

V401

Das Michelson-Interferometer

Lukas Bertsch

lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Steffen Kober

steffen.kober@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.05.2022

Abgabe: 24.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Interferenz	3
2.2 Kohärenz	3
2.3 Das Michelson-Interferometer	4
2.4 Abhängigkeit des Brechungsindex vom Druck	5
3 Durchführung	5
3.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers	6
3.2 Messung des Brechungsindex von Luft	6
4 Auswertung	7
4.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers	7
4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft bei Normalbedingungen	8
5 Diskussion	8
Literatur	9
Anhang	10

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wellenlänge eines Lasers durch Verwendung eines *Michelson-Interferometer* bestimmt werden. Dazu wird die Interferenzeigenschaft von monochromatischem Licht verwendet. Außerdem soll mit dem selben Laser der Brechungsindex von Luft bestimmt werden.

2 Theorie

Um das Michelson-Interferometer zu verstehen, werden zunächst grundlegende Eigenschaften von Licht erläutert. Dabei wird hauptsächlich auf die Eigenschaft der Interferenz und der Kohärenz eingegangen.

2.1 Interferenz

Licht ist eine elektromagnetische Welle. Daher kann die Ausbreitung von Licht durch die Maxwell-Gleichungen beschrieben werden. Aus dieser Beschreibung folgt auch, dass Licht zu einem Teil durch ein \vec{E} -Feld beschrieben werden kann. Da dieses bei Licht allerdings so stark oszilliert, dass es nicht gemessen werden kann, muss eine andere Größe für die Beschreibung von Licht gefunden werden. Dazu wird die Intensität verwendet. Die Intensität folgt aus den Maxwell-Gleichungen und ist durch

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2$$

gegeben. Nun ist Licht im Allgemeinen allerdings keine einzelne Welle, sondern eine mehrfach überlagerte Wellenkombination. Überlagerung bei elektromagnetischen Wellen bedeutet, dass zwei Wellen im gleichen Raum übereinander liegen. Da die Beschreibung von Licht aus den linearen Maxwell-Differentialgleichungen folgt, gilt für Lichtwellen das Prinzip der Superposition. Das bedeutet, dass die Summe der \vec{E} -Felder der einzelnen Wellen das \vec{E} -Feld der gesamten überlagerten Welle ergibt. Die Intensität einer überlagerten Welle kann dann gemäß

$$I_{\text{Ges}} = 2\text{const} \vec{E}_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1)) \quad (1)$$

berechnet werden. Der hier auftretende Cosinus-Term wird Interferenzterm genannt. Dieser Term beschreibt das Interferenzverhalten der überlagerten Wellen. Aus den Eigenschaften der Cosinus-Funktion folgt, dass der Interferenzterm einen Beitrag liefern kann, welcher größer als der Mittelwert selbst ist. Außerdem kann der Interferenzterm an den Nullstellen des Cosinus auch verschwinden.

2.2 Kohärenz

Wird nun angenommen, dass alle e-m-Wellen miteinander interferieren, sollte die Wahrnehmung unserer Umwelt wesentlich anders aussehen. Zum Beispiel wird in der Natur nahezu nie destruktive Interferenz beobachtet. Daher ist es naheliegend, dass es eine

weitere Bedingung für Interferenzeffekte geben muss. Diese Bedingung wird Kohärenz genannt. Eine wichtige Eigenschaft der Kohärenz ist, dass die Phasenkonstanten $\delta_{1,2}$ in der Natur meist komplex zeitabhängig sind. Die komplexe Zeitabhängigkeit liegt der Entstehung des Lichtes zu Grunde. Daher ergibt sich bei einer Betrachtung mehrerer Lichtquellen über ein geeignet langes Zeitintervall, dass der Interferenzterm im zeitlichen Mittel verschwindet. Es kann keine Interferenz unter dieser Bedingung festgestellt werden. Solches Licht wird inkohärent genannt.

Interferenz kann daher nur bei kohärenten Licht beobachtet werden. Kohärentes Licht hat die Eigenschaft, dass das Licht aller Quellen durch eine einheitliche Wellengleichung mit festen k, ω und δ beschrieben werden kann. Außerdem gilt, wenn ein Wellenzug endlicher Länge untersucht wird, eine weitere Bedingung für Interferenz. Diese Bedingung besagt, dass die interferierenden Bündel keinen Gangunterschied größer als die sogenannte *Kohärenzlänge* haben dürfen. Die Kohärenzlänge lautet

$$l = N\lambda,$$

wobei N die Anzahl der maximal beobachtbaren Intensitätsmaxima beschreibt. Eine Möglichkeit kohärentes Licht zu erzeugen bietet der *Laser*.

2.3 Das Michelson-Interferometer

Der Aufbau eines Michelson-Interferometers ist in Abbildung 1 abgebildet.

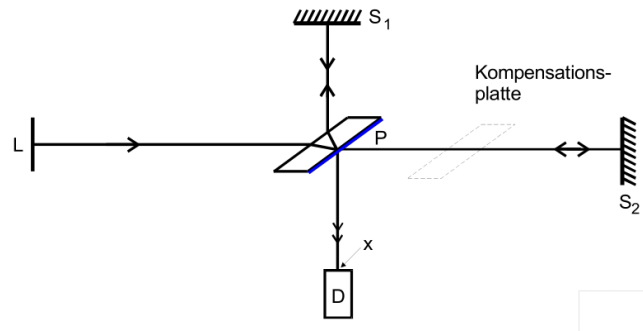


Abbildung 1: Prinzipieller Aufbau eines Michelson-Interferometers [3].

Eine Komponente ist eine semipermeable Platte. Eine solche Platte ermöglicht es eine einlaufende Welle aufzuteilen. Dabei wird ein Teil der Welle transmittiert und ein weiterer Teil reflektiert. Hierbei bleibt die Wellenlänge jedoch unverändert. Es ändert sich lediglich die Intensität der Welle und bei einem der beiden Strahlen findet an der semipermeablen Platte ein Phasensprung statt. Diese beiden gespaltenen Wellen werden nun durch den Aufbau überlagert. Da es sich um kohärentes Licht handelt, können die Wellen interferieren. Der Gangunterschied der beiden Wellen hängt von der Armlänge des Interferometers ab. Ist ein Arm um d länger als der andere entsteht ein Gangunterschied $w = 2d$. Daraus kann dann die Intensität der interferierenden Welle durch

$$I(d) = 2\text{const}\vec{E}_0^2 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} 2d + \pi \right) \right)$$

bestimmt werden. Aus dem Cosinusterm dieser Gleichung kann eine Bedingung für konstruktive und destruktive Interferenz hergeleitet werden.

Wird nun die Armlänge um einen Wert Δd verändert, treten bei einer kontinuierlichen Verschiebung abwechselnd Intensitätsmaxima und Minima auf. Aus einer festen Verschiebung Δd und einer Zählung der Maxima kann über

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{z} \quad (2)$$

die Wellenlänge des Strahls berechnet werden. Dabei beschreibt z die Anzahl der detektierten Maxima.

Bei einem Michelson-Interferometer kann ein Gangunterschied allerdings nicht ausschließlich durch eine veränderte Armlänge entstehen. Ebenso kann ein Gangunterschied der Strahlen durch einen veränderten Brechungsindex in einem der Arme entstehen. Läuft ein Strahl entlang einer Länge b einen Brechungsindex $n + \Delta n$, entsteht dabei der Gangunterschied $b\Delta n$. Daraus ergibt sich dann über die Maximabedingung der Zusammenhang

$$\Delta n = \frac{z\lambda}{2b}. \quad (3)$$

2.4 Abhängigkeit des Brechungsindex vom Druck

Im folgendem wird angenommen, dass Luft zwischen 0 bar und 1 bar sich wie ein ideales Gas verhält. Aus der idealen Gasgleichung kann die Anzahl der Moleküle in Abhängigkeit vom Druck p und der Temperatur T gemäß

$$N(p, T) = \frac{p}{T} \frac{T_0}{p_0} N_L$$

berechnet werden. Dabei ist N_L die Loschmidtsche Zahl. Damit kann nun die Änderung des Brechungsindex durch

$$\Delta n(p, p') = \frac{f}{2} N_L \frac{T_0}{p_0} \frac{1}{T} (p - p')$$

bestimmt werden. Wird der Brechungsindex nun unter Normalbedingungen betrachtet, ergibt sich dieser zu

$$n(p_0, T_0) = 1 + \Delta n(p, p') \frac{T}{T_0} \frac{p_0}{p - p'}. \quad (4)$$

3 Durchführung

Für die Durchführung des Versuches wird eine Variation des Michelson-Interferometers verwendet. Der Versuchsaufbau ist Abbildung 2 zu entnehmen. Vor Beginn der Messung muss das Interferometer so eingestellt werden, dass eine optimale Funktion der Photokathode gewährleistet ist. Bei eingeschaltetem Laser wird mithilfe der beiden manuell justierbaren Stellschrauben des rechten Spiegels die vertikale und horizontale Position

des Spiegels so eingestellt, dass der auslaufende Lichtstrahl die Linse des Photoelements möglichst genau trifft. Dabei müssen die beiden Teilstrahlen des Lasers sich überlagern und parallel zueinander verlaufen. Die Stellschraube der vertikalen Justierung wird so eingestellt, dass ein Interferenzmuster mit möglichst breiten Minima/Maxima entsteht. Wird nun die vom Motor angetriebene Stellschraube gedreht, kann die Photokathode die interferenzbedingten Lichtwechsel registrieren und in ein Zählsignal umwandeln.

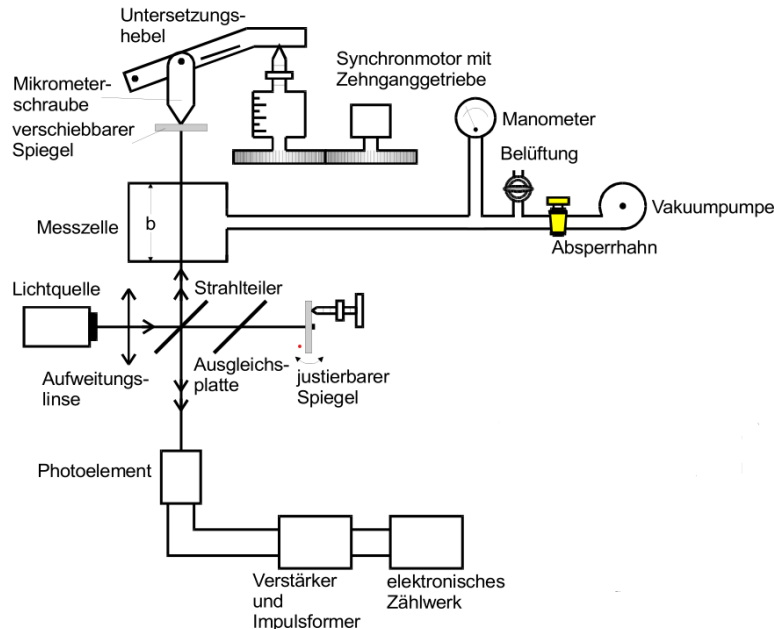


Abbildung 2: Versuchsaufbau des Experimentes [3].

3.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Zur experimentellen Bestimmung der Wellenlänge des verwendeten Lasers wird ein Bereich von 5 bis 10 mm mit der motorgetriebenen Stellschraube abgeschritten. Die Drehzahl des Elektromotors wird auf Stufe 1 eingestellt. Es werden 10 Messwerte der Zählraten der Photokathode festgestellt, indem der oben genannte Messbereich jeweils ein Mal durchschritten wird. Der Zähler der Photokathode wird vor jeder Messung auf 0 gestellt. Es ist zu beachten, dass die Stellschraube an einem Hebel mit dem Untersetzungsverhältnis $u = 1 : 5.046$ wirkt. Aus den gewonnenen Messwerten lässt sich ein Mittelwert bilden, aus dem ein experimenteller Wert der Wellenlänge des Lasers folgt.

3.2 Messung des Brechungsindex von Luft

Um den Brechungsindex der Luft zu bestimmen, wird eine feste Einstellung der Stellschraube gewählt. Diese sollte ebenfalls zwischen 5 und 10 mm liegen. Durch betätigen der Vakuumpumpe, kann ein Unterdruck in der Messzelle erzeugt werden. Dieser Unterdruck kann am Manometer abgelesen werden. Es werden 6 Messwerte der Zählraten

der Photokathode ermittelt, indem jeweils der Zählstand genullt wird und entweder ein Unterdruck erzeugt wird oder wieder Luft in die Messzelle gelassen wird. Mithilfe des Wertes des eingestellten Unterdrucks und den Messwerten kann der Brechungsindex von Luft bei den vorherrschenden Umgebungsbedingungen ermittelt werden.

4 Auswertung

Die in diesem Kapitel genannten Standardfehler des Mittelwertes ergeben sich nach

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_i (x_i - \bar{x})^2}.$$

Daraus resultierende Unsicherheiten genügen der Gaußschen Fehlerfortpflanzung. Die Fehlerrechnung wird in *Python* unter Verwendung des Paketes *uncertainties* [2] durchgeführt.

4.1 Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

Zur experimentellen Bestimmung der Wellenlänge des Lasers werden die in Tabelle 1 aufgeführten Messwerte der Zählraten verwendet. Aus diesen ergibt sich der Mittelwert $z_1 = 2999 \pm 24$. Die Stellschraube des Spiegels wurde um jeweils 5 mm gedreht. Durch Multiplikation mit dem Untersetzungsverhältnis $u = 1 : 5,046$ ergibt sich die Armlängenänderung $\Delta d = 0,991$ mm. Nach Einsetzen der Werte in Gleichung 2 folgt die Wellenlänge $\lambda_{\text{exp}} = (661 \pm 5)$ nm. Die reale Wellenlänge des Lasers ist mit $\lambda = 635$ nm angegeben.

Tabelle 1: Messwerte der Zählraten zur Bestimmung der Laserwellenlänge (N_λ) und des Brechungsindex (N_n).

N_λ	N_n
3019	27
3011	25
2956	27
3007	25
3013	32
2948	27
3004	40
3013	24
3008	29
3014	25
	31
	26

4.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft bei Normalbedingungen

Die Messwerte zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft sind ebenfalls in Tabelle 1 aufgeführt. Der Mittelwert dieser ergibt sich zu $z_2 = 28 \pm 4$. Die Länge der Messzelle, in welcher der Unterdruck erzeugt wird, lautet $b = 5$ cm. Mit der Laserwellenlänge $\lambda = 635$ nm folgt aus Gleichung 3 die Änderung des Brechungsindex $\Delta n = 0,000\,179 \pm 0,000\,027$. Diese kann wiederum in Gleichung 4 eingesetzt werden um den Brechungsindex bei Normalbedingungen ($p_0 = 1013,25$ hPa, $T_0 = 273,15$ K) zu erhalten. Die Messtemperatur T wird als $T = 295,15$ K = 22°C angenommen, ebenso wird $p = p_0$ für den Luftdruck während der Messung verwendet. Die Druckänderung wurde im Experiment so gewählt, dass immer der gleiche Druck $p' = 41\,325$ Pa erreicht wurde (Unterdruck von $-0,6$ bar). Mit diesen Werten lässt sich aus Gleichung 4 der Brechungsindex $n_{\text{Luft}} = 1,000\,326 \pm 0,000\,050$ ermitteln.

5 Diskussion

Im ersten Teil des Versuches wurde mithilfe eines Michelson-Interferometers die Wellenlänge des verwendeten Lasers bestimmt. Dabei ergaben sich die Schwierigkeiten, dass die Photokathode nicht von der Umgebung abgeschirmt gewesen ist. Daher können äußere Schatten zu einer erhöhten Zählrate führen. Außerdem kann es geschehen, dass aufgrund der Motorgeschwindigkeit die Photokathode nicht alle Maxima registriert und somit die Zählrate leicht abweicht. Die Wellenlänge des Lasers wurde zu $\lambda_{\text{exp}} = (661 \pm 5)$ nm bestimmt. Nach Angabe des Herstellers soll der Laser eine Wellenlänge von $\lambda_{\text{theo}} = 635$ nm haben. Daher ergibt sich gemäß

$$\Delta\lambda = 100 \frac{|\lambda_{\text{exp}} - \lambda_{\text{theo}}|}{\lambda_{\text{theo}}}$$

eine Abweichung der Wellenlänge von $\Delta\lambda = 4.05\%$.

Im zweiten Teil des Versuches sollte mit demselben Aufbau der Brechungsindex von Luft bestimmt werden. Bei dieser Messung liegen mögliche Quellen für Abweichungen in der Dichtheit der Apparatur. Außerdem kann durch händisches Pumpen nicht bei jeder Messung der exakt gleiche Druck eingestellt werden. Ebenfalls gelten die Formeln zur Berechnung des Brechungsindex nur genähert für ideale Gase unter Normalbedingungen, weshalb eine Abweichung auftreten muss. Hinzu kommen ebenfalls dieselben Fehlerquellen des ersten Teils des Versuches. Der Brechungsindex von Luft wurde in diesem Experiment zu $n_{\text{Luft}} = 1,000\,326 \pm 0,000\,050$ bestimmt. Der Brechungsindex von Luft unter Normbedingungen beträgt typischer Weise $n_{\text{Luft}} = 1,00021 \dots 1,00029$ [1]. Der experimentell ermittelte Wert weicht demnach geringfügig ab, was allerdings mit statistischen Schwankungen und den nicht exakt bestimmten vorherrschenden Umgebungsbedingungen (Raumtemperatur und Druck) begründet werden kann.

Die geringe Abweichung im ersten Versuchsteil deutet auf die hohe Präzision des Michelson-Interferometers hin. Allgemein sind eher äußere Einflüsse und statistische Schwankungen Ursachen der Abweichung der experimentellen Werte.

Literatur

- [1] Horst Czichos und Manfred Hennecke. *Das Ingenieurwissen*. Springer Verlag, 2012. ISBN: 978-3-642-22850-6.
- [2] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [3] *V401 - Das Michelson-Interferometer*. TU Dortmund. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1933350/mod_resource/content/2/V401.pdf (besucht am 17.05.2022).

Anhang

V401:

Wellenlänge Laser: 635nm
Übersetzung: 5,046

Motor geschw. 2 Zählstand 2406

" 1 " 3019

" " " 3001

" " " 2956

" " " 3007

" " " 3013

" " " 2948

" " " 3004

" " " 3013

" " " 3008

" " " 3014

Messung 2

Druck Druckaufbau

Druck ablesen

27

25

~~27~~

25

32

~~27~~

40

24

29

25

31

26

K. Popp
17.05.22