

V606

## **Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Stoffe**

Lukas Bertsch

lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Steffen Kober

steffen.kober@tu-dortmund.de

Durchführung: 26.04.2022

Abgabe: 03.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen . . . . .	3
2.2	Paramagnetismus . . . . .	3
2.3	Zusammenhang von Paramagnetismus und atomaren Drehimpuls . . . . .	3
2.4	Vom Drehimpuls zur Suszeptibilität . . . . .	4
2.5	Suszeptibilität Seltener-Erd-Verbindungen . . . . .	4
2.6	Beschreibung einer Messapparatur zur Bestimmung der Suszeptibilität . .	5
2.7	Unterdrückung von Störspannungen . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>7</b>
3.1	Untersuchung der Filterkurve des Selektivverstärkers . . . . .	7
3.2	Messreihe zur Bestimmung der Suszeptibilität . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>8</b>
4.1	Filterkurve des Selektivverstärkers . . . . .	9
4.2	Bestimmung der Suszeptibilitäten . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

# 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die magnetische Suszeptibilität paramagnetischer Stoffe bestimmt. Dies geschieht für drei verschiedene *seltene Erden*. Die Messung der dafür nötigen Größen geschieht über eine Brückenschaltung.

## 2 Theorie

### 2.1 Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen

Zunächst wird der Zusammenhang zwischen der Magnetfeldstärke  $\vec{H}$  und der Suszeptibilität  $\chi$  untersucht. Dabei hängen die Magnetfeldstärke  $\vec{H}$  und die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  über

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

zusammen. Dies gilt allerdings nur für ein homogenes Magnetfeld. Befindet sich Materie in einem Magnetfeld ändert sich der Zusammenhang zu

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}), \quad (1)$$

wobei der Summand  $\vec{M}$  *Magnetisierung* genannt wird. Die Magnetisierung entsteht durch magnetische Momente der Atome in einer Substanz. Mittels der Suszeptibilität kann die Magnetisierung

$$\vec{M} = \mu_0 (\chi + 1) \vec{H} \quad (2)$$

in Abhängigkeit von  $\vec{H}$  ausgedrückt werden. Hierbei besteht in aller Allgemeinheit kein linearer Zusammenhang zwischen  $\vec{M}$  und  $\vec{H}$ , da  $\chi$  sowohl von der Temperatur der Probe, sowie von  $\vec{H}$  selbst abhängt.

### 2.2 Paramagnetismus

Paramagnetismus ist eine Eigenschaft von Materie in einem Magnetfeld. Allerdings existiert diese Eigenschaft nur für bestimmte Stoffe. Paramagnetische Stoffe haben ohne äußeres Magnetfeld keine eigene magnetische Ordnung. Außerdem ist bei solchen Stoffen das äußere Magnetfeld stärker als das Innere. Daher werden paramagnetische Stoffe in ein außen anliegendes Magnetfeld hineingezogen. Für die relative Permeabilität  $\mu_r$  gilt bei paramagnetischen Stoffen  $\mu_r > 1$ . Beispiele für paramagnetische Stoffe sind sogenannte *seltene Erden*. Diese Stoffe werden in diesem Versuch verwendet.

### 2.3 Zusammenhang von Paramagnetismus und atomaren Drehimpuls

Damit Paramagnetismus auftreten kann, dürfen die Atome und Moleküle keine verschwindenden Drehimpulse haben. Die Permeabilität des Paramagnetismus ist temperaturabhängig. Diese Abhängigkeit entsteht, wenn sich die magnetischen Momente der Moleküle ausrichten. Die magnetischen Momente sind mit den Drehimpulsen gekoppelt. Steigt nun die Temperatur eines paramagnetischen Stoffes, so steigt die kinetische Energie der Atome. Daher bewegen sich diese stärker und stören so die Ausrichtung der Momente.

## 2.4 Vom Drehimpuls zur Suszeptibilität

Es gibt drei Drehimpulse eines Teilchens, die den Gesamtdrehimpuls festlegen. Der Bahndrehimpuls der Elektronenhülle, der Spin der Elektronen und der Kerndrehimpuls. In schwachen Magnetfeldern hat der Kerndrehimpuls einen vernachlässigbar kleinen Effekt auf den Paramagnetismus. Der Gesamtdrehimpuls ergibt sich daher durch

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}.$$

Dabei beschreiben  $\vec{L}$  und  $\vec{S}$  die Summe der einzelnen Bahn- und Spin- Drehimpulse der jeweiligen Teilchen. Durch die Quantenmechanik kann den Drehimpulsen  $\vec{L}$  und  $\vec{S}$  ein magnetisches Moment zugeordnet werden. Die potentielle Energie der Ausrichtungen der magnetischen Momente kann mittels des *Landé-Faktors*  $g_J$  und der Orientierungsquantenzahl  $m$  durch

$$E_m = \mu_B g_J m \quad (3)$$

berechnet werden. Dabei ist  $\mu_B$  das *Bohrsche Magneton*. Nach Aufspaltung der Energieniveaus tritt der *Zeeman-Effekt* auf. Um nun die Magnetisierung berechnen zu können, muss die Häufigkeit bestimmter Orientierungen der magnetischen Momente ermittelt werden. Diese verteilen sich gemäß der *Boltzmann-Verteilung* auf die Energieunter-niveaus. Nach Summation über die Energieniveaus kann ein mittleres magnetisches Moment berechnet werden. Dieses lässt sich gemäß der *Brillouin-Funktion* berechnen. Diese Formel lässt sich allerdings im allgemeinen nicht analytisch lösen. Aus diesem Grund wird die Näherung verwendet, dass das Problem bei Raumtemperatur und schwachen Feldern betrachtet wird. In dieser Näherung kann die Magnetisierung

$$M = \frac{1}{3} \mu_0 N g_J^2 \mu_B^2 \frac{J(J+1)B}{kT}$$

bestimmt werden. Daraus lässt sich gemäß Gleichung 2

$$\chi = \frac{1}{3} \mu_0 N g_J^2 \mu_B^2 \frac{J(J+1)}{kT} \quad (4)$$

bestimmen. Es folgt eine  $\frac{1}{T}$ -Abhängigkeit für  $\chi$ . Formel (4) wird *Curiesches Gesetz* genannt.

## 2.5 Suszeptibilität Seltener-Erd-Verbindungen

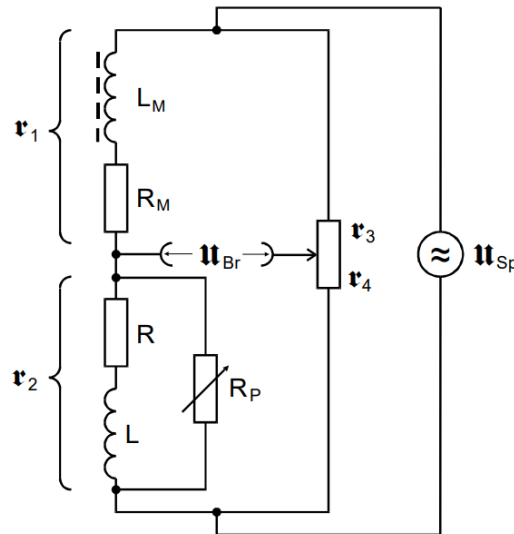
Ionen seltener Erden weisen einen starken Paramagnetismus auf. Wie in Unterabschnitt 2.3 erklärt, folgt aus dieser Eigenschaft, dass die Elektronenhüllen dieser Stoffe große Drehimpulse haben. Diese entstehen durch die  $4f$ -Elektronen in der Elektronenhülle.  $4f$ -Elektronen treten erst ab Ordnungszahlen  $\geq 58$  auf. Die  $4f$ -Elektronen liegen weit innerhalb der  $6s$ -Schale, wodurch auch die Paramagnetische Eigenschaft seltener Erden erklärt werden kann. Mit den Hundschen Regeln kann der Gesamtdrehimpuls der  $4f$ -Schale bestimmt werden. Ist die Schale weniger als zur Hälfte gefüllt, lässt sich der Gesamtdrehimpuls gemäß  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$  berechnen. Ist die Schale dahingegen mehr als zur Hälfte gefüllt, berechnet sich der Gesamtdrehimpuls nach  $\vec{J} = \vec{L} - \vec{S}$ . Dabei gilt jeweils  $\vec{L} = \sum \vec{s}_i$  und  $\vec{S} = \sum \vec{l}_i$ .

## 2.6 Beschreibung einer Messapparatur zur Bestimmung der Suszeptibilität

Für eine Messapparatur der Suszeptibilität ist es nötig ein Magnetfeld zu erzeugen. Dies geschieht häufig über eine *Lange Spule*, da das Magnetfeld im Inneren dieser annähernd homogen ist. Um mit einer solchen Spule zu rechnen, ist die Induktivität eine relevante Größe. Für eine Spule in einem Vakuum gilt für die Induktivität die Formel  $L = \mu_0 \frac{n^2}{l} F$ . Dabei beschreibt  $l$  die Länge der Spule und  $F$  den Querschnitt der Spule. Um die Suszeptibilität eines Materials zu bestimmen, wird ein Stoff nun in das Magnetfeld der Spule eingeführt, wobei sich die Induktivität der Spule ändert. Da in der Realität eine Spule nicht vollständig mit einer Probe gefüllt wird, muss die Formel zu

$$L_M = \mu_0 \frac{n^2 Q}{l} + \chi \mu_0 \frac{n^2 Q}{l} \quad (5)$$

angepasst werden. Da der Unterschied zwischen der gefüllten Spule und einer im Vakuum nur sehr gering ist, wird eine sehr hohe Auflösung für die Messung von  $L$  benötigt, um die Suszeptibilität zu bestimmen. Um die nötige Auflösung zu erreichen, können zwei möglichst identische Spulen verwendet werden. Dabei wird eine der beiden Spulen nicht gefüllt und in die Andere wird die Messprobe eingeführt. Die beiden Spulen werden über eine Brückenschaltung zusammengeschlossen. Mit einer solchen Schaltung, wie sie in Abbildung 1 dargestellt ist, kann die Suszeptibilität nun über zwei Methoden bestimmt werden. Für die erste Methode müssen zunächst beide Spulen ohne Probe aufeinander



**Abbildung 1:** Schaltplan einer Brückenschaltung zweier identischer Spulen [4].

abgestimmt werden. Dann wird die Brückenspannung gemessen, welche beim Einführen der Probe in eine der Spulen entsteht. Aus der entstandenen Brückenspannung kann dann die Suszeptibilität berechnet werden.

Bei der zweiten Methode werden erneut beide Spulen aufeinander abgestimmt. Dann

wird die Probe eingeführt und die beiden Brücken werden erneut aufeinander abgestimmt. Aus der Änderung der Abgleichelemente kann nun die Suszeptibilität bestimmt werden. Die Brückenspannung der ersten Methode kann aus Knoten- und Maschenregeln, sowie der Annahme  $\Delta L \ll L$  zu

$$U_{\text{Br}} = \frac{\omega \mu_0 \chi n^2 Q}{4l} \frac{1}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \left( \mu_0 \frac{n^2}{l} F \right)^2}} U_{\text{Sp}}$$

bestimmt werden. Um  $\chi$  zu berechnen kann diese Formel nach

$$\chi = \frac{U_{\text{Br}}}{U_{\text{Sp}}} \frac{4l}{\omega \mu_0 n^2 Q} \sqrt{R^2 + \omega^2 \left( \mu_0 \frac{n^2}{l} F \right)^2} \quad (6)$$

umgestellt werden. Dabei kann für hinreichend große Messfrequenzen  $\omega$ , die Gleichung für  $\chi$  zu

$$\chi = 4 \frac{F U_{\text{Br}}}{Q U_{\text{Sp}}} \quad (7)$$

genähert werden.

Für die Bestimmung von  $\chi$  über die zweite Methode wird die Abgleichbedingung  $r_1 R_4 = r_2 R_3$  unter kleiner Abweichung  $\Delta R$  betrachtet. Diese Abweichung entsteht durch das Einführen der Probe in eine der Spulen. Die Abweichung  $\Delta R$  lässt sich aus der Abgleichbedingung und der Näherung  $\Delta L \ll L$  zu

$$\Delta R = \chi \frac{R_3 Q}{2 F}$$

bestimmen. Damit folgt dann wieder ein Zusammenhang für die Suszeptibilität

$$\chi = 2 \frac{\Delta R F}{R_3 Q}. \quad (8)$$

## 2.7 Unterdrückung von Störspannungen

Bei einer Schaltung, wie jener in Abbildung 1, tritt das experimentelle Problem auf, dass Störspannungen an den Ausgangsklemmen die zu messende Brückenspannung verdecken. Eine Lösung dieses Problem liegt in der Eigenschaft von monofrequenten Signalspannungen. Die Brückenspannung ist ebenfalls ein monofrequentes Signal. Aus diesem Grunde lässt sich das Problem durch Verwendung eines Selektivverstärkers eliminieren. Die Filterkurve eines Selektivverstärkers hat die Form einer gaußschen Glockenkurve. Ein Beispiel einer Filterkurve ist in Abbildung 2 zu sehen. Eine Filterkurve beschreibt die Abhängigkeit von  $\frac{U_A}{U_E}$  zur Frequenz  $\nu$ . Die Breite der Filterkurve ist ein Maß für die Spannungsunterdrückung. Im Zusammenhang damit steht die Güte  $Q$ . Die Güte eines Selektivverstärkers kann gemäß

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_+ - \nu_-} \quad (9)$$

berechnet werden. Dabei beschreibt  $\nu_{\pm}$  die Frequenz, bei welcher die normierte Filterkurve den Wert  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  erreicht.

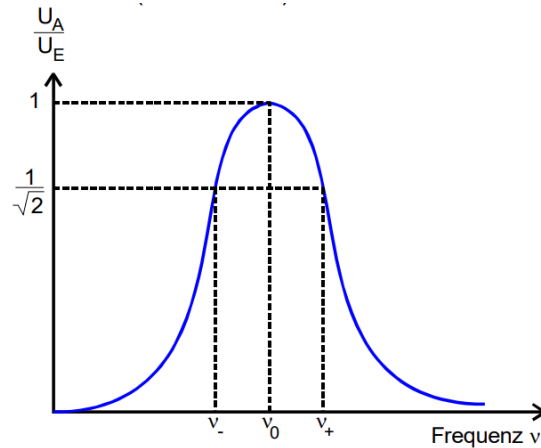


Abbildung 2: Schematische Darstellung einer Filterkurve. [4]

### 3 Durchführung

Für die experimentelle Bestimmung der Suszeptibilität verschiedener Stoffe wird eine Schaltung verwendet, die in Abbildung 3 zu sehen ist. Um Störspannungen zu vermindern und das Signal der Brückenschaltung zu verstärken, wird ein Selektivverstärker verwendet. Da dieser Filter nur einen bestimmten Frequenzbereich an Wechselspannungen durchlässt, muss die Frequenz des Sinusgenerators genau auf den Selektivverstärker abgestimmt werden.

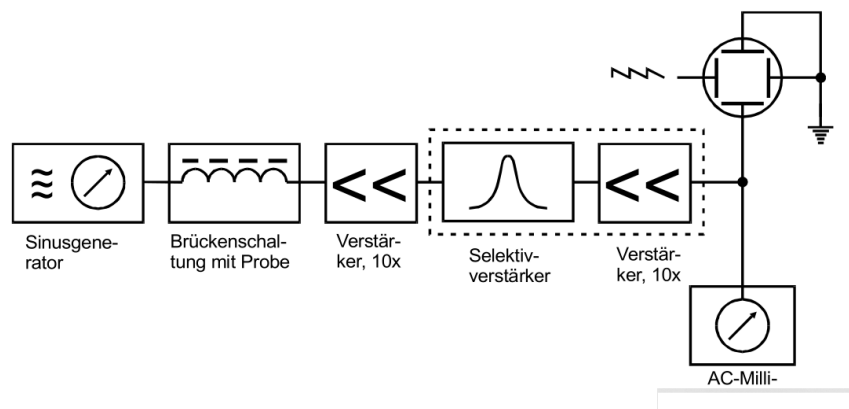


Abbildung 3: Blockschaltplan des Versuchaufbaus [4].

#### 3.1 Untersuchung der Filterkurve des Selektivverstärkers

Zur Bestimmung der Filterkurve wird ein Sinusgenerator an den Selektivverstärker angeschlossen, mit welchem Frequenzen im Bereich von 15 bis 40 kHz erzeugt werden können. Der Ausgang des Verstärkers wird mit einem Spannungsmessgerät (Voltmeter)

verbunden. Gemessen wird im einstelligen Voltbereich. Zuerst kann die Lage des Spannungsmaximums grob ermittelt werden. Hierzu kann bei Bedarf ein Oszilloskop anstelle des Voltmeters verwendet werden. Um die Filterkurve auszumessen, wird ein ausreichend großer Frequenzbereich um die Frequenz des Spannungsmaximums gewählt. Es werden Messwertepaare der Frequenz und der gemessenen Spannung notiert, wobei in der näheren Umgebung des Maximums mehr Messwerte bestimmt werden sollten, da in diesem Bereich eine starke Steigung des Graphen zu erwarten ist. Aus den Messwerten lässt sich die Filterkurve des Selektivverstärkers ermitteln, indem die (normierte) Spannung als Funktion der Frequenz aufgetragen wird.

### 3.2 Messreihe zur Bestimmung der Suszeptibilität

Wie in Abschnitt 2 beschrieben, kann die Suszeptibilität paramagnetischer Stoffe auf zwei verschiedene Weisen experimentell bestimmt werden. Die benötigten Messwerte zu den beiden Verfahren können derselben Messreihe entnommen werden.

Da die verwendeten Proben in Pulverform vorliegen und so nicht die Dichte eines Einkristalles selbigen Materials erreichen, muss zunächst diese Abweichung rechnerisch kompensiert werden. Dazu wird der Querschnitt  $Q_{\text{real}}$  der Probe bestimmt, den sie als Einkristall mit entsprechender Dichte hätte, indem der gemessene Querschnitt mit dem Verhältnis  $\rho_P/\rho_E$  der Dichten der Probe  $\rho_P$  und des Einkristalles  $\rho_E$  multipliziert wird. Da  $\rho = M/V$  ( $M$ : Masse,  $V$ : Volumen) gilt, kann der effektive Querschnitt über

$$Q_{\text{real}} = \frac{M_P}{l\rho_E} \quad (10)$$

berechnet werden, wozu die Länge  $l$  jeder Probe zuvor bestimmt werden muss.

Die aus der Filterkurve bestimmte Frequenz des Spannungsmaximums wird an dem Sinusgenerator eingestellt. Da ein anderer Spannungsgenerator verwendet wird, sollte überprüft werden, ob tatsächlich das Maximum der Spannung vorliegt.

Vor jeder Messung wird mithilfe des regelbaren Widerstands  $R_P$  die gemessene Spannung auf ein Minimum geregelt. Der eingestellte Widerstand und die angezeigte Spannung werden notiert. Anschließend wird das Proberöhrchen in die dafür vorgesehene Öffnung eingeführt und die nun gemessene Spannung vermerkt. Dieser Wert bietet eine der zwei Möglichkeiten zur experimentellen Bestimmung der Suszeptibilität. Über den Widerstand  $R_P$  kann wieder ein Minimum der Spannung eingestellt werden. Aus diesem Wert kann ebenfalls die Suszeptibilität des Stoffes bestimmt werden. Auch die zugehörige Spannung wird abermals notiert. Dieses Vorgehen wird für jede Probe drei Mal durchgeführt. Insgesamt werden Proben drei verschiedener Stoffe untersucht.

## 4 Auswertung

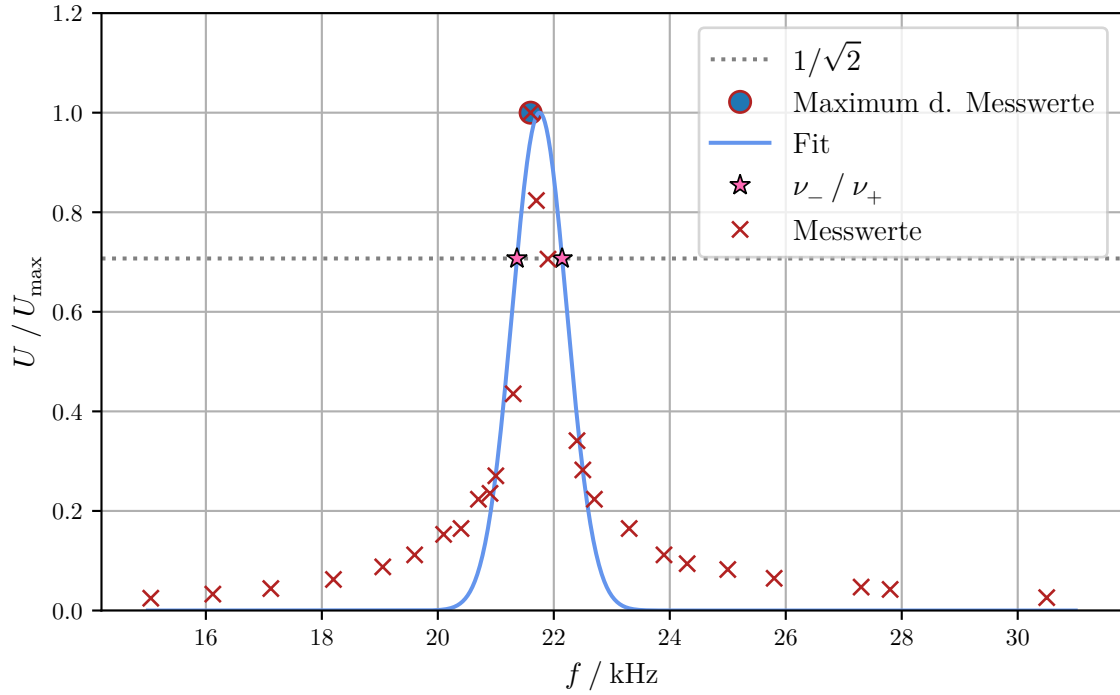
Die in diesem Kapitel erwähnten Fehler genügen der Gaußschen Fehlerfortpflanzung beziehungsweise dem Standardfehler des Mittelwertes und wurden mit *uncertainties* [3] in *Python* berechnet.



#### 4.1 Filterkurve des Selektivverstärkers

Im ersten Teil des Versuches wird die Filterkurve des Selektivverstärkers analysiert. Die Messwertepaare der Frequenz und Spannung werden in einem Diagramm gegeneinander aufgetragen, wodurch sich eine Glockenkurve bildet, was in Abbildung 4 zu sehen ist. Um die markanten Punkte der Glockenkurve zu verdeutlichen, ist die Spannung relativ zur maximalen Spannung (Eingangsspannung)  $U_{\max} = 8,5 \text{ V}$  dargestellt. Die Glockenkurve hat die Gestalt

$$f(x) = \exp(-\alpha(x - b)^2).$$



**Abbildung 4:** Filterkurve des Selektivverstärkers. Erstellt mit *matplotlib* [1] unter Verwendung von *scipy* [2].

Der Parameter  $b$  dient dabei zur Verschiebung der Glockenkurve entlang der  $x$ -Achse und entspricht dem Wert  $\nu_0$  des Maximums. Durch eine Regression mittels *scipy* [2] ergeben sich die Parameter

$$\alpha = (2,28 \pm 0,30) \frac{1}{\text{kHz}^2} \quad \text{und} \quad b = (21,75 \pm 0,04) \text{ kHz}. \quad (11)$$

Es folgt sofort  $\nu_0 = b = (21,75 \pm 0,04) \text{ kHz}$ , die Frequenzen  $\nu_-$  und  $\nu_+$  können als Schnittpunkte der Funktion mit der Geraden  $y = 1/\sqrt{2}$  grafisch ermittelt werden. Dieses Vorgehen kann ebenfalls Abbildung 4 entnommen werden. Es ergeben sich die Frequenzen  $\nu_- = 21,36 \text{ kHz}$  und  $\nu_+ = 22,14 \text{ kHz}$ . Durch Einsetzen in Gleichung 9 kann der Wert der Güte berechnet werden. Unter Beachtung der Gaußschen Fehlerfortpflanzung folgt

$$Q = 27,89 \pm 0,06.$$

## 4.2 Bestimmung der Suszeptibilitäten

Die Suszeptibilität wurde in diesem Versuch auf zwei Arten bestimmt, welche in Unterabschnitt 2.6 beschrieben worden sind. Damit  $\chi$  aus den Widerständen gemäß Formel (8) berechnet werden kann, wurden zunächst die Querschnittsflächen der Proben bestimmt. Diese wurden zu  $Q_{\text{Dy}_2\text{O}_3} = 12,04 \text{ mm}^2$ ,  $Q_{\text{Gd}_2\text{O}_3} = 8,89 \text{ mm}^2$  und  $Q_{\text{C}_6\text{O}_{12}\text{Pr}_3} = 56,75 \text{ mm}^2$  bestimmt. Mit einem Spulenquerschnitt von  $F = 86,6 \text{ mm}^2$ , dem Widerstand  $R_3 = 998 \Omega$  und einem  $\Delta R$ , welches den Originalmessdaten im Anhang entnommen werden kann, ergeben sich die Suszeptibilitäten der Proben. Diese werden in Tabelle 1 dargestellt.

**Tabelle 1:** Experimentell ermittelte Suszeptibilitäten.

Aus Widerständen	$\chi_1$	$\chi_2$	$\chi_3$	$\bar{\chi}_{\text{exp}}$		
$\text{Dy}_2\text{O}_3$	0,0198	0,0224	0,0235	0.0219	$\pm$	0.0016
$\text{Gd}_2\text{O}_3$	0,0268	0,0303	0,0319	0.0297	$\pm$	0.0021
$\text{C}_6\text{O}_{12}\text{Pr}_2$	0,0042	0,0048	0,0050	0.0047	$\pm$	0.0003
Aus Spannungen						
$\text{Dy}_2\text{O}_3$	0,0203	0,0228	0,0219	0.0217	$\pm$	0.0011
$\text{Gd}_2\text{O}_3$	0,0275	0,0309	0,0298	0.0294	$\pm$	0.0014
$\text{C}_6\text{O}_{12}\text{Pr}_3$	0,0043	0,0048	0,0047	0.0046	$\pm$	0.0002

Um die Suszeptibilität aus den Spannungen gemäß Gleichung 7 zu berechnen, sind ebenfalls die bereits beschriebenen Querschnitte nötig. Außerdem wird ein  $U_{\text{Sp}} = 8,5 \text{ V}$  verwendet und die gemessenen Brückenspannungen  $U_{\text{Br}}$ , welche ebenfalls den Originalmessdaten im Anhang entnommen werden können. Mit diesen Werten ergeben sich dann erneut experimentelle Werte der Suszeptibilitäten. Diese werden in Tabelle 1 dargestellt. Theoriewerte der Suszeptibilitäten lassen sich nach Formel (4) berechnen. Die Theoriewerte unterliegen allerdings der Annahme, dass die Proben bei konstanter Raumtemperatur untersucht wurden. Daher wurde eine Raumtemperatur von  $T = 293,15 \text{ K}$  verwendet. Außerdem werden die Quantenzahlen  $J$ ,  $S$  und  $L$  benötigt. Diese können aus den Hundschen Regeln bestimmt werden. Für  $\text{Dy}_2\text{O}_3$  lauten diese  $J = 7.5$ ,  $S = 2.5$  und  $L = 5$ .  $\text{Gd}_2\text{O}_3$  hat die Quantenzahlen  $J = 3.5$ ,  $S = 3.5$  und  $L = 0$ . Da zu  $\text{C}_6\text{O}_{12}\text{Pr}_2$  keine Dichte in sämtlichen frei zugänglichen Stoffdatenbanken zu finden ist, konnten auch keine Theoriewerte bestimmt werden. Mit dem Bohrschen Magneton und dem *Landé-Faktor*, welche einfach von den bekannten Quantenzahlen abhängt, können dann die theoretischen Suszeptibilitäten der Proben bestimmt werden. Die Theoriewerte werden in Tabelle 2 dargestellt. Aus diesen wird dann in derselben Tabelle die Abweichung des experimentellen Wertes zum Theoriewert berechnet.

**Tabelle 2:** Theoriewerte der Suszeptibilitäten und experimentelle Abweichung. (Spannungs-Methode)

	$\chi_{\text{theo}}$	$\bar{\chi}_{\text{exp}}$	$\Delta\chi / \%$
Dy <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,0254	$0,0217 \pm 0.0011$	13,74
Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,0138	$0,0294 \pm 0.0014$	115,37
C <sub>6</sub> O <sub>12</sub> Pr <sub>3</sub>	-	$0,0046 \pm 0.0002$	-

**Tabelle 3:** Theoriewerte der Suszeptibilitäten und experimentelle Abweichung. (Widerstand-Methode)

	$\chi_{\text{theo}}$	$\bar{\chi}_{\text{exp}}$	$\Delta\chi / \%$
Dy <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,0254	$0,0219 \pm 0.0016$	14,59
Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,0138	$0,0297 \pm 0.0021$	113,27
C <sub>6</sub> O <sub>12</sub> Pr <sub>3</sub>	-	$0,0047 \pm 0.0003$	-

## 5 Diskussion

Bei der Analyse der Filterkurve ergab sich aus den Messwerten eine Güte  $Q = 27,89 \pm 0,06$ . Am Sinusgenerator wurde eine Güte  $Q_{\text{real}} = 20$  eingestellt, was bedeutet, dass das Messergebnis um  $\Delta(Q) = 39,45 \%$  von dem realen Wert abweicht. Die relative Abweichung eines Messwertes  $x$  zu einem Theoriewert  $x^*$  wird nach

$$\Delta_{\text{rel}}(x) = \frac{|x^* - x|}{x^*} \quad (12)$$

berechnet. Jedoch modelliert – wie in Abbildung 4 zu erkennen ist – der Fit, mit welchem die Werte der Frequenzen  $\nu_-$ ,  $\nu_+$  und  $\nu_0$  ermittelt wurden, nicht ideal den Verlauf der Messwerte. Dies liegt der Tatsache zu Grunde, dass die Filterkurve einen sehr starken Anstieg verzeichnet und nicht genügend Messwerte in diesem Bereich genommen werden konnten, obwohl bereits eine sehr kleine Schrittweite im Bereich des Maximums gewählt wurde. Möglicherweise könnte ein besseres Ergebnis erzielt werden, indem nur die Messwerte um das Maximum zur Interpolation verwendet würden. Die hohe Abweichung lässt sich hauptsächlich mit der Ungenauigkeit des Fits und den daraus resultierenden Schwierigkeiten in der Bestimmung der Frequenzen erklären. Eine genauere Bestimmung wäre nur mit einer besseren Auflösung der Frequenzen möglich.

Im Hauptteil des Versuches wurden die Suszeptibilitäten der verschiedenen Stoffe auf zwei Weisen ermittelt. Schon bei der Messung fiel auf, dass die Messwerte der Spannungen für zwei Stoffe nur sehr schwierig von der Grundspannung der Brücke differenziert werden können. Des Weiteren wurden unerklärliche Sprünge der Anzeige des Voltmeters bemerkt, die in der Größenordnung der Messwerte lagen. Die Messergebnisse werden in den Tabellen 2 und 3 mit den Theoriewerten verglichen. Zum Stoff C<sub>6</sub>O<sub>12</sub>Pr<sub>3</sub> der Praseodymoxalat-Gruppe konnte kein Theoriewert bestimmt werden, da keine Angaben zur Dichte des Materials und zu den quantenmechanischen Eigenschaften zu finden sind.

Der Stoff  $\text{Nd}_2\text{O}_3$  (Neodym(III)-oxid) wurde nicht untersucht, da keine Veränderung der Messanzeigen beim Einführen der Probe in die Spule festgestellt werden konnte. Die experimentellen Werte der Suszeptibilitäten der verbleibenden beiden Stoffe unterscheiden sich für die Ermittlung des Wertes aus den Spannungen respektive Widerständen kaum. Dies ist ein Indiz dafür, dass beide Bestimmungsmethoden gleichwertig sind. Die relativen Abweichungen zu den Theoriewerten fallen für Dysprosium(III)-oxid ( $\text{Dy}_2\text{O}_3$ ) relativ gering aus und liegen bei  $\Delta\chi_{\text{Spannung}} = 13,74\%$  und  $\Delta\chi_{\text{Widerstand}} = 14,59\%$ . Dies stellt eine akzeptable Abweichung im Rahmen der Messgenauigkeit und der zuvor getroffenen Näherungen dar. Die Suszeptibilitäten des Gadolinium(III)-oxids ( $\text{Gd}_2\text{O}_3$ ) weichen um  $\Delta\chi_{\text{Spannung}} = 115,37\%$  und  $\Delta\chi_{\text{Widerstand}} = 113,27\%$  ab. Eine spezielle Ursache hierfür kann nicht ermittelt werden.

Insgesamt ist die Bestimmung der Suszeptibilitäten mit dem verwendeten Verfahren inakkurat. Die Messwerte sind in einer ähnlichen Größenordnung wie potenzielle Fehlersignale und es werden viele Näherungen getroffen, die sich in Summe stark auf die Messgenauigkeit auswirken.

## Literatur

- [1] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [2] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [3] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [4] *V606 - Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Stoffe*. TU Dortmund. URL: [https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1933356/mod\\_resource/content/1/V606.pdf](https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1933356/mod_resource/content/1/V606.pdf) (besucht am 27.04.2022).

# Anhang

## v606 Suszeptibilität porang. Stoffe

Vermessung der Filterkurve

$f / \text{kHz}$	$U_A / \text{V}$	$f / \text{kHz}$	$U_A / \text{V}$
15,05	0,21	22,7	1,9
16,12	0,28	22,84	2,9
17,12	0,375	22,5	2,4
18,20	0,53	23,3	0,55
19,05	0,745	23,3	1,4
20,1	1,3	24,3	0,8
19,6	0,95	25,0	0,7
20,4	1,4	25,8	0,55
<del>20,7</del>	<del>2,1</del>	27,3	0,4
<del>20,9</del>		28,0	0,3
20,7	1,9	27,8	0,36
20,5	2,0	30,5	0,22
21	2,3		
21,3	3,7		
21,6	8,5		
21,7	7,0		
21,5	6,0		

KAA

5)  $R_p = 530 \cdot 5 \text{ m}\Omega$

Bei  $U_0 = 12,5 \text{ mV}$

Probe 1:  $\text{Nd}_2\text{O}_3$

$m = 7,66 \text{ g}$      $l = 15,6 \text{ cm}$      $d = 0,85 \text{ cm}$

Probe 1:  $\text{Dy}_2\text{O}_3$

$m = 14,38 \text{ g}$      $l = 15,3 \text{ cm}$      $d = 0,85 \text{ cm}$

1. Messung

$R_{p,0} = 530 \cdot 5 \text{ m}\Omega$  ,  $U_0 = 12,5 \text{ mV}$

$U_B = 18,5 \text{ mV}$

~~$R_p = 255 \cdot 5 \text{ m}\Omega$~~

$R_p' = 255 \cdot 5 \text{ m}\Omega$      $U_0' = 11,4 \text{ mV}$

2.

$R_{p,0} = 551 \cdot 5 \text{ m}\Omega$  ,  $U_0 = 12,75 \text{ mV}$

$U_B = 19,5 \text{ mV}$

$R_p' = 240 \cdot 5 \text{ m}\Omega$  ,  $U_0' = 11,25 \text{ mV}$

3.

$R_{p,0} = 545 \cdot 5 \text{ m}\Omega$  ,  $U_0 = 12,5 \text{ mV}$

$U_B = 19 \text{ mV}$

$R_p' = 218 \cdot 5 \text{ m}\Omega$  ,  $U_0' = 11 \text{ mV}$

~~km~~



Probe 2:  $\text{Gd}_2\text{O}_3$   $m = 10,2\text{g}$   $l = 15,5\text{cm}$   
 $d \approx 0,85\text{cm}$

$$R_{p,0} = 542 \cdot 5\text{m}\Omega$$

$$U_0 = 12,55\text{mV}$$

$$U_B = 13,5\text{mV}$$

□ Voltmeteranzeige  
○ ohne Einwirkung gedreht

$$~~R_{p,0} = 449 \cdot 5\text{m}\Omega~~$$

$$R_{p'} = 421 \cdot 5\text{m}\Omega$$

$$U_0' = 10,75\text{mV}$$

$$R_{p,0} = 545 \cdot 5\text{m}\Omega$$

$$U_0 = 11,5\text{mV}$$

$$U_B = 12,4\text{mV}$$

$$R_{p'} = 409 \cdot 5\text{m}\Omega$$

$$U_0' = 10,6\text{mV}$$

$$R_{p,0} = 547 \cdot 5\text{m}\Omega$$

$$U_0 = 11,5\text{mV}$$

$$U_B = 12,2\text{mV}$$

$$R_{p'} = 401 \cdot 5\text{m}\Omega$$

$$U_0' = 10,7\text{mV}$$

Prüfung 3:  $C_6O_{12} Pr_2$

$m = 7,87g$   $l = 15,9cm$

$$R_{p,0} = 539 \cdot 5 m\Omega$$

$$U_0 = 11,6 mV$$

$$U_B = 11,4 mV$$

$$R_{p'} = 514 \cdot 5 m\Omega$$

$$U_0' = 12,4 mV$$

---

$$R_{p,0} = 544 \cdot 5 m\Omega$$

$$U_0 = 12,5 mV$$

$$U_B = 12,45 mV$$

$$R_{p'} = 504 \cdot 5 m\Omega$$

$$U_0' = 12,4 mV$$

---

$$R_{p,0} = 530 \cdot 5 m\Omega$$

$$U_0 = 12,5 mV$$

$$U_B = 12,45 mV$$

$$R_{p'} = 510 \cdot 5 m\Omega$$

$$U_0' = 12,3 mV$$

K140