

V354

Gedämpfte und erzwungene Schwingung

Lukas Bertsch

lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Steffen Kober

steffen.kober@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.11.2021

Abgabe: 23.11.2021

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Gedämpfter Schwingkreis	3
1.2	Erzwungene Schwingung	4
2	Durchführung	6
2.1	Erste Problemstellung	6
2.2	Zweite Problemstellung	6
2.3	Dritte Problemstellung	7
2.4	Vierte Problemstellung	8
3	Auswertung	9
3.1	Messung zur zeitabhängigkeit der Amplitude	9
3.2	Aperiodischer Grenzfall	11
3.3	Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung	11
3.4	Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger- und Kondensatorspannung	13
4	Diskussion	15
	Literatur	16

1 Theorie

1.1 Gedämpfter Schwingkreis

Zuerst wird der gedämpfte Schwingkreis ohne externe Anregung betrachtet. Bei Diesem oszilliert zuvor hinzugefügte Energie zwischen der Induktivität L und der Kapazität C, wobei über den Ohmschen Widerstand R Energie in Form von Wärme aus dem System geführt wird.

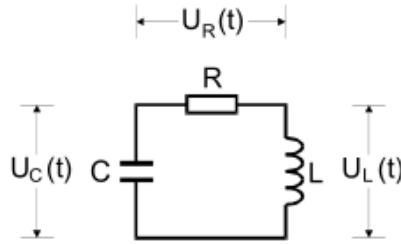


Abbildung 1: Schaltskizze des gedämpften Schwingkreises [4].

Mit Hilfe der zweiten Kirchhoffschen Regel lässt sich die Gleichung:

$$U_R(t) + U_C(t) + U_L(t) = 0 \quad (1)$$

Mit den Bedingungen:

$$\begin{aligned} U_R(t) &= R \cdot I(t) & U_L(t) &= L \frac{dI}{dt} \\ U_C(t) &= \frac{Q(t)}{C} & I(t) &= \frac{dQ}{dt} \end{aligned} \quad (2)$$

folgt nach einmaligen differenzieren nach der Zeit und durch Division von L:

$$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = 0 \quad (3)$$

Diese lineare, homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung wird durch den Exponentialansatz $I(t) = Ae^{i\tilde{\omega}t}$ mit $A, \tilde{\omega} \in \mathbb{C}$ gelöst. Die Lösung lautet dann wie folgt:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega} &= i \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} := i2\pi\mu \pm 2\pi\nu \\ I(t) &= e^{-2\pi\mu t} (A_1 e^{i2\pi\nu t} + A_2 e^{-i2\pi\nu t}) \end{aligned} \quad (4)$$

A_1 und A_2 sind wieder komplexe Zahlen und es gilt die Konvention

$$2\pi\mu := \frac{R}{2L}, \quad 2\pi\nu := \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (5)$$

Man unterscheidet zwei allgemeine Arten von Lösungen:

1. Fall: Schwingfall (gedämpfte Schwingung)

Wenn ν reell ist, also $\frac{1}{LC} > \frac{R^2}{L^2}$ gilt, lässt sich die Lösung in reeller Form ausdrücken, indem $A_1 = \overline{A_2}$ gesetzt wird und lautet dann:

$$I(t) = A_0 e^{-2\pi\mu t} \cos(2\pi\nu t + \phi) \quad , \phi, A_0 \in \mathbb{R} \quad (6)$$

Die Gleichung beschreibt eine gedämpfte Schwingung mit Schwingungsdauer $T = \frac{1}{\nu}$. Die sogenannte Abklingdauer beschreibt die Zeit, in der die Amplitude um den Faktor $\frac{1}{e}$ vermindert wird und ist über die Relation

$$T_{\text{ex}} = \frac{1}{2\pi\mu} = \frac{2L}{R} \quad (7)$$

gegeben.

2. Fall: Aperiodische Dämpfung

Wenn ν imaginär ist, also $\frac{1}{LC} < \frac{R^2}{L^2}$ gilt, wird der Exponent in der Lösung reell und es liegt keine Schwingung mehr vor. $I(t)$ ist dann proportional zu reellen e-Funktionen:

$$I(t) \propto e^{(-2\pi\mu - i2\pi\nu)t} \quad (8)$$

Der Sonderfall $\nu = 0$ wird aperiodischer Grenzfall genannt. Er tritt ein, wenn der Widerstand R_{ap} erreicht wird. Der Wert dieses Widerstands lautet dann:

$$R_{\text{ap}} = 2L\sqrt{\frac{1}{LC}} = 2L\omega_0 \quad (9)$$

ω_0 ist die Kreisfrequenz des ungedämpften Schwingkreises.

1.2 Erzwungene Schwingung

Im zweiten Teil des Versuchs wird ein angeregter RLC-Schwingkreis behandelt. Dieser unterscheidet sich zu dem zuvor beschriebenen Schwingkreis darin, dass eine Wechselspannung $U(t)$ eingeschaltet wird, wodurch dem System kontinuierlich Energie zugefügt wird. Dies bewirkt eine oszillierende Spannung U_C am Kondensator, die – je nach Frequenz der Quelle – in Phase zu der Erregerspannung ist.

Gleichung (1) ergänzt sich dann mit $U(t) = U_0 e^{i\omega t}$ und den Beziehungen (2) zu

$$\begin{aligned} RI(t) + U_C(t) + L \frac{dI(t)}{dt} &= U_0 e^{i\omega t} \\ \Leftrightarrow R \frac{dQ(t)}{dt} + U_C(t) + L \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} &= U_0 e^{i\omega t} \\ \Leftrightarrow LC \frac{d^2 U_C(t)}{dt^2} + RC \frac{dU_C(t)}{dt} + U_C(t) &= U_0 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (10)$$

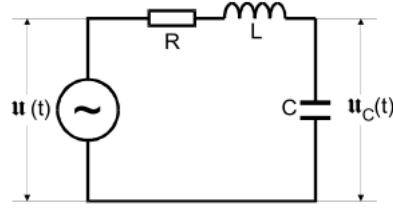


Abbildung 2: Schaltskizze des angeregten Schwingkreises [4].

Gleichung (10) kann wieder über den Exponentialansatz $U(t) = U_0(w)e^{i\omega t}$ gelöst werden, wobei die Amplitude frequenzabhängig ist. Das Einsetzen dieses Ansatzes in (10) führt zu der Gleichung:

$$-LC\omega^2 U(\omega) + i\omega RC U(\omega) + U(\omega) = U_0$$

woraus

$$U(\omega) = \frac{U_0(1 - LC\omega^2 - i\omega RC)}{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2} \quad (11)$$

für die frequenzabhängige Amplitude folgt. Aus (11) lässt sich wiederum mit den Rechenregeln für komplexe Zahlen der Betrag von U und die Phase (ϕ) berechnen. Es gilt für den Betrag:

$$|U(\omega)| = |U_C(\omega)| = \frac{U_0}{\sqrt{(1 - LC\omega^2)^2 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (12)$$

und für die Phase gegenüber der Erregerspannung:

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{-\omega RC}{1 - LC\omega^2}\right) \quad (13)$$

Aus (12) lässt sich erkennen, dass U_C für den Grenzwert $\omega \rightarrow 0$ gegen die Erregerspannung U_0 strebt, was insofern sinnvoll ist, da dann ein Gleichstrom anliegt. Für $\omega \rightarrow \infty$ geht U_C gegen 0. Des Weiteren findet sich ein Maximum für U_C , welches an der Stelle ω_{res} liegt. ω_{res} heißt Resonanzfrequenz und hat den Wert:

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \quad (14)$$

Ein interessanter Zusammenhang findet sich im Fall der schwachen Dämpfung: $\frac{R^2}{2L^2} \ll \frac{1}{LC}$. Dann geht ω_{res} in die Eigenfrequenz ω_0 des ungedämpften Systems ($R = 0$) über und die Kondensatorspannung erreicht den Wert:

$$U_{C,\text{max}} = \frac{1}{\omega_0 RC} U_0 := q U_0 \quad (15)$$

Der Faktor q wird als Güte der Resonanzkurve bezeichnet. Bei $R \rightarrow 0$ geht $q \rightarrow \infty$ und somit auch $U_{C,\text{max}} \rightarrow \infty$.

Ein weiteres Kennzeichen der Resonanzkurve ist ihre Breite. Diese wird über die Frequenzen ω_+ und ω_- beschrieben, bei denen die Kondensatorspannung jeweils den Wert $1/\sqrt{2} U_{C,\max}$ annimmt. Die gesuchten Frequenzen lassen sich mit Formel (12) bestimmen. Unter der Annahme, dass eine schwache Dämpfung vorliegt gilt für die Breite der Resonanzkurve:

$$\Delta\omega := \omega_+ - \omega_- \approx \frac{R}{L} \quad (16)$$

Für die Güte gilt die Gleichung:

$$q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad (17)$$

Für die Phasenverschiebung werden aus Gleichung (13) die beiden Frequenzen ω_1 und ω_2 identifiziert, bei denen die Phasenverschiebung den Wert $\frac{\pi}{4}$ und $\frac{3\pi}{4}$ annimmt. Für ihren Wert gilt:

$$\omega_{1,2} = \pm \frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} + \frac{1}{LC}} \quad (18)$$

ebenfalls gilt der Zusammenhang:

$$\omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L} \quad (19)$$

2 Durchführung

2.1 Erste Problemstellung

Zuerst soll die Zeitabhängigkeit der Spannungsamplitude eines gedämpften RLC-Schwingkreises untersucht werden. Daraus soll der effektive Dämpfungswiderstand R_{eff} bestimmt werden. Mit der Schaltung aus Abbildung 3 können die notwendigen Daten gemessen werden. Allerdings wird keine Sägezahn- sondern eine Rechtecksspannung angelegt. Diese wird durch einen Frequenzgenerator, an dem die Art der Schwingung und die dazugehörige Frequenz eingestellt werden kann, in den Schwingkreis eingespeist. Das Oszilloskop zeigt den Schwingungsverlauf der eingespeisten Spannung gegen die Zeitachse an. Am Oszilloskop kann die Amplitude und die Zeit abgelesen werden.

2.2 Zweite Problemstellung

Nun soll der Dämpfungswiderstand R_{ap} , bei dem der aperiodische Grenzfall eintritt, bestimmt werden. Dies wird mit der Schaltung aus Abbildung 4 vollzogen. Die Schaltung ist ähnlich zu derjenigen aus Abbildung 3, allerdings wird der feste Widerstand durch einen regelbaren Widerstand ausgetauscht. Zur Messung soll der regelbare Widerstand zunächst auf seinen Maximalwert (10k Ω) eingestellt werden. Auf dem Oszilloskop wird dann ein überdämpfter Verlauf der Spannung angezeigt. Nun soll der Widerstand solange

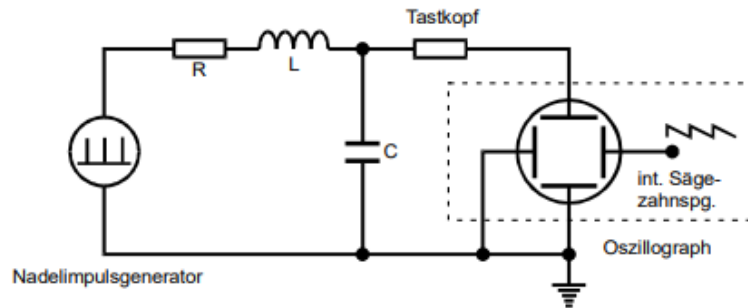


Abbildung 3: Schaltung zur Bestimmung der Zeitabhängigkeit der Amplitude und des Dämpfungswiderstandes eines gedämpften RLC-Schwingkreises [4].

reduziert werden bis sich ein "Überschwingen" zeigt. Anschließend muss der Widerstand wieder leicht erhöht werden, bis die Überschwingung gerade verschwindet. Der Widerstand zum aperiodischen Grenzfall ist nun am regelbaren Widerstand abzulesen.

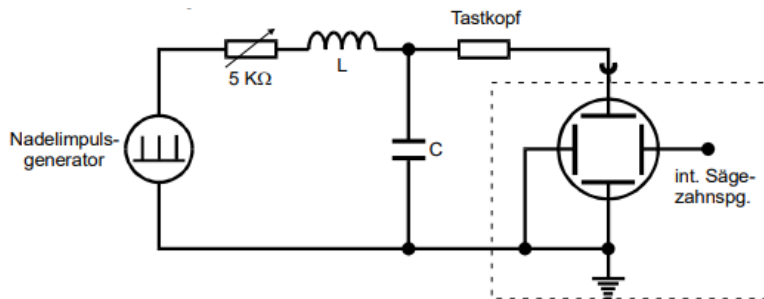


Abbildung 4: Schaltung zur Bestimmung des Widerstandes zum aperiodischen Grenzfall [4].

2.3 Dritte Problemstellung

In den weiteren Messungen wird eine sinusförmige Schwingung betrachtet. Zunächst soll die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung U_C zur anregenden Frequenz bestimmt werden. Hierzu muss beachtet werden, dass der Tastkopf (siehe Abbildung 5) selbst einen Frequenzgang besitzt. Daher wird auch die Erregerspannung U gemessen. Aus diesen beiden Messungen soll dann der Quotient U_C/U bestimmt werden. Der Spannungsverlauf von U_C kann mit der Schaltung aus Abbildung 5 aufgenommen werden. Anstatt eines AC-Milli-Voltmeters wird ein Oszilloskop angeschlossen, an dem man die Spannung ablesen kann. Bei dieser Messung beginnt man bei einer angepasst niedrigen Frequenz, welche man am Sinusgenerator einstellen kann, und regelt diese dann in konstanten Abständen hoch. Dabei wird bei jeder eingestellten Frequenz U_C und U notiert.

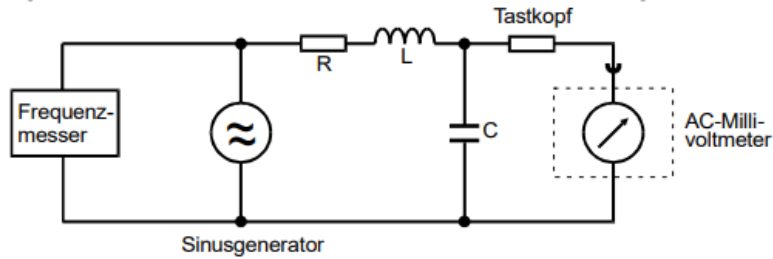


Abbildung 5: Schaltung zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung [4].

2.4 Vierte Problemstellung

Zuletzt soll die Frequenzabhängigkeit der Phase ϕ zwischen der Erreger- und der Kondensatorspannung bestimmt werden. Dazu wird der Aufbau gemäß Abbildung 6 verwendet. Er wird ein Zweikanal-Oszilloskop an den RLC-Schwingkreis angeschlossen. Durch den Frequenzgenerator wird wieder eine sinusförmige Schwingung in den RLC-Kreis eingespeist. Auf dem Oszilloskop werden die Spannungsverläufe von der Kondensatorspannung U_C und der Erregerspannung U angezeigt. Die Frequenzabhängigkeit der Phase ϕ kann, wie in Abbildung 7 gegeben, bestimmt werden. Daher ließt man den Abstand der Nulldurchgänge der beiden Spannungen, welcher mit a bezeichnet ist, sowie die Periodendauer b der Kondensatorspannung U_C an dem Oszilloskop ab. Man beginnt mit einer angepasst niedrigen Frequenz und regelt diese dann in konstanten Abständen hoch. Die Phase ϕ kann dann gemäß der Formel

$$\phi = \frac{a}{b} 2\pi \quad (20)$$

bestimmt werden.

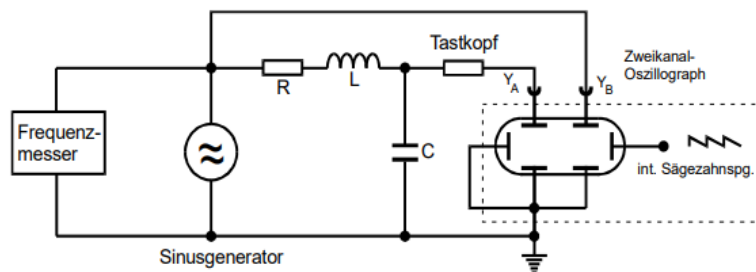


Abbildung 6: Schaltung zur Bestimmung der Frequenzabhängigkeit der Phase [4].

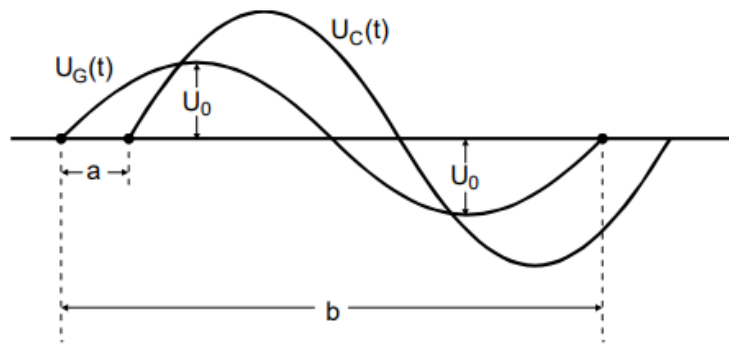


Abbildung 7: Hilfsskizze zur Bestimmung der Phase zweier Schwingungen [3].

3 Auswertung

Vorab: Die Messunsicherheiten wurden gemäß der gaußschen Fehlerfortpflanzung berechnet:

$$\Delta F = \sqrt{\sum_i \left(\frac{dF}{dy_i} \Delta y_i \right)^2} \quad (21)$$

Zuerst wurden alle Gerätekonstanten festgestellt und notiert. Verwendet wurde das Oszilloskop Nummer 4, sowie die Schaltung Nummer 1. Die Bauteile des Verwendeten Gerätes haben folgende Werte:

$$R_1 = (67.2 \pm 0.1) \Omega$$

$$R_2 = (682 \pm 0.5) \Omega$$

$$L = (16.87 \pm 0.05) \text{mH}$$

$$C = (2.060 \pm 0.003) \text{nF}$$

3.1 Messung zur zeitabhängigkeit der Amplitude

Um den effektiven Dämpfungswiderstand zu bestimmen verwende man den Zusammenhang (5). Durch Umstellen auf R_{eff} ergibt sich die Berechnungsformel:

$$R_{\text{eff}} = 4\pi\mu L \quad (22)$$

Um nun R_{eff} zu berechnen wird zunächst eine Fit-Kurve durch die Messwerte gelegt (siehe Abbildung 8).

Man benötigt nun noch den Faktor $2\pi\mu$. Diesen kann man durch die erstellte exponentielle Regression bestimmen, da er dem positiven Faktor des Exponenten der Exponentialfunktion entspricht. So ist $2\pi\mu = 6.98 (\mu\text{s})^{-1}$ gegeben. R_{eff} ergibt sich durch einsetzen.

$$R_{\text{eff}} = 117.75 \Omega$$

Tabelle 1: Messdaten zur Zeitabhängigkeit der Amplitude. Abgelesen wurde die positiven Maxima im Abstand einer Periodendauer.

U / V
3,40
2,55
1,95
1,45
1,15
0,85
0,70
0,60
0,50
0,40

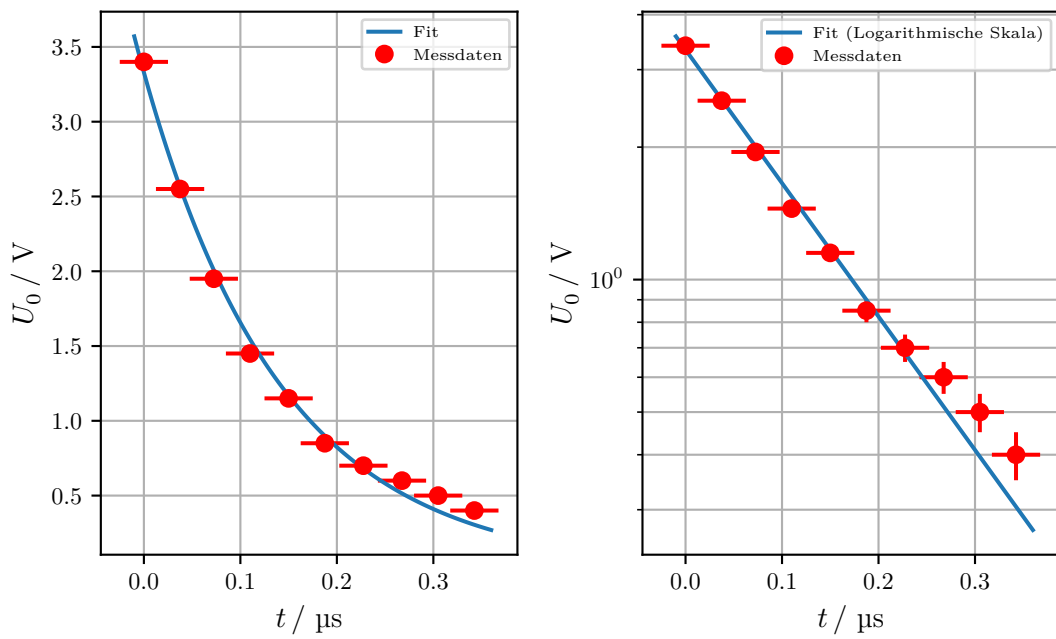


Abbildung 8: Exponentieller Fit [1] zu den Messwerten mit linearer Skala (links) und logarithmischer Skala für U (rechts)

Auffällig ist, dass $R_{\text{eff}} \approx R_1 + 50\Omega$ entspricht. Dies hat den Grund, dass der Innenwiderstand des Generators 50Ω beträgt. Daher wird dieser in den Folgenden Auswertungen berücksichtigt. Unter dieser Voraussetzung beträgt die relative Abweichung des Messwertes gerade einmal $\Delta R_{\text{rel}} = 0.46\%$. Die Abklingdauer lässt sich nach Gleichung (7) berechnen und ist konkret gegeben durch:

$$T_{\text{ex, exp}} = \frac{1}{2\pi\mu} = 286\text{ns}$$

Der Theorie Wert beträgt:

$$T_{\text{ex, theo}} = \frac{2L}{R} = 288\text{ns}$$

3.2 Aperiodischer Grenzfall

Der Theoriewert des Widerstands, bei dem der aperiodische Grenzfall eintritt, lässt sich mit Formel (9) berechnen. Der Fehler dieses Wertes ergibt sich nach der gaußschen Fehlerfortpflanzung (21) zu:

$$\begin{aligned}\Delta R_{\text{ap}} &= \sqrt{\left(\frac{dR_{\text{ap}}}{dL}\Delta L\right)^2 + \left(\frac{dR_{\text{ap}}}{dC}\Delta C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}\Delta L\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{LC}}{C^2}\Delta C\right)^2} \\ &\approx 43\Omega\end{aligned}$$

Insgesamt erhält man $R_{\text{ap, Theorie}} = (5,72 \pm 0,043)\text{k}\Omega$. Der experimentell ermittelte Wert wurde zu $R_{\text{ap, exp}} = (4,49 \pm 0,01)\text{k}\Omega$ bestimmt.

3.3 Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung

In Tabelle 2 wird das Verhältniss $\frac{U_C}{U}$ gegen die Frequenz ν (im Folgenden auch f genannt) aufgetragen. Der Maximalwerte dieses Verhältnisses liegt bei $\nu_{\text{res}} \approx 25\text{kHz}$. Bei dieser Frequenz ergibt sich für die Resonanzüberhöhung (auch Güte q genannt):

$$q \pm \Delta q = \frac{U_{C,\text{max}}}{U} \pm \sqrt{\frac{\Delta U_C}{U_C} + \frac{\Delta U}{U}} = \left(\frac{9.5\text{V}}{2.8\text{V}} \pm \sqrt{\left(\frac{0.05}{11.72}\right)^2 + \left(\frac{0.1}{3}\right)^2} \right) = (3.39 \pm 0.03) \quad (23)$$

Der Theoriewert der Güte ergibt sich nach (17) zu: $q_{\text{Theorie}} = 3.909$.

Die Breite der Resonanzkurve ν_{diff} kann bestimmt werden durch:

$$\nu_{\text{diff}} = \nu_+ - \nu_- \quad (24)$$

Hierzu werden zunächst die Grenzfrequenzen ν_+ und ν_- bestimmt. Diese können Abbildung 10 entnommen werden.

$$\nu_+ = 29.37\text{kHz} \quad \nu_- = 22.27\text{kHz} \rightarrow \nu_{\text{diff}} = 7.1\text{kHz} \quad (25)$$

Tabelle 2: Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung U_C und Phase zwischen Erreger- und Kondensatorspannung im Serienresonanzkreis. Die Phase ϕ wird dabei nach Formel (20) berechnet

ν / kHz	U_C / V	U / V	$\frac{U_C}{U}$ / V	a / μ s	b / μ s	ϕ / rad
12,5	3,10	2,9	1,07	2,5	80,0	0,20
15,0	3,60	3,0	1,20	2,5	66,5	0,24
17,5	4,40	3,0	1,47	3,0	56,0	0,34
20,0	5,40	3,0	1,80	3,5	49,5	0,44
22,5	7,20	2,9	2,48	5,0	44,5	0,71
25,0	9,50	2,8	3,39	7,5	40,0	1,18
27,5	9,00	2,8	3,21	11,0	36,0	1,92
30,0	6,20	2,9	2,14	12,5	33,0	2,38
32,5	4,20	2,9	1,45	12,5	30,5	2,58
35,0	3,10	2,9	1,07	12,0	28,5	2,65
37,5	2,40	2,9	0,83	11,5	26,5	2,73
40,0	1,90	2,9	0,66	11,0	24,5	2,82
42,5	1,55	2,9	0,53	11,0	23,5	2,94
45,0	1,30	2,9	0,45	10,5	22,0	3,00
47,5	1,10	2,9	0,38	10,0	21,0	2,99
50,0	0,95	2,9	0,33	9,5	20,0	2,98
52,5	0,85	2,9	0,29	9,0	19,0	2,98
55,0	0,75	2,9	0,26	8,5	18,0	2,97
57,5	0,70	2,9	0,24	8,0	18,0	2,79

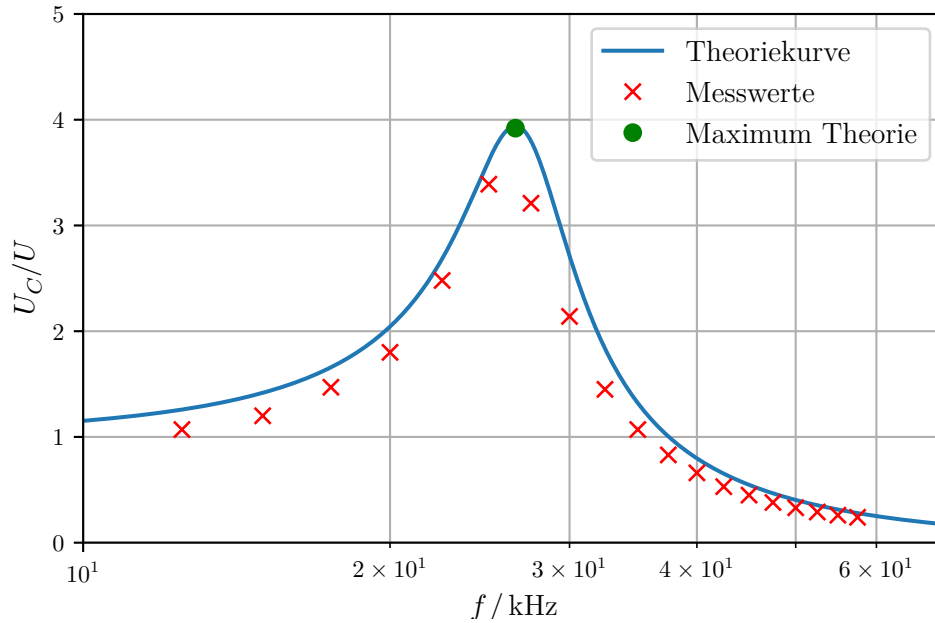


Abbildung 9: Messwerte im Vergleich zur Theoriekurve, mit halblogarithmischer Skala.

Die theoretische Resonanzbreite ist nach (16) gegeben durch:

$$\nu_{\text{diff, Theorie}} = \frac{R_2 + 50\Omega}{2\pi L} = (6.91 \pm 0.47) \text{ kHz} \quad (26)$$

3.4 Frequenzabhängigkeit der Phase zwischen Erreger- und Kondensatorspannung

Der letzte zu untersuchende Zusammenhang besteht zwischen der Phase ϕ und der Generatorfrequenz $\nu(f)$. Die entsprechenden Messwerte finden sich ebenfalls in Tabelle 2. In Abbildung 11 ist die Frequenzabhängigkeit der Phase zu erkennen.

In Abbildung 12 sind die experimentell ermittelten Frequenzen $\nu_1 = 22.9 \text{ kHz}$ und $\nu_2 = 29.8 \text{ kHz}$ eingezeichnet. Die Theoriewerte ergeben sich nach (18) unter Berücksichtigung der gaußschen Fehlerfortpflanzung (21) zu:

$$\nu_{1, \text{Theorie}} = (23.54 \pm 0.04) \text{ kHz}$$

$$\nu_{2, \text{Theorie}} = (30.45 \pm 0.05) \text{ kHz}$$

[2]

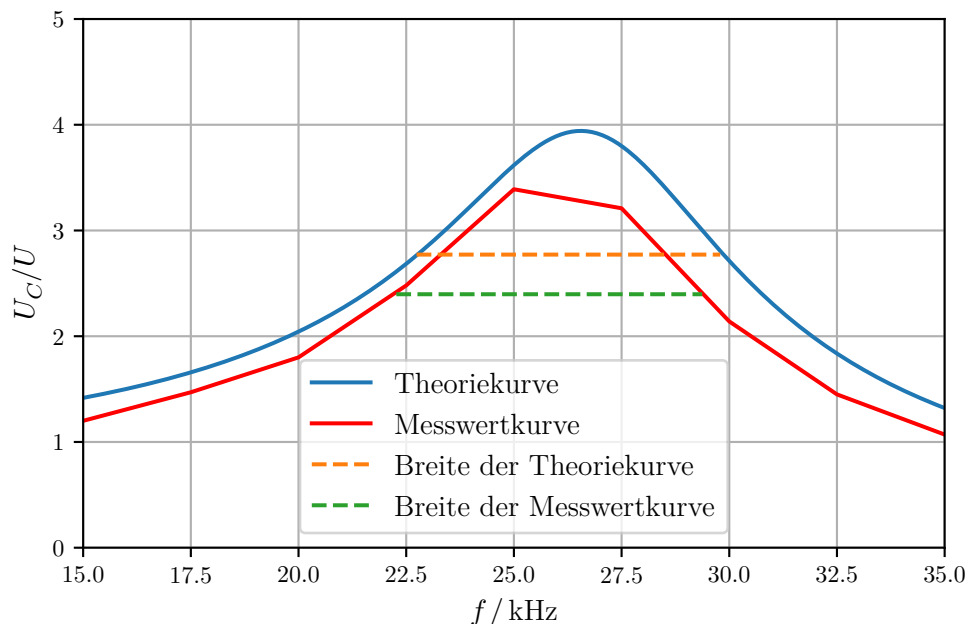


Abbildung 10: Breite der Resonanzkurve

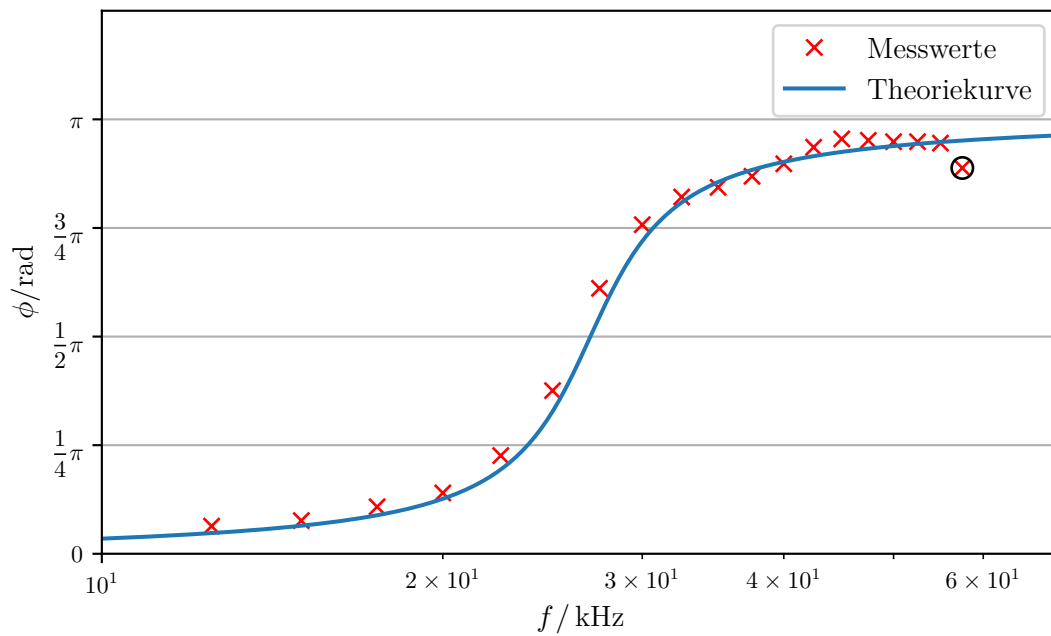


Abbildung 11: Messwerte im Vergleich zur Theoriekurve. (halblogarithmische Skala)

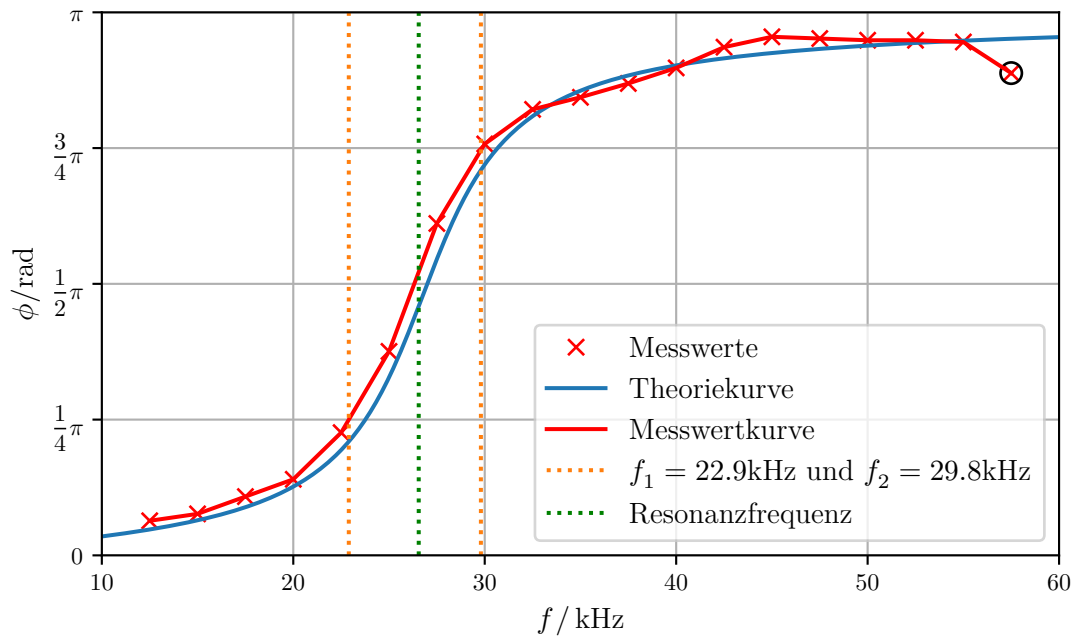


Abbildung 12: Die Frequenzen f_1 (ν_1) und f_2 (ν_2) lassen sich gut am Graphen der Messwerte ablesen. (Skala linear)

4 Diskussion

Unter Berücksichtigung des angegebenen Innenwiderstand des Generators (siehe Unterabschnitt 3.1) stimmen die Messdaten der ersten Messung gut mit den Theoriewerten überein.

Bei der Bestimmung des Widerstandes zum aperiodischen Grenzfall liegt die absolute Abweichung bei $1.23\text{k}\Omega$. Dieser Wert ist nicht im Rahmen der Messunsicherheit erklärbar. Eine mögliche Ursache dafür könnte sich zusammensetzen aus der ungenauen Auflösung bzw. der Dicke des Graphen vom Oszilloskop, weshalb nicht möglichst genau abgelesen werden kann wann der aperiodische Grenzfall eintritt. Dazu könnte es sich aufgrund der Größe des Fehlers auch noch um einen systematischen Fehler handeln.

Die Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung ist mit einer Abweichung von $\Delta\nu_{\text{diff}} = 2.67\%$ im Rahmen der Messunsicherheit ausreichend genau bestimmt. Zur Frequenzabhängigkeit der Phase sind die absoluten Fehler $\Delta\nu_1 = 0.64\text{kHz}$ und $\Delta\nu_2 = 0.65\text{kHz}$. Diese Abweichung liegt nicht in der Unsicherheit der Theorie. Dennoch sollte kein systematischer Fehler vorliegen, da man diese Abweichung durch eine doppelte Ableseungenauigkeit erklären kann. Diese tritt auf, da man hier zwei der Linien auf dem Oszilloskop ablesen muss, die jeweils eine kleinere Abweichung mit sich bringen. Alle kleineren Abweichungen sind durch Ableseungenauigkeit zu erklären, da man am Oszilloskop durch Liniendicke und Augenmaß Werte nicht exakt ablesen kann. Des Weiteren kann es aufgrund des geringen Messumfangs bei der erstellten Regression zu einem Fehler

kommen.

Literatur

- [1] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] *V353 - Das Relaxationsverhalten eines RC-Kreises*. TU Dortmund. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1712442/mod_resource/content/1/V353.pdf (besucht am 18.11.2021).
- [4] *V354 - Gedämpfte und erzwungene Schwingungen*. TU Dortmund. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1712443/mod_resource/content/1/V354.pdf (besucht am 18.11.2021).