

V503: Der Millikan-Öltröpfchenversuch

Ziel: Es soll die Elementarladung e_0 bestimmt werden.

Stichworte: Auftrieb, Avogadro-Konstante, Cunningham-Korrektur, elektrisches Feld, Elementarladung, Faraday-Konstante, Gravitationskraft, laminare Strömung, mittlere freie Weglänge, radioaktive Strahlung (α -Quelle), Stokes'sche Reibung

Theoretische Grundlagen

Zur Bestimmung der Elementarladung e_0 wird die von Millikan[1] benutzte Öltröpfchenmethode verwendet. Hierbei werden durch Zerstäuben Öltröpfchen in das vertikale elektrische Feld eines Plattenkondensators gebracht. Bei der Zerstäubung werden die Tröpfchen durch Reibung elektrisch geladen, wobei die Ladung auf den Tröpfchen immer ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung ist. Auf ein Öltröpfchen der Masse m wirkt die Gravitationskraft $\vec{F}_g = m \vec{g}$, sodaß sich das Tröpfchen nach unten bewegt. Aufgrund der Viskosität der Luft η_L wirkt auf ein Tröpfchen mit Radius r die Stokesche Reibungskraft $\vec{F}_R = -6 \pi r \eta_L \vec{v}$ entgegen der Fallbewegung. Die Tröpfchen werden so lange beschleunigt, bis sich nach kurzer Zeit die Gleichgewichtsgeschwindigkeit \vec{v}_0 einstellt. Für die Kräftegleichung bei abgeschaltetem elektrischem Feld gilt:

$$\frac{4 \pi}{3} r^3 (\rho_{Oel} - \rho_L) g = 6 \pi \eta_L r v_0 \quad (1)$$

Dabei wurde auf der linken Seite der Gleichung berücksichtigt, daß das Öltröpfchen einen Auftrieb in der Luft erfährt,¹ woraus der Tröpfchenradius

$$r = \sqrt{\frac{9 \eta_L v_0}{2 g (\rho_{Oel} - \rho_L)}} \quad (2)$$

folgt.

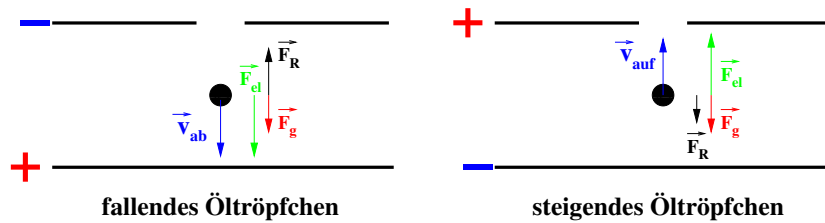


Abbildung 1: Kräftegleichgewicht bei einem Tropfen in einem homogenen elektrischen Feld.

Abb.1 zeigt die an ein geladenes Öltröpfchen angreifenden Kräfte in dem homogenen Feld eines Plattenkondensators bei Feldrichtung parallel und entgegengesetzt zur Gravitationskraft. Legt man eine positive Spannung an die untere Platte des Kondensators, so wirkt die elektrostatische Kraft $\vec{F}_{el} = q \vec{E}$ in Richtung der Gewichtskraft und die Öltröpfchen bewegen sich mit

¹Die Dichte ρ_L der Luft ist im Vergleich zur Dichte des Öltröpfchens ρ_{Oel} vernachlässigbar klein. Der Auftrieb des Tröpfchens durch die Luft kann also auch vernachlässigt werden. Der Vollständigkeit wegen wird der Auftrieb in den folgenden Gleichungen mitgeführt.

einer gleichförmigen Sinkgeschwindigkeit \vec{v}_{ab} nach unten, die größer als die Geschwindigkeit \vec{v}_0 ohne elektrisches Feld ist. Die Kräftegleichung lautet in diesem Fall:

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{Oel} - \rho_L) g - 6\pi \eta_L r v_{ab} = -q E \quad (3)$$

Bei entgegengesetzt gerichtetem elektrostatischem Feld, kann das Tröpfchen bei hinreichend hoher Feldstärke eine Aufwärtsbewegung mit der Geschwindigkeit \vec{v}_{auf} erfahren. Die Reibungskraft ist in diesem Fall nach unten gerichtet, sodaß sich für die Kräftegleichung

$$\frac{4\pi}{3} r^3 (\rho_{Oel} + \rho_L) g + 6\pi \eta_L r v_{auf} = +q E \quad (4)$$

ergibt. Aus Gl. (3) und Gl. (4) können die auf dem Öltröpfchen befindliche Ladung q

$$q = 3\pi \eta_L \sqrt{\frac{9}{4} \frac{\eta_L}{g} \frac{(v_{ab} - v_{auf})}{(\rho_{Oel} - \rho_L)}} \cdot \frac{(v_{ab} + v_{auf})}{E} \quad (5)$$

und der Tröpfchenradius

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L (v_{ab} - v_{auf})}{2g(\rho_{Oel} - \rho_L)}} \quad (6)$$

bestimmt werden.

Bei der Berechnung von q muß berücksichtigt werden, daß das Gesetz von Stokes nur für Tröpfchen gilt, deren Abmessungen größer als die mittlere freie Weglänge in Luft \bar{l} ist. Dies ist im vorliegenden Versuch nicht gegeben, sodaß man die Viskosität η_L von Luft durch

$$\eta_{eff} = \eta_L \left(\frac{1}{1 + A \frac{1}{r}} \right) = \eta_L \left(\frac{1}{1 + B \frac{1}{pr}} \right) \quad (7)$$

korrigieren (Cunningham-Korrekturterm[5] mit $B = 6.17 \cdot 10^{-3} \text{ Torr} \cdot \text{cm}$) muß. Da die mittlere freie Weglänge \bar{l} umgekehrt proportional zum Luftdruck p ist, gilt für die korrigierte Ladung $q^{2/3} = q_0^{2/3} (1 + B/(p \cdot r))$.

Aufgaben

1. Bestimmen Sie die Elementarladung e_0 nach der Öltröpfchenmethode. Bestimmen Sie hierzu bei 5 verschiedenen Kondensatorspannungen jeweils die Gleichgewichts-, die Sink- und die Steiggeschwindigkeit für je 5 verschiedene Tröpfchen.
2. Berechnen Sie aus den gewonnenen Daten die Avogadrokonstante N_A mit Hilfe der Faraday-Konstante.

Versuchsaufbau und Versuchsdurchführung

Der experimentelle Aufbau (Abb.2) zum Millikan-Versuch besteht im wesentlichen aus einer Kammer, die einen Plattenkondensator enthält, dessen Platten einen Abstand von $d = (7.6250 \pm 0.0051) \text{ mm}$ haben. Die obere Platte hat in der Mitte eine Öffnung, durch die mit einem Zerstäuber erzeugten Öltröpfchen ($\rho_{Oel} = 886 \text{ kg/m}^3$) in den Kondensator gelangen. Die Tröpfchen werden durch eine Halogenlampe angestrahlt, damit sie sich hell gegen den

dunklen Hintergrund der Kammer abheben und mit einem Mikroskop beobachten lassen. Mit einem Thermowiderstand kann während der Messung die Temperatur der Luft in der Kammer kontrolliert werden. Die meisten zerstäubten Öltröpfchen sind elektrisch geladen, wenn sie in den Plattenkondensator gelangen. Um die elektrische Ladung der Tröpfchen zu verändern, ist ein schwach radioaktives α -Präparat (^{232}Th , $8\ \mu\text{Ci}$) verdeckt in die untere Platte eingelassen. Mit dem Hebel (4) kann man das Präparat abschirmen ("OFF") oder aktivieren ("ON"). Wenn man die Mittelstellung wählen, wird ein Schutter geöffnet, sodaß das zerstäubte Öl zwischen die Platten des Kondensators gelangen kann.



Abbildung 2: Experiment zum Millikan-Versuch

Bevor Sie mit dem Experiment beginnen, überprüfen Sie mit Hilfe der Libelle (9), ob die Apparatur waagrecht steht. Kontrollieren Sie, ob die Spannungsquelle an den Plattenkondensator anliegt. Sie können das elektrische Feld anlegen, indem Sie den Hebel (7) auf "+" oder "-" stellen. In der Mittelposition sind beide Platten geerdet. An den Buchsen (2) kann der Widerstand des Thermistors mit einem Multimeter gemessen werden. Da sich die Luft zwischen den Platten des Kondensators durch die Halogenlampe langsam erwärmt, sollte die Temperatur (1) kontinuierlich (z.B. alle 15 min) gemessen werden.

Gehen Sie für die Bestimmung der Elementarladung e_0 folgendermaßen vor:

1. Sprühen Sie bei abgeschaltetem elektrischem Feld Öltröpfchen in die Kammer. Achtung verwenden Sie nicht zu viel Öl sonst ist es schwierig ein Tröpfchen über einen längeren Zeitraum zu beobachten. Falls sich doch etwas viel Öl in der Kammer befinden, warten Sie ca. 5 min ab, bis Sie erneut Öl in der Kammer zerstäuben.
2. Wählen Sie ein Tröpfchen aus, das relativ langsam ist. Die Geschwindigkeit sollte zwischen $v = 0.01\ \text{cm/s}$ und $v = 0.001\ \text{cm/s}$ liegen. Legen Sie ein elektrisches Feld an indem Sie den Hebel (7) umlegen und stellen Sie fest, ob das Tröpfchen geladen ist. Polen Sie gegebenenfalls das elektrische Feld um. Falls das Tröpfchen nicht geladen ist können

| T[°C] | R [MΩ] | T[°C] | R [MΩ] | T[°C] | R [MΩ] |
|-------|--------|-------|--------|-------|--------|
| 10 | 3.239 | 20 | 2.300 | 30 | 1.774 |
| 11 | 3.118 | 21 | 2.233 | 31 | 1.736 |
| 12 | 3.004 | 22 | 2.169 | 32 | 1.700 |
| 13 | 2.897 | 23 | 2.110 | 33 | 1.666 |
| 14 | 2.795 | 24 | 2.053 | 34 | 1.634 |
| 15 | 2.700 | 25 | 2.000 | 35 | 1.603 |
| 16 | 2.610 | 26 | 1.950 | 36 | 1.574 |
| 17 | 2.526 | 27 | 1.902 | 37 | 1.547 |
| 18 | 2.446 | 28 | 1.857 | 38 | 1.521 |
| 19 | 2.371 | 29 | 1.815 | 39 | 1.496 |

Tabelle 1: Thermistor-Widerstandstabelle[4]

Sie durch kurzzeitiges Umlegen des Hebels ④ auf “ON” die Umgebungsluft mit der radioaktiven Quelle ionisieren, sodaß sich mehr Elementarladungen auf dem Tröpfchen anlagern können.² Hierbei sollte das elektrische Feld abgeschaltet sein.

3. Beginnen Sie mit der Messung, indem Sie das elektrische Feld einschalten (Hebel ⑦) und die Zeit messen, in der es eine von Ihnen gewählte Strecke durchläuft. Polen Sie das Feld um und messen Sie in gleicher Weise die Zeit bei entgegengesetztem Feld. Um die Meßgenauigkeit zu erhöhen, sollten Sie so lange und so oft wie möglich die Steig- und Fallgeschwindigkeit v_{auf} und v_{ab} bestimmen. Messen Sie zum Schluß die Gleichgewichtsgeschwindigkeit v_0 des Tröpfchens bei ausgeschaltetem elektrischen Feld.
4. Wiederholen Sie die Messung für eine größere Anzahl von Tröpfchen bei konstantem elektrischem Feld.
5. Wiederholen Sie die Messungen für 4 weitere Kondensatorspannungen. **Die Spannung an den Kondensatorplatten sollte 500 V nicht überschreiten.**

Auswertung

1. Überprüfen Sie, ob bei den untersuchten Tröpfchen die Beziehung $2v_0 = v_{ab} - v_{auf}$ gilt. Ist dies nicht der Fall, so hat sich die Ladung während der Beobachtung geändert. Verwenden Sie für die folgenden Berechnungen nur Ergebnisse, bei denen die Gleichung im Rahmen der Meßgenauigkeit erfüllt ist.
2. Bestimmen Sie Ladung und Radius jedes beobachteten Öltröpfchens nach Gl.5 bzw. Gl.6. Bestimmen Sie mit Abb.3 aus der gemessenen Temperatur die unkorrigierte Viskosität η_L für Luft und korrigieren Sie sie nach Cunningham. Sie erhalten mit Hilfe von Gl. 5 ein Vielfaches der Elementarladung e_0 .
3. Tragen Sie die korrigierte Ladung graphisch auf und ermitteln Sie die Elementarladung e_0 als den größten gemeinsamen Teiler der berechneten q-Werte.
4. Vergleichen Sie die Ergebnisse beider Methoden. Welche Methode ist genauer?

²Verwenden Sie möglichst nicht die Quelle, da Sie hierdurch zuviel Ladung auf das Tröpfchen bringen können.

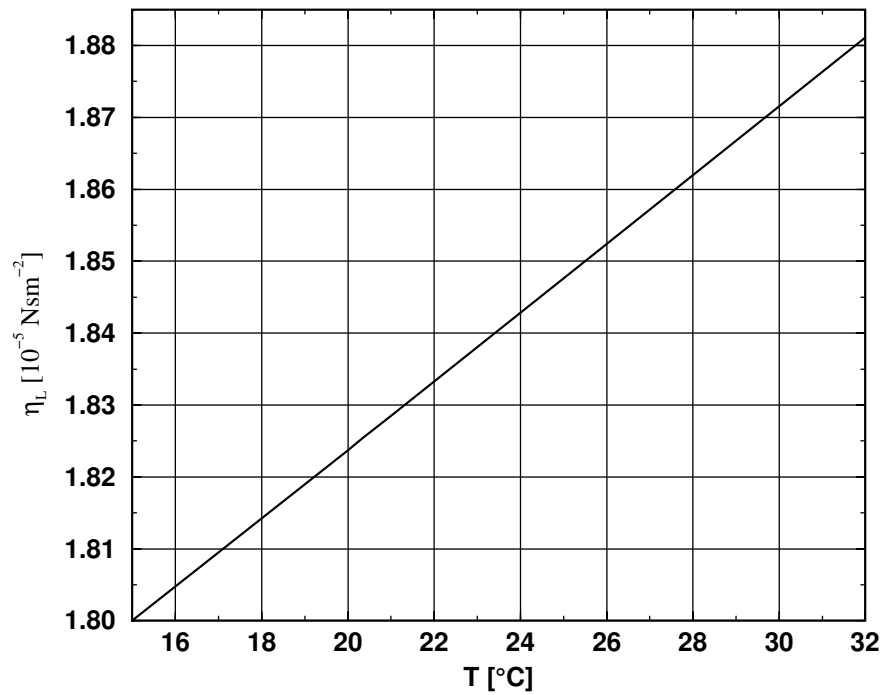


Abbildung 3: Viskosität von Luft als Funktion der Temperatur

Literatur

- [1] R.A. Millikan, Phys. Rev. **2** (1913) p. 109.
- [2] D. Geschke, Physikalisches Praktikum (Teubner 1974) p. 255.
- [3] W. Walcher, Praktikum der Physik (Teubner 1974) p. 285.
- [4] S. Bishop, Instruction Manual and Experiment Guide for the PASCO scientific Model AP-8210, (PASCO 2007)
- [5] E.W. Schpolski, Atomphysik (VRB 1972) p. 6.