

V101

Das Trägheitsmoment

Lukas Bertsch

lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Steffen Kober

steffen.kober@tu-dortmund.de

Durchführung: 11.01.2022

Abgabe: 18.01.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Ziel	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
3.1 Vorbereitungsaufgaben	4
3.2 Experimentelle Bestimmung der Apparatkonstanten	4
3.3 Experimentelle Bestimmung der Trägheitsmomente einfacher Körper . . .	5
3.4 Experimentelle Bestimmung der Trägheitsmomente komplexer Körper . .	5
4 Auswertung	5
4.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße und des Eigenträgheitsmoments der Drehachse	6
4.2 Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Zylinders	7
4.3 Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Kugel	7
4.4 Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Holzpuppe	8
4.4.1 Trägheitsmoment der ersten Stellung	9
4.4.2 Trägheitsmoment der zweiten Stellung	10
5 Diskussion	10
Literatur	11

1 Ziel

In diesem Versuch sollen die Trägheitsmomente zweier Körper und einer Modellpuppe experimentell ermittelt werden. Die experimentell bestimmten Trägheitsmomente lassen sich anschließend mit den theoretisch berechneten Werten vergleichen um den *Steiner'schen Satz* zu verifizieren.

2 Theorie

Analog zur Masse eines Körpers bei einer Translation gibt es ein Trägheitsmoment I , welches die Trägheit des Körpers gegenüber Rotationen beschreibt. Für eine punktförmige Masse m mit senkrechtem Abstand r zur Drehachse berechnet sich das Drehmoment zu $I = mr^2$. Bei einer kontinuierlichen Massenverteilung ergibt sich mit der Dichte $\rho(r)$

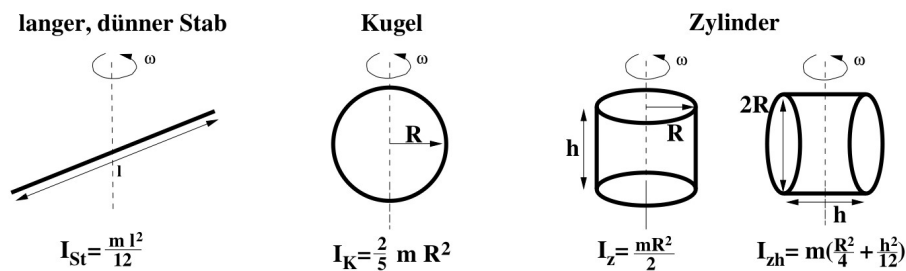
$$I = \int r^2 dm = \int_V \rho(r) r^2 dV \quad (1)$$

für das Trägheitsmoment bezüglich einer Achse durch den Körperschwerpunkt. Verläuft die Drehachse nicht durch den Schwerpunkt des Körpers, lässt sich das Trägheitsmoment bezüglich dieser Achse mithilfe des Steiner'schen Satzes berechnen. Dieser liefert für eine Drehachse, welche parallel zu einer Achse durch den Schwerpunkt liegt und den Abstand a zu dieser hat, das Trägheitsmoment

$$I = I_S + ma^2, \quad (2)$$

wobei I_S das Trägheitsmoment bezüglich der Schwerpunktsachse ist. Für einfache Geometrien ergeben sich bei konstanter Dichte ρ grundlegende Trägheitsmomente, die Abbildung 1 zu entnehmen sind.

Abbildung 1: Trägheitsmomente einfacher Körper mit homogener Dichte [3].



In diesem Versuch wird ein System betrachtet, bei welchem eine Drehachse über das rücktreibende Drehmoment einer Feder in Schwingung versetzt werden kann, wenn die Drehachse um einen Winkel ϕ ausgelenkt wird. Ein Drehmoment \vec{M} wird durch eine Kraftwirkung \vec{F} entlang eines Kraftarms \vec{r} senkrecht zur Drehachse bewirkt und lässt sich

über den Zusammenhang $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$ berechnen. Das beschriebene System ist ein Beispiel eines harmonischen Oszillators, dessen Differentialgleichung durch eine Schwingung mit der Schwingungsdauer

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \quad (3)$$

gelöst wird. D ist dabei die Winkelrichtgröße (*Direktionsmoment*), welche der Federkonstante bei einer Translation entspricht. Aus dieser Gleichung lässt sich das Drehmoment des Körpers –abzüglich des Eigenträgheitsmoments I_D der Drehachse selbst– zu

$$I_K = \frac{T^2}{4\pi^2} D - I_D \quad (4)$$

bestimmen. Die Winkelrichtgröße beschreibt den Zusammenhang

$$M = D \cdot \phi$$

zwischen Auslenkung ϕ und dem Betrag M des wirkenden Drehmoments. Für eine zum Kraftarm senkrechte Kraftwirkung ergibt sich für die Winkelrichtgröße

$$D = \frac{F \cdot r}{\phi}. \quad (5)$$

3 Durchführung

In diesem Versuch werden, wie im Abschnitt 1 beschrieben, die Trägheitsmomente verschiedener Körper berechnet.

3.1 Vorbereitungsaufgaben

Vorbereitend zu diesem Versuch werden zunächst ein paar beispielhafte Drehmomente M_{Bsp} zu verschiedenen Abständen r_{Bsp} berechnet. Dazu wird die Formel $M = Fr \cos(\frac{\pi}{2})$ genutzt. Die errechneten Werte können Tabelle 1 entnommen werden.

3.2 Experimentelle Bestimmung der Apparatkonstanten

Zu Beginn werden die Winkelrichtgröße D und das Eigenträgheitsmoment I_D der Drill-Achse bestimmt. Dazu wird zunächst ein Stab durch die Drill-Achse gesteckt. Dann wird ein Newtonmeter, mit einem Winkel von 90° , an dem Stab eingehängt. Die Drill-Achse wird nun mit dem Newtonmeter um 90° gedreht. Dann wird die Kraft auf dem Newtonmeter abgelesen und notiert. Diese Messung wird mindestens zehn mal durchgeführt und die Ergebnisse danach gemittelt. Dazu wird ebenfalls der Abstand der Aufhängung zur Drill-Achse notiert. Daraus wird die Winkelrichtgröße bestimmt. Um das Eigenträgheitsmoment der Drill-Achse zu bestimmen werden zwei Gewichte in symmetrischen Abständen an der Stange angebracht. Nun wird die Stange ausgelenkt, sodass sie schwingt. Dabei wird die Schwingungsdauer für mehrere Perioden gemessen und schließlich gemittelt. Diese Messung wird für mindestens zehn verschiedene Aufhängungen der Gewichte durchgeführt, wobei der Abstand der Gewichte zum Mittelpunkt ebenfalls notiert wird. Aus dieser Messung kann dann das Eigenträgheitsmoment bestimmt werden.

Tabelle 1: Berechnete Werte der Vorbereitungsaufgabe

r_{Bsp}/cm	$M_{\text{Bsp}}/\text{mNm}$
5	3.563
7.5	5.3
10	7.07
12.5	8.8
15	10.6
17.5	12.37
20	14.14
22.5	15.9
25	17.67

3.3 Experimentelle Bestimmung der Trägheitsmomente einfacher Körper

Es soll nun das Trägheitsmoment zweier einfacher Körper bestimmt werden. Dazu werden diese Körper zunächst gewogen und abgemessen. Dann werden die Körper auf der Drill-Achse angebracht. Nun werden die Körper um 90° auf der Drill-Achse ausgelenkt. Es wird die Schwingungsdauer gemessen. Pro Körper werden fünf Messungen durchgeführt und die Ergebnisse werden gemittelt.

3.4 Experimentelle Bestimmung der Trägheitsmomente komplexer Körper

Zuletzt werden noch die Trägheitsmomente komplexerer Körper bestimmt. Dazu wird erneut eine Drill-Achse genutzt. Als komplexer Körper wird eine Holzpuppe verwendet. Diese ist in Abbildung 3 zu sehen. Nun wird die Holzpuppe an ihrem Stab in die Drill-Achse eingespannt. Zunächst wird sie in Stellung 1 gebracht, welche in Abbildung 4a zusehen ist. In dieser Stellung wird die Figur fünf mal um 90° und weitere fünf mal um 120° ausgelenkt. Dabei werden immer circa drei Periodendauern gemessen und abschließend gemittelt. Dieses Verfahren wird für Stellung 2, welche Abbildung 4b entnommen werden kann, erneut durchgeführt.

4 Auswertung

Die Messunsicherheiten des folgenden Kapitels wurden mit *Python* unter Verwendung des Paketes *scipy* [2] bestimmt. Sie folgen aus der gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta F = \sqrt{\sum_i \left(\frac{dF}{dy_i} \Delta y_i \right)^2}. \quad (6)$$

4.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße und des Eigenträgheitsmoments der Drehachse

Bevor mit dem eigentlichen Versuch begonnen werden kann, müssen die Winkelrichtgröße D der Feder und das Eigenträgheitsmoments I_D der Drehachse ermittelt werden. Erstere kann mithilfe der Messwerte aus Tabelle 2 durch Gleichung 5 bestimmt werden. Neben den Messwerten finden sich die jeweiligen Werte der Winkelrichtgröße in der genannten Tabelle. Durch Mittelung der experimentellen Werte für die Winkelrichtgröße ergibt sich

Tabelle 2: Messdaten zur Bestimmung der Winkelrichtgröße zum festen Abstand $a = 20 \text{ cm}$

$\phi / ^\circ$	F / N	$D / \text{Nm/rad}$
20	0,025	0,029
30	0,045	0,034
40	0,067	0,038
50	0,1	0,046
60	0,124	0,047
70	0,145	0,047
80	0,17	0,049
90	0,25	0,064
100	0,27	0,062
110	0,3	0,063

der Mittelwert $D = (0,048 \pm 0,012) \text{ Nm/rad}$.

Zur Bestimmung des Eigendrehmoments der Drehachse wird Gleichung 3 betrachtet. Für das Quadrat der Schwingungsdauer T ergibt sich durch einsetzen des Gesamtträgheitsmoments $I = I_D + I_{\text{Zylinder}}$ unter Verwendung des Satzes von Steiner (2)

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D} (I_D + 2I_{\text{Z,h}} + 2ma^2) \quad (7)$$

mit der Masse $m = 261,2 \text{ g}$, dem Trägheitsmoment $I_{\text{Z,h}}$ eines zylinderförmigen Gewichtes und dem Abstand a der Zylinder zur Drehachse. $I_{\text{Z,h}}$ berechnet sich dabei nach der Gleichung für einen horizontalen Zylinder aus Abbildung 1. Dies stellt eine Geradengleichung der Form $f(x) = mx^2 + b$ mit $f(x) = T^2(a^2)$ dar. In Abbildung 2 sind die Quadrate der Messwerte für die Schwingungsdauer T zum Abstand a zur Drehachse aufgeführt. Eine lineare Regression mittels *scipy* [2] ergibt die Geradenparameter $m = (732 \pm 5) \text{ s}^2/\text{m}^2$ und $b = (5,62 \pm 0,27) \text{ s}^2$. Ein Koeffizientenvergleich von Gleichung 7 und der Geradengleichung ergibt

$$b = \frac{4\pi^2}{D} (I_D + 2I_{\text{Z,h}}),$$

woraus sich das Eigenträgheitsmoment I_D bestimmen lässt. Mit dem Durchmesser $d = 4,5 \text{ cm}$ und der Höhe $h = 2 \text{ cm}$ der zylinderförmigen Gewichte folgt $I_D = (6,2 \pm 1,6) \text{ g m}^2$.

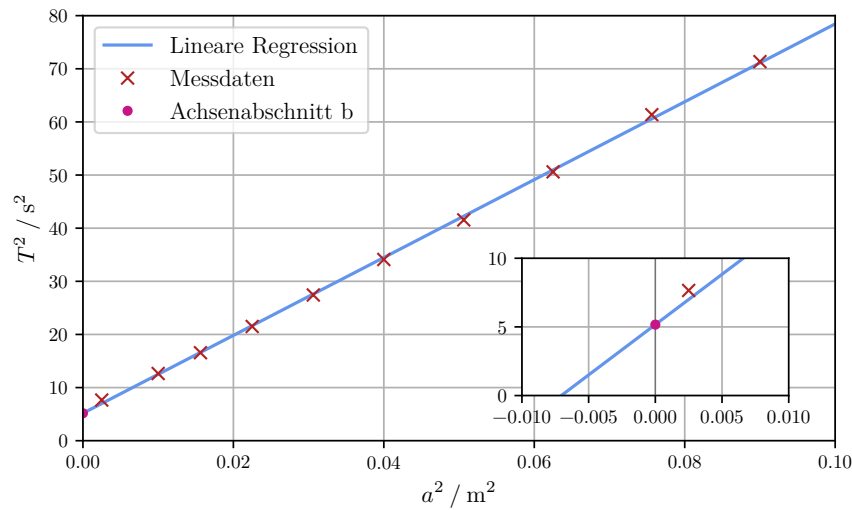


Abbildung 2: Graph der Quadrate der Messwerte und Ausgleichsgerade der linearen Regression. [1]

Dieser Wert liegt eine Größenordnung über den im Folgenden zu bestimmenden Trägheitsmomenten, was nicht der Wahrheit entsprechen kann, da das Trägheitsmoment der Drehachse selbst sehr viel kleiner ist. Näheres hierzu findet sich in Abschnitt 5. Der wahre Wert von I_D wird für weitere Rechnungen als vernachlässigbar gering angenommen.

4.2 Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Zylinders

Der untersuchte Zylinder hatte eine Höhe von $h = 10,09 \text{ cm}$ und einen Durchmesser $d = 9,83 \text{ cm}$. Die Masse des Zylinder beträgt $m = 367,7 \text{ g}$. Die Periodendauer wurde zehn mal gemessen mit jeweils fünffacher Periodendauer. Diese können Tabelle 3 entnommen werden. Zur Berechnung des Trägheitsmomentes werden die Einzelmessungen zunächst über fünf Perioden gemittelt und danach wird ein Mittelwert aus den zehn Werten genommen. Die mittlere Periodendauer des Zylinders beträgt somit $\bar{T}_z = (0,760 \pm 0,008) \text{ s}$. Mittels Gleichung 4 kann das experimentelle Trägheitsmoment des Zylinders $I_{z,\text{exp}}$ berechnet werden. Durch einsetzen der Werte ergibt sich $I_{z,\text{exp}} = (0,70 \pm 0,18) \text{ g m}^2$. Der Theoriewert $I_{z,\text{theo}}$ des Trägheitsmomentes eines Zylinders lässt sich nach der Formel für I_z berechnen, welche Abbildung 1 entnommen werden kann. Durch Einsetzen der Abmessungen des Zylinders kann $I_{z,\text{theo}} = 0,444 \text{ g m}^2$ berechnet werden.

4.3 Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Kugel

Die untersuchte Kugel hat einen Durchmesser von $d_k = 14,72 \text{ cm}$ und eine Masse von $m_k = 1170,3 \text{ g}$. Die Messwerte zur Periodendauer der Kugel können Tabelle 3 entnommen werden. Wie schon in Unterabschnitt 4.2 wird auch hier ein Mittelwert für die Berechnung vom Trägheitsmoment verwendet. Die mittlere Periodendauer der Kugel liegt bei $\bar{T}_k =$

Tabelle 3: Messung der Periodendauern von einfach Körpern. T_z beschreibt die Periodendauer des Zylinders und T_k die der Kugel.

$5T_z/s$	$5T_k/s$
3.81	9.29
3.76	9.20
3.77	9.43
3.78	9.37
3.74	9.24
3.85	9.40
3.82	9.32
3.84	9.21
3.86	9.28
3.77	9.30

$(1,861 \pm 0,016)$ s. Das experimentelle Trägheitsmoment $I_{k,\text{exp}}$ der Kugel lässt sich gemäß Gleichung 4 berechnen. Dadurch ergibt sich $I_{k,\text{exp}} = (4,2 \pm 1,1) \text{ g m}^2$. Den Theoriewert zum Trägheitsmoment einer Kugel kann man mit der Formel $I_{k,\text{theo}} = \frac{2}{5}m_k(d_k/2)^2$ berechnet werden, welche Abbildung 1 zu entnehmen ist. Mit den gemessenen Größen ergibt $I_{k,\text{theo}} = 2,53 \text{ g m}^2$.

4.4 Bestimmung des Trägheitsmomentes einer Holzpuppe

Das Trägheitsmoment einer Holzpuppe wird im folgendem für zwei unterschiedliche Stellungen der Puppe berechnet. Zuvor werden noch die Maße der Puppe ausgewertet. Aus diesen Durchmessern wird der Mittelwert gebildet, damit die einzelnen Körperteile

Tabelle 4: Messdaten zur Bestimmung der Körpermodellierung. d_k beschreibt den Durchmesser des Kopfes. Weiter beschreibt der Index a den Arm, r den Rumpf und b das Bein der Puppe.

d_k/cm	d_a/cm	d_r/cm	d_b/cm
2,61	1,30	3,86	1,92
2,86	1,38	3,76	1,91
2,90	1,40	3,55	1,80
2,83	1,46	3,00	1,60
2,66	1,20	3,52	1,56
2,21	1,37	3,73	1,60
	1,47	4,00	1,70
	1,23	4,22	1,62
	1,12		1,40
	1,27		1,30

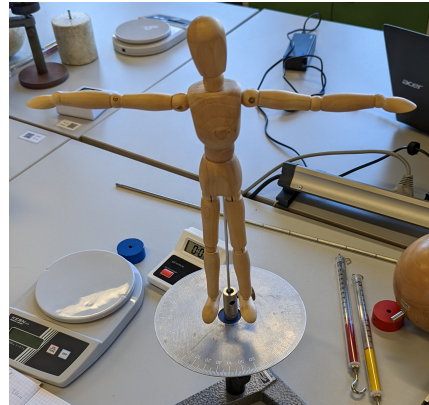
als Zylinder genähert werden können. Damit ergeben sich die Abmessungen vom Kopf mit der Länge $l_k = 4,14 \text{ cm}$, dem Radius $r_k = (0,0134 \pm 0,0013) \text{ cm}$ und der Masse $m_k = (0,018 \pm 0,004) \text{ kg}$, Die Arme mit $l_a = 12,91 \text{ cm}$, dem Radius $r_k = (0,0066 \pm 0,0006) \text{ cm}$ und der Masse $m_k = (0,0136 \pm 0,0025) \text{ kg}$, der Rumpf mit $l_r = 9,84 \text{ cm}$, dem Radius $r_k = (0,0185 \pm 0,0018) \text{ cm}$ und der Masse $m_k = (0,082 \pm 0,010) \text{ kg}$ und das Bein mit $l_b = 12,42 \text{ cm}$, dem Radius $r_k = (0,0082 \pm 0,0010) \text{ cm}$ und der Masse $m_k = (0,020 \pm 0,004) \text{ kg}$. Die Massen wurden bestimmt indem zunächst die Volumina der einzelnen Körperteile berechnet wurden. Da alle Körperteile als Zylinder genähert wurden können dieser Volumina mit $V = \pi r^2 h$ berechnet werden. Daraus kann dann das Gessamtvolumen berechnet werden. Die einzelnen Massen wurden dann bestimmt indem der prozentuale Anteil des Volumens mit der Gesamtmasse multipliziert wurde.

Abbildung 3: Abbildung zur experimentellen Bestimmung der Trägheitsmomente komplexer Körper: In dieser Abbildung ist eine Stellung der verwendete Holzpuppe auf der Drill-Achse zu sehen.

(a) Stellung 1



(b) Stellung 2



4.4.1 Trägheitsmoment der ersten Stellung

Die Stellung der Figur ist in Abbildung 4a dargestellt. Zunächst werden die gemessenen Schwingungsdauern, welche dem Anhang entnommen werden können, der Figur in Stellung 1 gemittelt. Dieser lautet $\bar{T}_1 = (0,751 \pm 0,028) \text{ s}$. Dann wird mit Gleichung 4 das experimentelle Trägheitsmoment bestimmt. Dadurch ergibt sich $I_{1,\text{exp}} = (0,684 \pm 0,180) \text{ g m}^2$.

Der Theoriewert eines komplexen Körpers muss mit dem Satz von Steiner berechnet werden. Dazu werden zunächst die theoretischen Trägheitsmomente der einzelnen Körperteile berechnet, welche dann abschließend addiert werden. Die Einzelträgheitsmomente können Tabelle 5 entnommen werden. Nun werden alle Einzelträgheitsmomente der

Tabelle 5: Einzelträgheitsmomente der Holzpuppe.

	Stellung 1	Stellung 2
	$I_{1,\text{theo}}/\mu\text{gm}^2$	$I_{2,\text{theo}}/\mu\text{gm}^2$
Kopf	1.6 ± 0.6	1.6 ± 0.6
Arme	8.9 ± 1.9	113 ± 19
Rumpf	14 ± 4	14 ± 4
Beine	106 ± 22	2.8 ± 0.6

Stellung 1 addiert. Das theoretische Gesamtträgheitsmoment in der Stellung 1 beträgt dann $I_{1,\text{Ges,theo}} = (0,246 \pm 0,040) \text{ g m}^2$.

4.4.2 Trägheitsmoment der zweiten Stellung

Wie zuvor wird ebenfalls als erstes der Mittelwert der Periodendauer in Stellung 2 gebildet. Dieser beträgt $\bar{T}_2 = (0,637 \pm 0,012) \text{ s}$. Mit diesem Wert kann erneut mittels Gleichung 4 das experimentelle Trägheitsmoment errechnet werden. Daher ergibt sich $I_{2,\text{exp}} = (0,493 \pm 0,125) \text{ g m}^2$. Für den Theoriewert werden nun die Einzelträgheitsmomente addiert, welche Tabelle 5 entnommen werden können. Der Theoriewert zu zweiten Stellung lautet dann $I_{2,\text{theo}} = (0,247 \pm 0,037) \text{ g m}^2$.

5 Diskussion

Um die experimentellen Werte der Trägheitsmomente in diesem Versuch aus den Messwerten ermitteln zu können wurden zu Anfang die Winkelrichtgröße D und das Eigentragheitsmoment I_D bestimmt. Die Winkelrichtgröße ist eine konstante der Feder, die eine Proportionalität zwischen Auslenkwinkel und dem wirkenden Drehmoment beschreibt. Betrachtet man die einzelnen Werte dieser Größe in Tabelle 2 fällt auf, dass die Werte nicht konstant sind, sondern kontinuierlich steigen. Eine Ursache dafür ist ein Wechsel des Messinstrumentes, was allerdings nur den Sprung der Werte bei $\phi = 90^\circ$ erklärt. Allgemein könnte die Ungenauigkeit der Federwaagen eine Ursache darstellen, da diese möglicherweise defekt waren. Ein systematischer Fehler ist ebenfalls nicht auszuschließen. Auf Grund der großen Streuung der Messwerte ist die Güte des experimentell bestimmten Wertes der Winkelrichtgröße $D = (0,048 \pm 0,012) \text{ N m/rad}$ mangelhaft, was sich auch auf die folgenden experimentellen Werte auswirkt. Bei der Bestimmung des Eigentragheitsmoments I_D sollte der Metallstab als masselos angenommen werden. Dies ist jedoch nicht sinnvoll, da die Masse des Stabes im Vergleich zu jener der Drehachse selbst groß ist

und somit, auch durch die waagerechte Ausrichtung des Stabs, das bestimmte Eigenträgheitsmoment $I_D = (6,2 \pm 1,6) \text{ g m}^2$ wohl zu einem großen Teil auf das Trägheitsmoment des Stabs zurückzuführen ist. Wie in Unterabschnitt 4.1 wurde der eigentliche Wert des Eigenträgheitsmoments als vernachlässigbar klein angenommen.

Bei der Bestimmung der Trägheitsmomente der Kugel und des Zylinders ergaben sich die Werte $I_{z,\text{theo}} = 0,444 \text{ g m}^2$ und $I_{z,\text{exp}} = (0,70 \pm 0,18) \text{ g m}^2$ für den Zylinder, sowie $I_{k,\text{theo}} = 2,53 \text{ g m}^2$ und $I_{k,\text{exp}} = (4,2 \pm 1,1) \text{ g m}^2$ für die Kugel. Die relative Abweichung eines Messwertes x zu einem Theoriewert x^* lässt sich dabei über den Zusammenhang

$$\Delta_{\text{relativ}}(x) = \frac{|x^* - x|}{x^*} \quad (8)$$

berechnen. Damit folgt für die relativen Abweichungen $\Delta_{\text{rel}}(I_z) = 57,74\%$ und $\Delta_{\text{rel}}(I_k) = 65,62\%$. Ursachen für diese starken Abweichungen sind die zuvor beschriebene schlechte Güte der Winkelrichtgröße und Ungenauigkeiten in der Zeitmessung der Periodendauer. Bei der Bestimmung der Trägheitsmomente der Modellpuppe ergaben sich die Werte $I_{1,\text{theo}} = (0,246 \pm 0,040) \text{ g m}^2$ und $I_{1,\text{exp}} = (0,684 \pm 0,180) \text{ g m}^2$ für die erste Stellung, sowie $I_{2,\text{theo}} = (0,247 \pm 0,037) \text{ g m}^2$ und $I_{2,\text{exp}} = (0,493 \pm 0,125) \text{ g m}^2$. Nach Gleichung 8 ergeben sich die relativen Abweichungen $\Delta_{\text{rel}}(I_1) = 99,51\%$ und $\Delta_{\text{rel}}(I_2) = 177,97\%$. Diese extremen Abweichungen können nur zum Teil auf die zuvor genannten Ursachen zurückgeführt werden. Ein weiterer Grund ist, dass die theoretischen Trägheitsmomente durch Näherung der Modellpuppe mittels Zylinder berechnet wurden, was nur grob der Realität entspricht. Die Gelenke der Puppe, der Metallstab der Halterung und eventuelle Neigungen der Gliedmaßen wurden vernachlässigt.

Insgesamt ergeben sich bei allen Messungen des Versuchs starke Abweichung, die teilweise auf systematische Fehler, aber auch auf Näherungen zurückzuführen sind. Besonders die Bestimmung des Eigenträgheitsmoments ist in der beschriebenen Form ungeeignet.

Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] *V101 - Das Trägheitsmoment*. TU Dortmund. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1884054/mod_resource/content/1/V101.pdf (besucht am 12.01.2022).

Anhang

V101 Das Trägheitsmoment

11.01.22

Bestimmung der Winkelrichtgröße

Abstand: $d = 20 \text{ cm}$

$\varphi / ^\circ$	F / N	Masse der Gewichte:	
20	0,025	$m_G = 261,2 \text{ g}$	
30	0,045	$h_G = 2,0 \text{ cm}$	
40	0,067	$d_G = 4,5 \text{ cm}$	
50	0,1	Bestimmung des Eigenträgheitsmoment	
60	0,124	Auslenkung 90° je 3T	
70	0,145	Abstand a / cm	3T/s
80	0,187	30	25,34
90	0,25	$28,5 * (27,5)$	28,8 23,50
100	0,27	25	21,34
110	0,3	$23,5 * (22,5)$	19,34
*: gemessen an Außenkante der Gewichte		20	17,52
		$18,5 * (17,5)$	15,71
		15	13,91
		$15,5 * (12,5)$	12,21
		10	10,67
		5	8,30

Bestimmung des Trägheitsmoments der Kugel
und des Zylinders

Zylinder: $m_z = 567,7g$ $d_z = 9,83cm$
 $h_z = 10,09cm$

Kugel: $m_k = 1170,3g$ $d_k = 14,72cm$

Auslenkung 90°

<u>Zylinder</u>	<u>Kugel</u>
5T/s	5T/s
3,81	9,29
3,76	9,20
3,77	9,43
3,78	9,37
3,74	9,24
3,85	9,40
3,82	9,32
3,84	9,21
3,86	9,28
3,77	9,30

K.O.

Modellpuppe: $m_p = 167,2 \text{ g}$

Kopf: (Zylinder) $h = 4,14 \text{ cm}$

$d:$ $2,61 \text{ cm}; 2,86 \text{ cm}; 2,9 \text{ cm}; 2,83 \text{ cm}; 2,66 \text{ cm}$
 $2,21 \text{ cm}$

Arm: $l = 12,51 \text{ cm}$

$d_o:$ $1,3 \text{ cm}; 1,38 \text{ cm}; 1,4 \text{ cm}; 1,46 \text{ cm}; 1,2 \text{ cm}$

$d_u:$ $1,37 \text{ cm}; 1,47 \text{ cm}; 1,23 \text{ cm}; 1,12 \text{ cm}; 1,27 \text{ cm}$

Rumpf: $h = 9,84 \text{ cm}$

$d:$ $3,86 \text{ cm}; 3,76 \text{ cm}; 3,55 \text{ cm}; 3,0 \text{ cm}$

$d:$ $3,52 \text{ cm}; 3,73 \text{ cm}; 4,0 \text{ cm}; 4,22 \text{ cm}$

Bein: $l = 12,42 \text{ cm}$

$d_o:$ $1,92 \text{ cm}; 1,91 \text{ cm}; 1,8 \text{ cm}; 1,6 \text{ cm}; 1,56 \text{ cm}$

$d_u:$ $1,6 \text{ cm}; 1,7 \text{ cm}; 1,62 \text{ cm}; 1,4 \text{ cm}; 1,3 \text{ cm}$

Position 1:

ST/s

3,13 90°

3,17

3,12

3,14

3,15

3,31 120°

3,21

3,20

3,20

3,24

Position 2:

ST/s

3,81

3,86

3,91

3,92

3,74

3,77

3,70

3,80

~~3,42~~ 3,52

~~3,42~~ 3,53

K.60