V308: Spulen und Magnetfelder

Ziel: Es sollen die Magnetfelder verschiedener Spulenanordnungen vermessen werden.

Stichworte: Biot-Savartsche Gesetz, Dia-, Para-, Ferromagnetismus, Hall-Sonde, Helmholzspule, Hysterese-Kurve, elektromagnetische Induktion, Koerzitivfeldstärke, magnetische Flußdichte, Magnetfeldstärke, Neukurve, Permeabilität, Remanenz, Sättigungsmagnetisierung, Spule, stromdurchflossener Leiter

Theoretische Grundlagen

Bewegte elektrische Ladungen erzeugen magnetische Felder. Das Magnetfeld ist eine Vektorgröße, deren Betrag und Richtung durch die *magnetische Feldstärke* $\vec{H}$ beschrieben wird. Das magnetische Feld läßt sich durch *Magnetfeldlinien* veranschaulichen, die tangential zu den Feldstärkevektoren verlaufen. Magnetische Feldlinien sind, anders als beim elektrischen Feld, immer geschlossen.

Viele Atome besitzen aufgrund der Elektronenbewegung ohne äußeres Magnetfeld ein permanentes *magnetisches Moment*. Sind die magnetischen Momente der Atome aufgrund der Wärmebewegung statistisch verteilt, dann ist die *magnetische Flußdichte* $\vec{B}$ und die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ über die *Permeabilität* μ

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \tag{1}$$

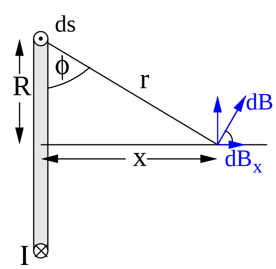
miteinander verknüpft. Die Permeabilität $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ setzt sich aus der *Vakuum-Permeabilität* μ_0 und der *relativen Permeabilität* μ_r in Materie zusammen.

Jeder *stromdurchflossene Leiter* wird von einem Magnetfeld umgeben. Die Feldlinien sind in diesem Fall konzentrische Kreise, die senkrecht zum Stromfluß verlaufen. Nach Konvention bilden die Stromrichtung und die Feldlinien eine Rechtsschraube. Betrachtet man einen beliebigen stromdurchflossenen Draht, dann läßt sich die *Magnetfeldstärke* $\vec{H}$ im Abstand r vom Draht mit dem *Biot-Savartschen Gesetz*

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\, I}{4\,\pi}\,\frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \tag{2}$$

berechnen. Dabei ist $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ die Vakuum-Permeabilität und I der Strom, der durch den Draht fließt.

Aus dem Biot-Savartsche Gesetz kann das Magnetfeld einer stromdurchflossene Spule Windung (Abb. rechts) berechnet werden. Die magnetische Flußdichte im Mittelpunkt des Ringes ergibt sich zu



$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0\, I}{2}\,\frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \hat{x} \tag{3}$$

Bei einer Spule mit n Windungen erhöht sich der magnetische Fluß mit den Anzahl der Windungen.

In einer langgestreckten stromdurchflossenen Spule (Solenoid) ist die magnetische Feldstärke in der Mitte der Spule konstant. Die Feldlinien innerhalb der Spule verlaufen parallel zur Spulenachse. Das magnetische Feld ist in diesem Bereich *homogen*. Außerhalb der Spule fächern die Feldlinien auf und der magnetische Fluß ist inhomogen. Das homogene Feld B einer langen stromdurchflossenen Spule ($l \gg D$) ist proportional zur Spulenlänge l, der Windungszahl n und dem Spulenstrom I.

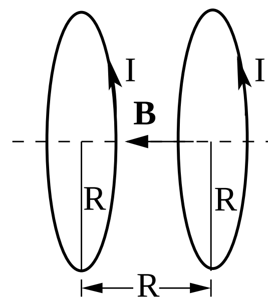
$$B = \mu_r\, \mu_0 \frac{n}{l}\, I \tag{4}$$

Wird ein Solenoid der Länge l zu einem Ring mit Radius $r_T \ll l$ gebogen, dann verschwinden die Randeffekte und das Magnetfeld außerhalb des Torus ist Null. Innerhalb des Toroides ist das Magnetfeld homogen und läßt sich mit $l = 2\pi r_T$ analog zu einer langgestreckten Spule über

$$B = \mu_r\, \mu_0 \frac{n}{2\pi r_T}\, I \tag{5}$$

berechnen.

Zum Aufbau eines homogenen Magnetfeldes werden häufig zwei gleichsinnig vom Strom I durchflossene Kreisspulen so angeordnet, daß die Achsen zusammenfallen und daß der gegenseitige Abstand der Spulen dem Spulenradius R entspricht (Abb. rechts). Das Magnetfeld im Inneren des *Helmholtz-Spulenpaares* ist auf der Symmetrieachse homogen und läßt sich aus aus dem Biot-Savartschen Gesetz für eine stromdurchflossene Spule mit einer Windung (siehe oben) herleiten.



Das Feld im Zentrum des Helmholtz-Spulenpaares findet man durch Überlagerung der Einzelfelder, wobei der Ursprung im Idealfall in der Mitte des Spulenpaares gelegt wird. Unterscheidet sich der Spulenradius R vom Abstand d = 2 · x, so muß der allgemeine Fall berechnet werden. Das Feld in der Mitte der Helmholtz-Spulen mit einer Windung ergibt sich dann zu

$$B(0) = B_1(x) + B_1(-x) = \frac{\mu_0\, I\, R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \tag{6}$$

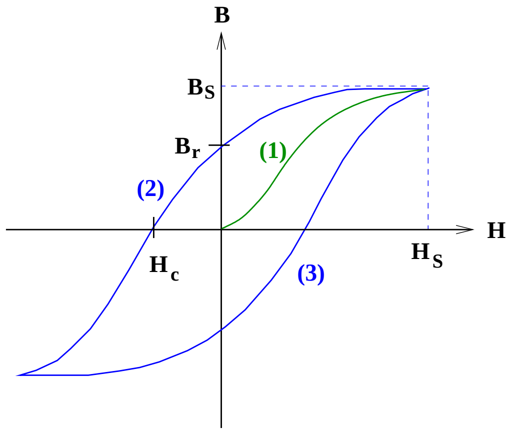
Der Feldgradient $\frac{dB}{dx}$ entlang der Symmetrieachse ergibt sich dann zu:

$$\frac{dB}{dx} = -3\, \mu_0\, I\, R^2 \frac{x}{(R^2 + x^2)^{5/2}} \tag{7}$$

Im Idealfall ist der Feldgradient auf der Symmetrieachse in einen relativ großen Bereich vernachlässigbar, sodaß sich ein nahezu homogenes Feld ergibt.

Ferromagnetische Materialien wie z.B. Eisen besitzen ohne äußeres Magnetfeld ein permanentes *magnetisches Moment*. Die magnetischen Momente eines ferromagnetischen Stoffes richten sich in einzelnen Bereichen (Weiß´sche Bezirke) parallel zueinander aus. Im unmagnetischen Zustand ist die Ausrichtung der Weiß´schen Bezirke statistisch verteilt. Ein äußeres Magnetfeld sorgt für eine Richtungsänderung der magnetischen Momente und somit zu einer Vergrößerung der Weißschen Bezirke. Dies geschieht so lange, bis alle magnetischen Momente mit der Ausrichtung des äußeren Magnetfeldes übereinstimmen.

In ferromagnetischen Materialien ist die relative Permeabilität μ_r sehr hoch und Gleichung (1) verliert ihre Gültigkeit. Diese Nichtlinearität wird durch die *Hysteresekurve* (Magnetisierungskurve) beschrieben; ein schematischer Verlauf ist rechts dargestellt. Wegen der Irreversibilität der bei der Änderung des Magnetfeldes auftretenden Prozesse ist die Kurve nicht eindeutig definiert und hängt von der Vorgeschichte des zu untersuchenden Materials ab. In einer unmagnetisierten ferromagnetischen Probe sind die magnetischen Momente statistisch verteilt. Ohne äußeres Magnetfeld ist B(H=0)=0. Wird ein äußeres Magnetfeld angelegt, dann steigt die Magnetisierung der Probe an, bis sie einen Sättigungswert B_s erreicht (*Neukurve*). Beim Verringern des äußeren Magnetfeldes bilden sich Bereiche mit entgegengesetzter Magnetisierung, die sich über das gesamte Material ausbreiten (Kurvenverlauf (2)). Bei abgeschaltetem Magnetfeld bleibt eine *Remanenz* ($B_r(H=0) \neq 0$) bestehen. Diese kann durch ein magnetisches Gegenfeld, die *Koerzitivkraft* H_c wieder aufgehoben werden. Durch weiteres Erhöhen des Gegenfeldes wird die Magnetisierung negativ und zeigt in die Richtung des Gegenfeldes bis sie den Sättigungswert $-B_s$ erreicht. Durch Erhöhung des äußeren Magnetfeldes (Kurvenverlauf (3)) entsteht eine zum Ursprung symmetrische Kurve (Hysteresekurve), die sich je nach Material in ihrer Form unterscheidet. Die relative Permeabilität μ_r ferromagnetischer Materialien ist eine Funktion der magnetischen Feldstärke H.



Aus diesem Grund wird die *differentielle Permeabilität* μ_{diff} eingeführt, bezogen auf die Neukurve.

$$\mu_{diff} = \frac{1}{\mu_0}\frac{dB}{dH} \tag{8}$$

Wird ein ferromagnetischer Füllstoff in eine Spule gebracht, dann erhöht sich der magnetische Fluß der Spule. Die Erhöhung der Feldstärke $\vec{B}_{Fe} = \mu_0 \vec{M}$ durch das ferromagnetische Material hängt von der *Magnetisierung M* des Materials ab. Der magnetische Fluß einer Spule mit Eisenkernläßt sich über

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \tag{9}$$

berechnen. Die magnetische Feldstärke $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_R$ der Spule berücksichtigt mit $\vec{H}_R$ die magnetische Feldstärke von Randeffekten.
Bildet die Spule einen Toroid, gibt es keine Randeffekte und es gilt $\vec{H} = \vec{H}_0 = \vec{B}/\mu_0$. Die relative Permeabilität von Ferromagnetischen Material liegt in der Größenordnung von $10^2 bis 10^7$. Aus diesem Grund ist $\vec{M} \gg \vec{H}_0$ sodaß sich Gleichung (9) reduzieren läßt zu $\vec{B} \approx \mu_0 \vec{M}$.

Um die magnetische Flußdichte eines Toroides mit Eisenkern zu messen, muß ein Luftspalt eingefügt werden.

Vorbereitung

- Erklären Sie die Begriffe Dia-, Para- und Ferromagnetismus
- Berechnen Sie für einen Spulenstrom von $I = 1\ A$ das Magnetfeld im Zentrum eines Helmholzspulenpaares. Der mittlere Spulendurchmesser beträgt $d = 125mm$; jede Spule hat n= 100 Windungen.

Aufgaben

- Messen Sie die magnetische Flußdichte längs der Achse einer Spule und stellen das Ergebnis graphisch dar.
- Messen Sie die magnetische Flußdichte eines Helmholzspulenpaares längs seiner Achse.

- Bestimmen Sie aus der Hysteresekurve einer Spule mit Eisenkern die Sättigungsmagnetisierung, Remanenz und Koerzitivkraft.

Versuchsaufbau

Für die unterschiedlichen Meßaufgaben stehen verschiedene Spulentypen, Netzgeräte und Hallsonden zur Verfügung. Bauen Sie die einzelnen Experimente im spannungslosen Zustand auf. Achten Sie vor dem Einschalten der Spannungsgeräte, daß Strom und Spannung auf ´Null´ geregelt wurden. Beachten Sie beim Einstellen der Stromstärke den *maximal zulässige Strom*. Zum Messen der magnetischen Feldstärke werden transversale und logitudinale Hall-Sonden verwendet. Die Sonden sind sehr empfindlich, bitte immer in der beiligenden Hülle aufbewahren.

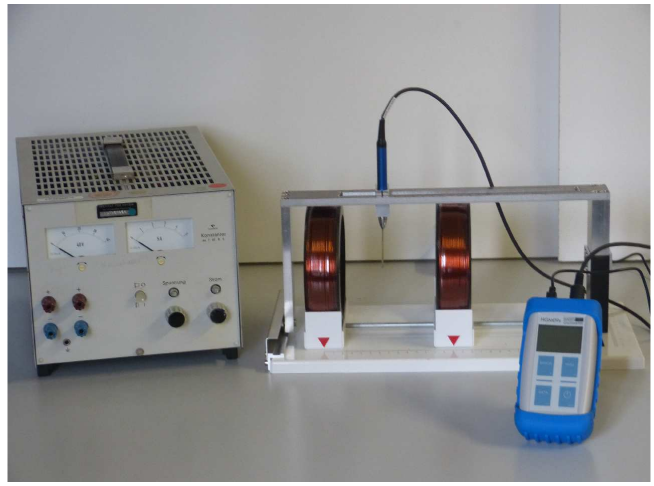
Das Meßprinzip der Sonden basiert auf dem *Hall-Effekt*. An der Spitze einer *Hall-Sonde* befindet sich ein Leiterplättchen, an das ein Steuerstrom angelegt wird. Bei einem senkrecht zum Steuerstrom gerichtetes Magentfeld wirkt die Lorenzkraft auf die Ladungen und erzeugen einen Verschiebungsstrom, sodaß senkrecht zum Strom und zum Magnetfeld eine Spannung (*Hall-Spannung*) aufgebaut wird. Bei konstantem Steuerstrom ist die Hall-Spannung ein Maß für die Stärke des zu messenden Magnetfeldes.

Versuchsdurchführung

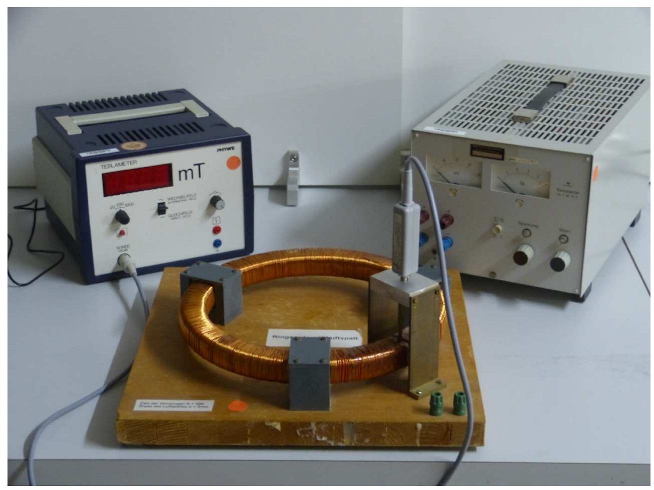
Magnetfeld von Spulen

Schließen Sie eine lange Spule an das Netzgerät an und regeln Sie den Strom und die Spannung hoch. Beachten Sie den maximal zulässigen Strom!!! Verwenden Sie zum Vermessen des Magnetfeldes eine logitudinale Sonde. Justieren Sie die Höhe der Sonde so ein, daß Sie das Magnetfeld auf der Achse der Spule messen. Nehmen Sie innerhalb und außerhalb der Spule Meßwerte auf. Wiederholen Sie die Messung mit einer kurzen Spule. Tragen Sie die erhaltenen Meßwerte in ein xB-Diagramm ein und vergleichen Sie die Ergebnisse mit der Theorie.

Magnetfeld eines Spulenpaares
Schließen Sie das Netzgerät an das Spulenpaar, wobei die Spulen in Reihe geschaltet werden sollten und regeln Sie den Strom und den Spannung so ein, daß der Spulenstrom 5 A nicht überschreitet. Wählen Sie drei verschiedene Spulenabstände und vermessen mit der transversalen Hall-Sonde das Magnetfeld innerhalb und außerhalb des Spulenpaares. Tragen Sie die Meßwerte in ein xB-Diagramm ein und vergleichen Sie das Ergebniss mit der Theorie.



Hysteresekurve
Schließen Sie das Netzgerät an die Ringspule mit Luftspalt an. Messen Sie mit der transversalen Hall-Sonde das Magnetfeld als Funktion des Spulenstroms. Stellen Sie die Daten graphisch dar und bestimmen Sie aus der entstandenen Hysteresekurve die Sättigungsmagnetisierung, Remanenz und die Koerzitivkraft. Berechnen Sie aus der Neukurve die differentielle relative Permeabilität für H=0 und den Sättigungswert.



Literatur

[1] F. Kohlrausch *Praktische Physik*, Bd.2 , Teubner 1996

[2] H.J. Eichler, H.-D. Kronfeld, J. Sahm *Das Neue Physikalische Grundpraktikum* Springer 2006

Anhang: Spulenparameter

Einzelspule:
Max. zulässiger Strom: $I_{max} = 1.4$ A
Windungszahl: n = 300
Mittlerer Spulendurchmesser d = 41 mm

Spulenpaar:
Max. zulässiger Strom: $I_{max} = 5$ A
Windungszahl: je n = 100
Mittlerer Spulendurchmesser d = 125 mm
Spulenbreite: b = 33 mm

Ringspule mit Luftspalt: Windungszahl: n = 595
Breite des Luftspalts: d = 3 mm