V703

Das Geiger-Müller-Zählrohr

Lukas Bertsch
lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Steffen Kober
steffen.kober@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.06.2022

Abgabe: 14.06.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Funktionsweise und charakteristische Eigenschaften eines *Geiger-Müller-Zählrohrs* untersucht. Dabei wird die Länge des Plateaubereiches und die Totzeit des Zählrohres ermittelt.

2 Theorie

Das Geiger-Müller-Zählrohr wird verwendet um Strahlungsintensitäten ionisierender Strahlung zu messen. Prinzipiell ionisieren die einfallenden Teilchen (oder Lichtquanten) der α-, β- oder γ-Strahlung Atome im Inneren des Zählrohres, was zu einem elektrischen Signal führt. Die genaue Funktionsweise des Geiger-Müller-Zählrohres –auch *GMZ* genannt– wird im Folgenden beschrieben.

2.1 Funktionsweise eines Geiger-Müller-Zählrohres

Das *GMZ* besteht im Wesentlichen aus einer zylinderförmigen Kathode, in dessen Zentrum ein Anodendraht verläuft. Wie die Benennung bereits suggeriert, wird eine Spannung an die beiden Bauteile angelegt. An der Vorderseite der Apparatur befindet sich ein Eintrittsfenster aus Mylar, welches auch das Eindringen von leicht zu absorbierender Strahlung (wie α-Strahlung) ermöglicht. Der Innenraum des Zählrohres ist mit einem Gas (*Zählgas*) gefüllt, welches mit Alkoholdämpfen versetzt ist. Auf die Funktion letzterer wird später eingegangen. Der beschriebene Aufbau des *GMZ* ist in Abbildung 1 dargestellt. Die Polung der anliegenden Spannung ist ebenfalls der Abbildung zu entnehmen.

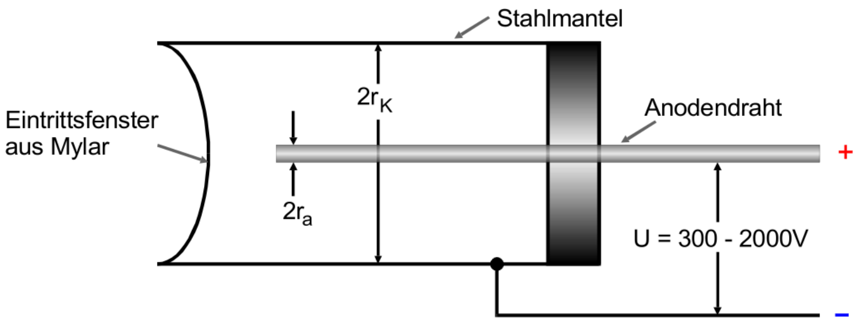

Abbildung 1: Aufbau eines Geiger-Müller-Zählrohres [1].

Wie oben bereits erwähnt, kommt es durch einfallende Strahlung zu Ionisation von Gasmolekülen. Da es vor der Absorption des Teilchens zu einer Vielzahl von Ionisationsakten kommt, bei welchen im Mittel eine Energie von nur 26 eV abgegeben wird, ist die Anzahl der ionisierten Teilchen proportional zur Energie der Strahlung.
Die nun separierten Elektronen-Ionen Paare bewegen sich anschließend auf Grund der anliegenden Spannung in Richtung der Anode bzw. Kathode. Dabei treten abhängig von der Spannung verschiedene Prozesse auf. Es lassen sich verschiedene Bereiche identifizieren, die in Abbildung 2 eingetragen sind.

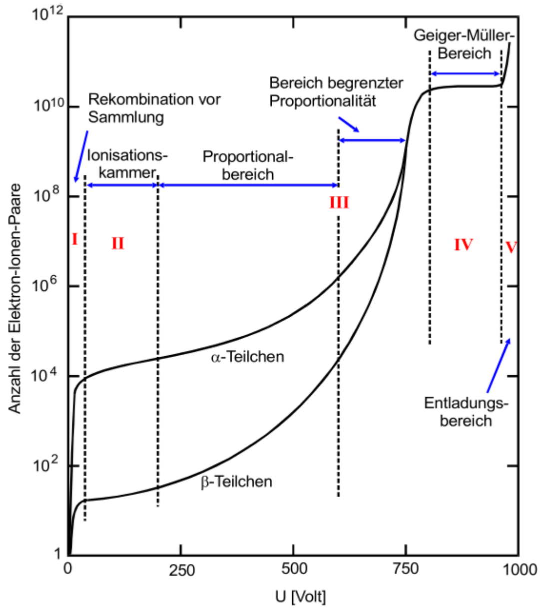

Abbildung 2: Anzahl der Ionenpaare gegen die Spannung und Unterteilung in verschiedene Bereiche [1].

1) Rekombination

Ein Großteil der ionisierten Teilchen rekombiniert wieder zu neutralen Teilchen, da die Beschleunigungsspannung zwischen Anode und Kathode zu gering ist.

2) Ionisationskammer

Die Ionisationskammer ist eine Vorstufe zum Zählrohr. In diesem Bereich gelangen praktisch alle Elektronen zum Anodendraht. Der so entstehende Strom ist sehr gering und proportional zur Energie und zur Intensität der Strahlung.

3) Proportionalbereich

Im Proportionalbereich erlangen die beschleunigten Elektronen soviel Energie, dass sie selbst wieder Moleküle/Atome ionisieren können. Es entsteht eine Elektronenlawine, die sogenannte *Townsend-Lawine*. Es sammelt sich eine ausreichend Große Menge an Ladung an, sodass Ladungsimpulse, die proportional zur Energie der Strahlung sind, gemessen werden können. Ein Detektor, welcher in diesem Bereich arbeitet wird Proportionalzählrohr genannt. Mit einem solchen Zählrohr können Strahlungsintensitäten und -Energien gemessen werden.

4) Geiger-Müller-Bereich

In diesem Bereich kommt es zu Elektronenlawinen im ganzen Volumen des Zählrohres, welche durch UV-Photonen aus der primären Elektronenlawine ausgelöst werden. Da so die Proportionalität zur Primärionisation verloren geht, kann nur noch auf die Strahlungsintensität geschlossen werden. Pro einfallendem Teilchen sammelt sich genügend Ladung an um diese auf einfache Weise nachweisen zu können. Dies ist der Funktionsbereich des *GMZ*.

5) Entladungsbereich

Im Entladungsbereich erreichen die Ionen eine Energie, die es ihnen ermöglicht Elektronen aus dem Kathodenmantel auszulösen (*Sekundärelektronen*). Dieser Prozess wird *Nachentladung* genannt und kann durch wiederholte Kettenreaktionen zu einer Dauerentladung führen, was hohe Stromdichten bedingt und somit zur Zerstörung des Zählrohres führt. Nachentladungsprozesse treten auch im Geiger-Müller-Bereich auf, weshalb Alkoholmoleküle dem Gasgemisch des *GMZ* hinzugefügt werden, welche durch Kollision mit den Edelgasionen die Nachentladung verhindern sollen.

Der Anodenstrom ist offensichtlich proportional zur freigesetzten Ladungsmenge ($I = \dot{Q}$). Sein Mittelwert kann mithilfe der in der Zeit Δt registrierten Teilchenzahl Z und der pro Zeiteinheit transportierten Ladungsmenge ΔQ über

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} Z \tag{1}$$

berechnet werden.

2.2 Tot- und Erholungszeit eines Zählrohres

Aufgrund der im Vergleich zu den Elektronen großen Masse der positiven Ionen bewegen sich diese langsamer zur Kathode. Es entsteht eine positive Raumladung (*Ionenschlauch*), der das elektrische Feld zwischen Anodendraht und Kathode abschwächt. Dies hat zur Folge, dass für eine Zeit T keine Stoßionisation stattfinden kann und somit keine Elektronenlawinen gebildet werden können. Strahlung, welche in dieser Zeit in das Geiger-Müller-Zählrohr eindringt, kann also nicht detektiert werden. Die Zeit T wird Totzeit genannt. Sobald die positive Ladungswolke zur Kathode abwandert, steigt die effektive Feldstärke wieder an und es können wieder Elektronenlawinen entstehen. Die Zeit, bis alle Ionen wieder neutralisiert sind wird Erholungszeit T_E genannt.

2.3 Charakteristik eines Geiger-Müller-Zählrohres

Durch Auftragen der gemessenen Teilchenzahl N gegen die Spannung U zwischen Kathode und Anode entsteht bei konstanter Strahlungsintensität eine Kurve, die die Charakteristik eines Geiger-Müller-Zählrohres beschreibt. Eine solche Kurve ist in Abbildung 3 dargestellt. Der gezeigte Bereich entspricht dem Bereich 4) aus Abbildung 2.
Der Bereich der linearen Steigung wird *Plateau* genannt. Er ist der Arbeitsbereich des Zählrohres. Seine Länge und Steigung sind ein Maß für die Qualität des Messinstrumentes. Dabei sollte die Länge möglichst groß und der Anstieg möglichst gering ausfallen. Die Steigung wird üblicherweise pro 100 V angegeben und wird durch Nachentladungen verursacht, die trotz des Alkoholzusatzes entstehen.

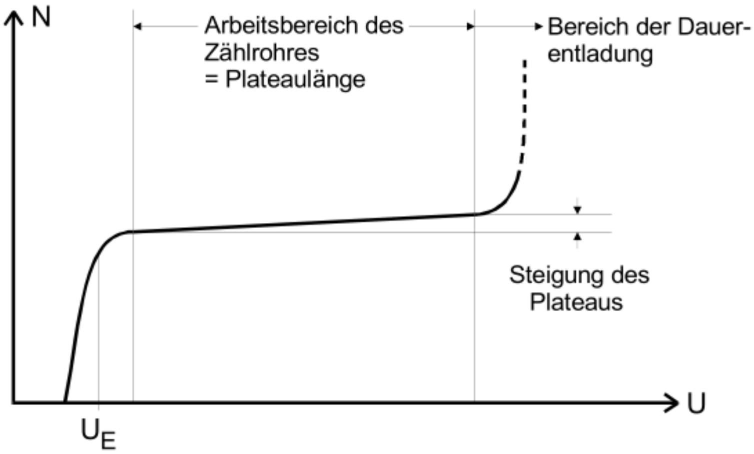

Abbildung 3: Charakteristische Kurve eines Geiger-Müller-Zählrohres [1].

3 Durchführung

Für die Durchführung dieses Versuches werden lediglich ein Geiger-Müller-Zählrohr, im folgendem durch *GMZ* abgekürzt, und β-Strahler benötigt. Der Aufbau der verwendeten Messapparatur wird in Abbildung 4 dargestellt. Die Funktionsweise und der Aufbau des *GMZ's* wurden bereits im Abschnitt 2 diskutiert.

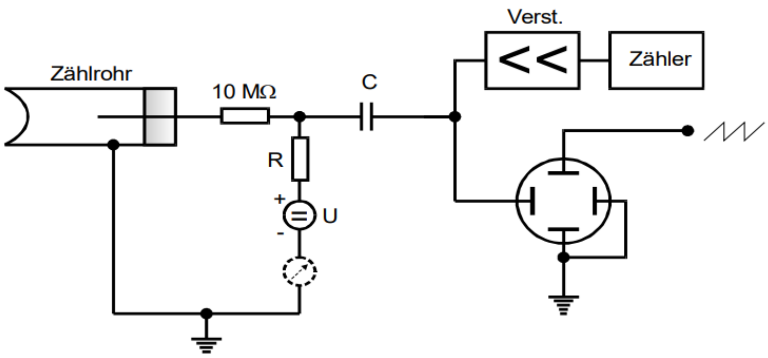

Abbildung 4: In dieser Abbildung ist der Aufbau der verwendeten Messapparatur skizziert. [1]

Zunächst wird nun die Charakteristik des Zählrohes aufgenommen. Dazu wird ein β-Strahler vor dem Zählrohr platziert. Das Zählrohr wird nun bei unterschiedlichen Spannungen betrieben. Dabei wird ein Spannungsintervall von 320 V bis 700 V durchlaufen, wobei das Messzeitintervall groß genug gewählt werden muss, damit der statistische Fehler jedes Messpunktes klein ist. Bei der verwendeten Messapparatur wird dafür 120 s bei jeder Spannung gemessen.
Daraufhin wird die *Nachentladung* untersucht. Dazu wird das Zählrohr an ein *Oszilloskop* angeschlossen. Dann wird die Strahlungsintensität des β-Strahlers abgesenkt. Dazu ist

eine Ablenkgeschwindigkeit von circa 50 µs/cm ausreichend. Dann wird die Spannung zunächst auf circa 350 V gesenkt, sodass die Nachentladung vernachlässigbar wird. Ist die Apparatur korrekt eingestellt wird die Spannung auf 700 V gestellt. Das resultierende Bild des Oszilloskops kann dann ausgewertet werden.
Zuletzt wird über die *Zwei-Quellen-Methode* die Totzeit des Zählrohrs bestimmt. Dazu werden zunächst zwei unterschiedliche β-Strahler mit dem Zählrohr abgemessen. Dann werden beiden Stahler gleichzeitig vermessen. Dies geschieht bei einer Spannung von 500 V. Dabei wird bei jeder Messung erneut der statistische Fehler klein gehalten. Diese drei Messungen genügen, damit die Totzeit über den Quotienten

$$T \approx \frac{N_1 + N_2 - N_{12}}{2N_1N_2} \tag{2}$$

genähert werden kann. Die Ausdrücke N_i sind die Zählraten des *GMZ* der i-ten Quelle.

4 Auswertung

Die Fehlerrechnung dieses Kapitels genügt der gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta F = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}y_i}\varDelta y_i\right)^2}. \tag{3}$$

Die Fehlerrechnung wird in *Python* unter Verwendung des Paketes *uncertainties* [4] durchgeführt, jedoch werden die entsprechenden Fehlerformeln an den jeweiligen Stellen angegeben.

4.1 Bestimmung der Charakteristik des *GMZ*

Um die Charakteristika des verwendeten Geiger-Müller-Zählrohres zu bestimmen werden die Messwerte aus Tabelle 1 verwendet. Die Zählraten des *GMZ* folgen einer Poissoin-Verteilung, weshalb sich die Unsicherheit der Messwerte Z als $\Delta Z = \sqrt{Z}$ annehmen lässt. Nach Division durch die Messzeit $t = 120\,\mathrm{s}$ folgt die anschauliche und vergleichbare Größe N, die die Zählraten pro Zeiteinheit beschreibt. Ihr Fehler ergibt sich nach (3) zu

$$\Delta N = \frac{\sqrt{Z}}{120\,\mathrm{s}}.$$

Das Auftragen der zeitlich gemittelten Zählraten N gegen die Spannung ergibt die charakteristische Kurve des *GMZ*. Diese ist in Abbildung 5 dargestellt. Es lässt sich ein Bereich feststellen, in welchem die Kurve annähernd linear verläuft. Dieser ist mit grünen Messpunkten markiert.
Durch eine lineare Regression mittels *scipy* [3] folgen die Parameter

$$a = (0{,}0125 \pm 0{,}0022)\,\mathrm{V}^{-1}\mathrm{s}^{-1} \qquad b = (104{,}4 \pm 1{,}1)\,\mathrm{V}$$

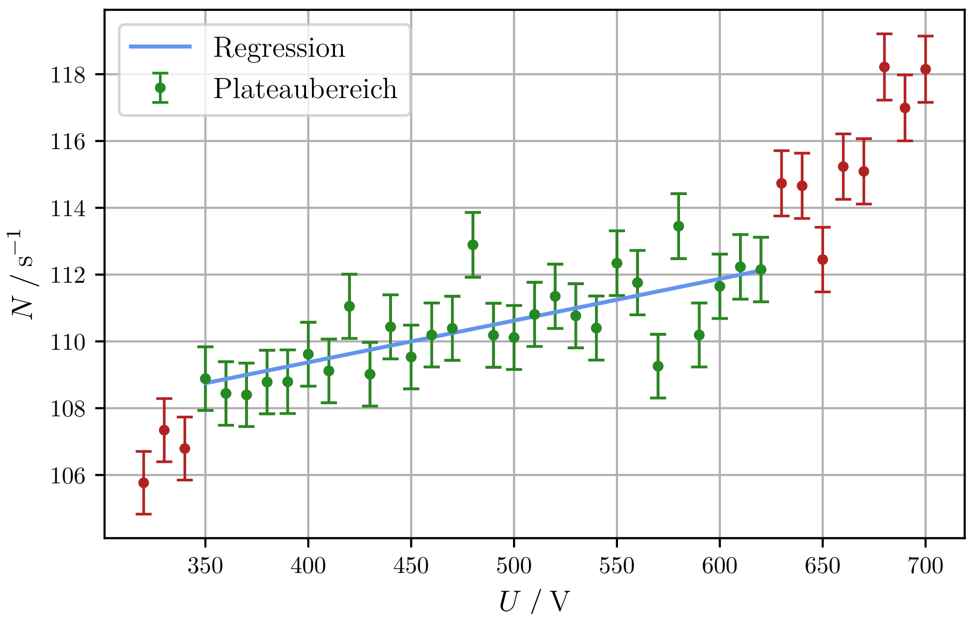

Abbildung 5: Messwerte der Charakteristik-Kurve des verwendeten Geiger-Müller-Zählrohres und lineare Ausgleichsgerade. Erstellt mit *matplotlib* [2].

der Ausgleichsgeraden $f(x) = ax + b$. Die Plateausteigung folgt durch

$$m_{\text{Plateau}} = \frac{a \cdot 100}{N(U_\text{m})},$$

wobei U_m als Plateaumitte gewählt wird. Die Fehler der Zählraten ergeben sich zu

$$\Delta N(U) = \sqrt{(U \cdot \Delta a)^2 + \Delta b^2}.$$

Der Fehler der Plateausteigung kann über

$$\Delta m = \sqrt{\left(\frac{100}{N}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{100a}{N^2}\Delta N\right)^2}$$

berechnet werden. Durch Einsetzen einer Plateaumitte von $U_\text{m} \approx 500\,\text{V}$ folgt die Plateausteigung $m_{\text{Plateau}} = (1{,}13 \pm 0{,}20)\,\%/\text{V}$
Die Länge des Plateaus ist die Differenz der äußersten Messpunkte, welche zum Plateau gezählt werden. Sie lautet $L = 270\,\text{V}$

4.2 Untersuchung der Nachentladung

Der zeitliche Abstand zwischen dem Primär- und Nachentladungsimpulsen kann über eine Betrachtung mit einem Oszilloskop bestimmt werden. Das dazu aufgenommene Bild wird in Abbildung 6 dargestellt. Aus der Abbildung kann entnommen werden, dass der Abstand zwischen dem Primär- und Nachentladungsimpulsen circa 3,7 Kästchen in der Abbildung 6 beträgt. Ein Kästchen entspricht einem zeitlichen Abstand von 50 µs daher liegen die Impulse um 185 µs auseinander.

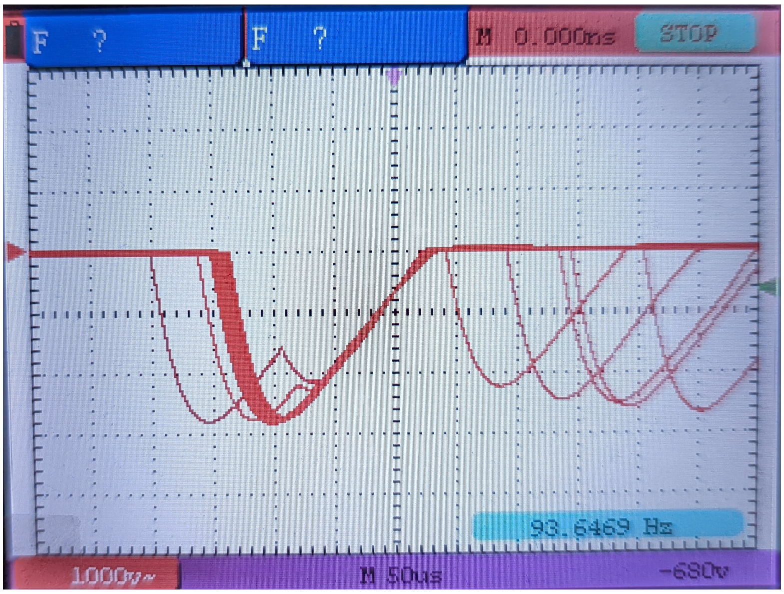

Abbildung 6: In dieser Abbildung sind die Messdaten zur Nachentladung und zur Totzeit dargestellt, welche mittels eines Oszilloskops aufgenommen wurden.

4.3 Bestimmung der Totzeit des Zählrohres

Die Totzeit des verwendeten Zählrohres wird im Folgenden über zwei Methoden bestimmt. In der ersten Methode wird die Totzeit aus einer Messung mit einem Oszilloskop bestimmt. Die aufgenommen Messdaten sind in Abbildung 6 dargestellt. Die Totzeit kann bestimmt werden durch den zeitlichen Abstand des *Hauptpeaks* bis zur Stelle, an welcher die Amplitude wieder auf Null absinkt. Abbildung 6 kann entnommen werden, dass dieser Abstand 2,6 Kästchen entspricht. Daher folgt, äquivalent zum Unterabschnitt 4.2, dass die Totzeit über diese Methode $T = 130\,\mu\text{s}$ beträgt. Als zweite Methode wird die Zwei-Quellen-Methode verwendet. Bei einer Spannung $U = 500\,\text{V}$ und eine Messdauer von 120 s wurde für den ersten β-Strahler eine Zählrate $Z_1 = 20\,182 \pm 142$ gemessen. Die Zählrate des zweiten β-Strahlers lautet $Z_2 = 16\,262 \pm 128$. Die Messung beider Strahler zusammen ergab eine Zählrate von $Z_{1+2} = 36\,370 \pm 191$. Nach Division durch $t = 120\,\text{s}$ folgen die Werte der Größen N_i. Die Totzeit kann gemäß

$$T = \frac{N_1 + N_2 - N_{1+2}}{2N_1N_2} \tag{4}$$

bestimmt werden. Aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (3) folgt der Fehler

$$\Delta T = \sqrt{\left(\frac{N_1 - N_{1+2}}{2N_2N_1^2} \cdot \Delta N_1\right)^2 + \left(\frac{N_{1+2} - N_1}{2N_1N_2^2} \cdot \Delta N_2\right)^2 + \left(\frac{\Delta N_{1+2}}{2N_1N_2}\right)^2}$$

der Totzeit. Mit der Zwei-Quellen-Methode ergibt sich eine Totzeit des Zählrohres von $T = (13{,}53 \pm 49{,}23)\,\mu\text{s}$.

4.4 Freigesetze Ladung des Zählrohres

Die freiwerdende Ladungsmenge Q kann aus der Gleichung 1 durch umstellen nach dQ errechnet werden. Daraus ergibt sich die Gleichung

$$Q = \frac{\bar{I}t}{Ze}. \tag{5}$$

Da zu $\bar{I}$ die Unsicherheit $\Delta\bar{I} = 0{,}1\,\mu\text{A}$ angenommen wird und Z ebenfalls mit $\Delta Z = \sqrt{Z}$ fehlerbehaftet ist, folgt die Unsicherheit

$$\Delta Q = \sqrt{\left(\frac{t}{Ze} \cdot \Delta\bar{I}\right)^2 + \left(\frac{\bar{I}t}{Z^2e} \cdot \Delta Z\right)^2}$$

der Ladungen. Die daraus resultierenden Ladungswerte sind Abbildung 7 in Abhänigkeit von der Spannung zu entnehmen.

Tabelle 1: Messwerte der charakteristischen Kurve des *GMZ* und zur Bestimmung der freigesetzten Ladung. Es wurde jeweils für $t = 120\,\mathrm{s}$ gemessen. U beschreibt die Spannung, Z die Zählraten und I den mittleren Strom. N sind die Zählraten pro Sekunde mit Fehlerangabe. Die Unsicherheit der Strommesswerte beträgt 0,1 µA

U / V	Z	N / s^{-1}	I / µA
320	12 692	$105{,}8 \pm 0{,}94$	0,1
330	12 881	$107{,}3 \pm 0{,}95$	0,2
340	12 815	$106{,}8 \pm 0{,}94$	0,2
350	13 066	$108{,}9 \pm 0{,}95$	0,2
360	13 013	$108{,}4 \pm 0{,}95$	0,2
370	13 008	$108{,}4 \pm 0{,}95$	0,2
380	13 054	$108{,}8 \pm 0{,}95$	0,2
390	13 055	$108{,}8 \pm 0{,}95$	0,2
400	13 154	$109{,}6 \pm 0{,}96$	0,2
410	13 094	$109{,}1 \pm 0{,}95$	0,2
420	13 326	$111{,}1 \pm 0{,}96$	0,3
430	13 082	$109{,}0 \pm 0{,}95$	0,3
440	13 252	$110{,}4 \pm 0{,}96$	0,3
450	13 144	$109{,}5 \pm 0{,}96$	0,3
460	13 223	$110{,}2 \pm 0{,}96$	0,3
470	13 247	$110{,}4 \pm 0{,}96$	0,4
480	13 547	$112{,}9 \pm 0{,}97$	0,4
490	13 222	$110{,}2 \pm 0{,}96$	0,4
500	13 214	$110{,}1 \pm 0{,}96$	0,4
510	13 297	$110{,}8 \pm 0{,}96$	0,4
520	13 362	$111{,}4 \pm 0{,}96$	0,4
530	13 292	$110{,}8 \pm 0{,}96$	0,4
540	13 248	$110{,}4 \pm 0{,}96$	0,4
550	13 481	$112{,}3 \pm 0{,}97$	0,5
560	13 411	$111{,}8 \pm 0{,}97$	0,5
570	13 111	$109{,}3 \pm 0{,}95$	0,5
580	13 614	$113{,}5 \pm 0{,}97$	0,6
590	13 223	$110{,}2 \pm 0{,}96$	0,6
600	13 398	$111{,}7 \pm 0{,}96$	0,6
610	13 468	$112{,}2 \pm 0{,}97$	0,6
620	13 458	$112{,}2 \pm 0{,}97$	0,6
630	13 768	$114{,}7 \pm 0{,}98$	0,6
640	13 759	$114{,}7 \pm 0{,}98$	0,7
650	13 494	$112{,}5 \pm 0{,}97$	0,7
660	13 828	$115{,}2 \pm 0{,}98$	0,6
670	13 811	$115{,}1 \pm 0{,}98$	0,7
680	14 186	$118{,}2 \pm 0{,}99$	0,8
690	14 039	$117{,}0 \pm 0{,}99$	0,8
700	14 178	$118{,}2 \pm 0{,}99$	0,8

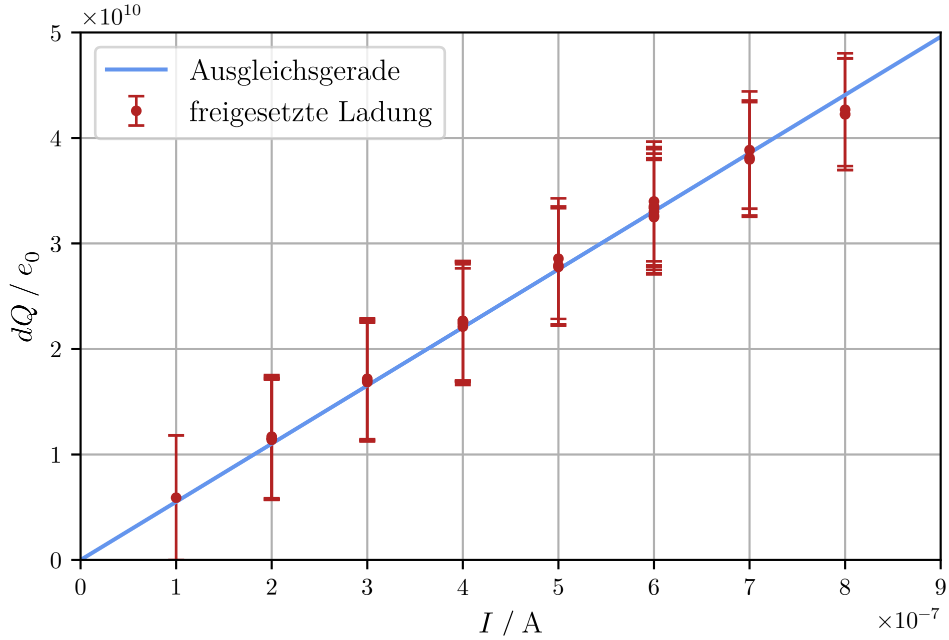

Abbildung 7: Freigesetzte Ladungsmenge gegen den Strom des Zählrohres. Eine deutliche Linearität ist zu erkennen. Auf Angabe des (konstanten) Fehlers des Stromes wird zwecks Übersichtlichkeit verzichtet.

5 Diskussion

In diesem Versuch wurde zunächst die Charakteristik des verwendeten Zählrohres bestimmt. Dabei wurde eine Plateaulänge $L = 270\,\mathrm{V}$ mit einer Steigung von $m_{\text{Plateau}} = (1{,}13 \pm 0{,}20)\,\%/\mathrm{V}$ bestimmt. Diese Werte zeugen von einem breiten Messintervall mit einer relativ geringen Steigung. Daher genügt das verwendete Zählrohr dem Genauigkeitsanspruch, der in den weiteren Messungen nötig ist.
Dann wurde die Nachentladung untersucht. Dabei ergab sich ein zeitlicher Abstand der untersuchten Peaks von 185 µs. Zu diesem Wert kann keine sinnvolle Ungenauigkeit angegeben werden, allerdings ist anzumerken das anhand des Bildes der Abstand nur bedingt genau abgelesen werden kann.
Anschließend wurde die Totzeit über zwei unterschiedliche Methoden berechnet. Dabei ergab die Totzeit durch Bestimmung mit dem Oszilloskop $T = 130\,\mathrm{\mu s}$. Dahingegen liefert die Zwei-Quellen-Methode eine Totzeit von $T = (13{,}53 \pm 49{,}23)\,\mathrm{\mu s}$. Der Wert des Oszilloskops unterliegt dem selben Fehler wie die Nachentladungszeit. Hier fällt eine große Diskrepanz der Werte auf. Außerdem beinhaltet die Zwei-Quellen-Methode einen großen Fehler der aufgrund der relativ kleinen Zählraten auf die Possion-Verteilung zurückgeführt werden kann.
Zuletzt wurde die freigesetzte Ladung des Zählrohres untersucht. Dabei kann Abbildung 7 eine annähernd linearer Zusammenhang entnommen werden. Dieser stimmt mit dem erwartetem Aussehen der Kurve überein, weshalb diese Bestimmung im Rahmen der Messgenauigkeit als gelungen angenommen werden kann.

Literatur

[1] *703 - Das Geiger-Müller-Zählrohr.* TU Dortmund. URL: `https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1977248/mod_resource/content/2/V703.pdf` (besucht am 08. 06. 2022).

[2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: `http://matplotlib.org/`.

[3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python.* Version 0.16.0. URL: `http://www.scipy.org/`.

[4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties.* Version 2.4.6.1. URL: `http://pythonhosted.org/uncertainties/`.

Anhang

V703

$t = 120\,s$ $\Delta I = \pm 0{,}1\,\mu A$

U/V	N	I/µA
320	12692	0,1?
330	12881	0,2
340	12815	0,2
350	13066	0,2
360	13013	0,2
370	13008	0,2
380	13054	0,2
390	13055	0,2
400	13154	0,2
410	13094	0,2
420	13326	0,3
430	13082	0,3
440	13252	0,3
450	13144	0,3
460	13223	0,3
470	13247	0,4
480	13547	0,4
490	13222	0,4
500	13214	0,4
510	13297	0,4
520	13362	0,4
530	13292	0,4
540	13248	0,4
550	13481	0,5
560	13411	0,5
570	13111	0,5
580	13614	0,6
590	13223	0,6
600	13398	0,6
610	13468	0,6
620	13458	0,6
630	13768	0,6
640	13759	0,7
650	13494	0,7
660	13828	0,6
670	13811	0,7
680	14186	0,8
690	14039	0,8
700	14178	0,8

Messung d) 2-Quellen-Methode

@ 500V , $t = 120s$

$N_1 = 20182$

$N_{12} = 36370$

$N_2 = 16262$