301	1,454
Mittelwert	1,155	1,742

4.4 Berechnung der Advogradokonstante

Die Advogradokonstante gibt an wie viele Teilchen eines einer chemischen Verbindung in einem mol enthalten sind. Sie lässt sich mithilfe der *Faraday-Konstante* F und der Elementarladung durch

$$N_A = \frac{F}{e}$$

berechnen. Die Faraday-Konstante hat den Wert $F = (96\,485,3399 \pm 0,0024) \text{ C/mol}$ [1]. Mit dem experimentell bestimmten Wert der Elementarladung aus den korrigierten Ladungen folgt $N_{A, \text{exp}} = (5,5374 \pm 1,1469) \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$. Der Literaturwert beträgt $N_A = 6,022\,141\,79 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ [1].

5 Diskussion

Die experimentellen Werte der Elementarladungen aus korrigierten und unkorrigierten Ladungen wurden in Abschnitt 4 zu $e_0 = (1,155 \pm 0,348) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ und $e_{0, \text{kor.}} = (1,742 \pm 0,361) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ bestimmt. Dies entspricht einer relativen Abweichung zum Theoriewert $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ [1] gemäß Gleichung 9 von $\Delta(e_0) = 27,9\%$ und $\Delta(e_{0\text{kor.}}) = 8,75\%$. Es wird deutlich, dass die Rechnung mit korrigierten Ladungen zu einem weitaus besseren Ergebnis führt. Da der Literaturwert der Elementarladung sogar im Messunsicherheits-Bereich des experimentell bestimmten Wertes liegt, zeigt sich, dass die Bestimmung mithilfe der Milikan-Methode erfolgreich war. Die verhältnismäßig große Unsicherheit des Wertes von $0,361 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ entsteht auf Grund der Fehlerfortpflanzung durch die zahlreichen Berechnungen und auf Grund der Abweichungen in der Geschwindigkeitsmessung der Tröpfchen. Bei der Messung der Geschwindigkeiten ergaben sich einige Schwierigkeiten, da selbst bei guter Kalibrierung der Messapparatur die meisten Tröpfchen nicht ausreichend gut zu sehen sind, kein gewünschtes Verhalten aufweisen oder nach einiger Zeit in der Unschärfe des Mikroskops verschwinden. Des Weiteren bewegen sich die Öltröpfchen nicht nur vertikal, was die Abweichungen verstärkt.

Die Advogradokonstante konnte mit dem experimentellen Wert zu $N_{A, \text{exp}} = (5,5374 \pm 1,1469) \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ bestimmt werden, was eine relative Abweichung von 8,05 % darstellt.

Die hier zu benennenden Fehlerquellen sind die Gleichen wie die oben Genannten, da die Advogradokonstante aus der experimentell bestimmten Elementarladung folgt. Insgesamt ergeben sich trotz der hohen Schwierigkeit des Experiments Werte, die im Rahmen der Unsicherheiten in einem akzeptablen Bereich um die Literaturwerte liegen.

Literatur

- [1] Horst Czichos und Manfred Hennecke. *Das Ingenieurwissen*. Springer Verlag, 2012. ISBN: 978-3-642-22850-6.
- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *V503 - Der Milikan Öltröpfchenversuch*. TU Dortmund. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1977249/mod_resource/content/2/V503.pdf (besucht am 03.05.2022).

Anhang

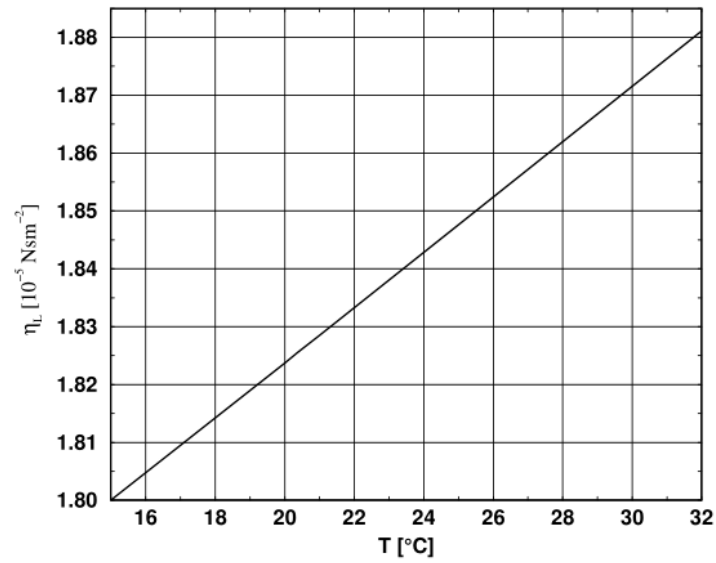


Abbildung 4: In dieser Grafik wird die Luftviskosität in Abhängigkeit von der Lufttemperatur angegeben. [4]

T[°C]	R [MΩ]	T[°C]	R [MΩ]	T[°C]	R [MΩ]
10	3.239	20	2.300	30	1.774
11	3.118	21	2.233	31	1.736
12	3.004	22	2.169	32	1.700
13	2.897	23	2.110	33	1.666
14	2.795	24	2.053	34	1.634
15	2.700	25	2.000	35	1.603
16	2.610	26	1.950	36	1.574
17	2.526	27	1.902	37	1.547
18	2.446	28	1.857	38	1.521
19	2.371	29	1.815	39	1.496

Abbildung 5: Tabelle mit zur Bestimmung der Lufttemperatur in Abhängigkeit des Thermowiderstandes. [4]