

V504

Thermische Elektronenemission

Lukas Bertsch
lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.05.2022

Abgabe: 17.05.2022

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	3
2	Theorie	3
2.1	Glühelektrischer Effekt und Hochvakuumdiode	3
2.2	Kennlinie der Hochvakuumdiode	4
2.2.1	Sättigungsstrom	4
2.2.2	Raumladungsgebiet	5
2.2.3	Anlaufstrom	5
2.3	Temperaturberechnung der Kathode	6
3	Durchführung	6
3.1	Aufnahme der Kennlinien der Hochvakuumdiode	6
3.2	Untersuchung des Anlaufstromgebietes	7
4	Auswertung	8
4.1	Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes . .	9
4.2	Untersuchung des Anlaufstromgebietes	10
4.3	Bestimmung der Kathodentemperaturen und der Austrittsarbeit von Wolfram	11
5	Diskussion	13
	Literatur	13

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Erzeugung freier Elektronen mithilfe des glühelektrischen Effektes untersucht. Es werden Kennlinien der verwendeten Hochvakuumdiode analysiert und die Austrittsarbeit der Elektronen aus dem Kathodenmaterial (Wolfram) bestimmt.

2 Theorie

Metalle besitzen *Leitungselektronen*, welche an kein Atom gebunden sind und sich frei in dem Metall bewegen können. Das Gesamtpotential der ionisierten Atome ist näherungsweise konstant in dem Leiter und ist um den Betrag ϕ verschieden zum Potential des Außenraumes. Die Elektronen befinden sich folglich in einer Art Potentialtopf, dessen (Energie-)Barrieren sie überwinden müssen, um aus dem Material austreten zu können. Eine schematische Darstellung der Situation ist Abbildung 1 zu entnehmen.

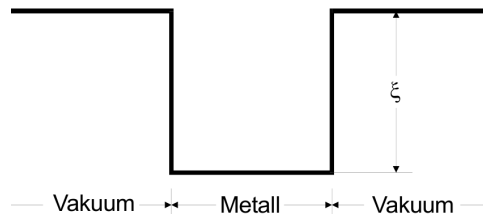


Abbildung 1: Potentialtopfmodell des Elektrons im Metall [4].

Aus der Quantenmechanik folgt, dass die Elektronen nur diskrete Energiewerte E_n annehmen können. Das *Pauli-Verbot* besagt, dass jeweils nur zwei Elektronen mit entgegengesetztem Spin den gleichen Energiewert annehmen können. Dies bedeutet, dass zu jeder Temperatur Elektronen unterschiedlicher Energien existieren. Auch beim absoluten Nullpunkt $T = 0$ existieren so Elektronen, welche die maximale Energie ζ besitzen. Die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Elektron in einem Zustand mit der Energie E befindet wird durch die *Fermi-Diracsche Verteilungs-Funktion* beschrieben, welche sich für die in diesem Versuch erreichten Temperaturbereiche zu

$$f(E) \approx \exp\left(\frac{\zeta - E}{kT}\right) \quad (1)$$

vereinfacht.

2.1 Glühelektrischer Effekt und Hochvakuumdiode

Da eine höhere Temperatur eine höhere kinetische Energie der Elektronen bedingt, können mehr Elektronen aus einem Kathodenmaterial austreten, je heißer dieses ist. Bei der Erzeugung freier Elektronen mithilfe einer Hochvakuumdiode wird dieser Effekt ausgenutzt. Die Glühkathode wird über einen Heizstrom I_H aufgeheizt, sodass ausreichend

Elektronen die Austrittsarbeit überwinden und das Material verlassen können. Über eine Beschleunigungsspannung (Saugspannung) U_B wird ein elektrisches Feld zwischen Kathode und einer Anode erzeugt, in welchem die nun freien Elektronen in Richtung Anode beschleunigt werden. In der Diode herrscht ein Hochvakuum, wodurch ein Wechselwirken der Elektronen mit Gasmolekülen vermieden wird. Der Aufbau einer solchen Diode und die Polung der Spannungen ist Abbildung 2 zu entnehmen.

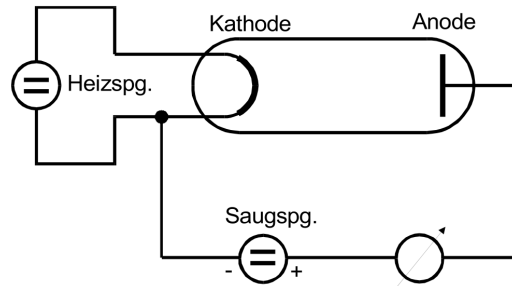


Abbildung 2: Aufbau einer Hochvakuumdiode [4].

2.2 Kennlinie der Hochvakuumdiode

Wird der Anodenstrom I gegen die Beschleunigungsspannung U_B aufgetragen, ergibt sich ein typischer Kurvenverlauf, der sich in verschiedene Bereiche unterteilen lässt, die in diesem Versuch untersucht werden. Die Kennlinie einer Hochvakuumdiode und die Unterteilung der Bereiche sind in Abbildung 3 abgebildet.

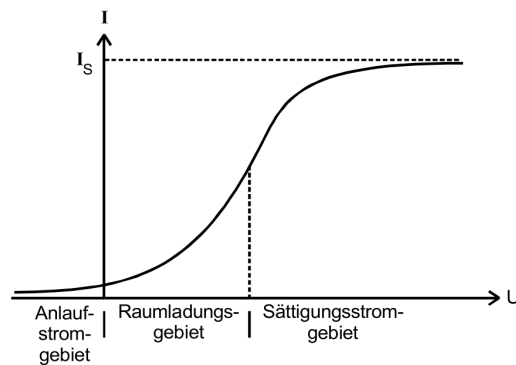


Abbildung 3: Kennlinie einer Hochvakuumdiode und Unterteilung in wichtige Bereiche des Stroms [4].

2.2.1 Sättigungsstrom

Der Sättigungsstrom beschreibt den Strom, der bei einer gegebenen Temperatur maximal erreicht werden kann. Er stellt sich ein, sobald das Raumladungsgebiet in 2 überwunden

ist. Um den Sättigungsstrom zu ermitteln wird betrachtet, wie viele Elektronen über die zum Austritt mindestens nötige Energie $\zeta + e \cdot \phi$ (e : Elementarladung) verfügen. Durch Beachtung der quantenmechanischen Eigenschaften der Elektronen und Verwendung der Gleichung 1 ergibt sich für den Strom aus dem Kathodenmaterial

$$j_S(T) = 4\pi \frac{em_0 k^2}{h^3} T^2 \cdot e^{-\frac{e\phi}{kT}}, \quad (2)$$

wobei k die Boltzmannkonstante, h das Plancksche-Wirkungsquantum und m_0 die Ruhemasse des Elektrons ist. Die an der Anode messbare Stromstärke berechnet sich mit der emittierenden Kathodenoberfläche f zu $I_S = j_S \cdot f$.

2.2.2 Raumladungsgebiet

Bei der Beobachtung der Kennlinie einer Diode kann festgestellt werden, dass bevor der Sättigungsstrom I_S erreicht wird, der Anodenstrom eine Abhängigkeit zur Beschleunigungsspannung aufweist. Dies hat die Ursache, dass bei geringen Beschleunigungsspannungen nicht alle Elektronen die Anode erreichen. Die Kontinuitätsgleichung besagt, dass $j = -\rho \cdot v$ gilt, wobei j der Strom, ρ die Raumladungsdichte und v die Geschwindigkeit der Elektronen ist. Da die Geschwindigkeit der Elektronen auf Grund der Beschleunigung nicht konstant ist, aber der Strom j sehr wohl, ergibt sich, dass die Raumladungsdichte ρ eine Funktion des Ortes sein muss. Die Raumladungsdichte ist somit nicht homogen und beeinflusst den Verlauf der Feldlinien des elektrostatischen Feldes zwischen Kathode und Anode. Da so das elektrische Feld vor der Kathode teilweise abgeschirmt wird, werden nicht alle ausgelösten Elektronen von diesem erfasst, was einen geringeren Anodenstrom zur Folge hat. Aus einer Potentialbetrachtung geht hervor, dass der Strom im Bereich des Raumladungsgebiets der Gleichung

$$j = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m_0}} \frac{V^{3/2}}{a^2} \quad (3)$$

genügt. Dies ist die *Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung*. Wie sich erkennen lässt, besteht eine Abhängigkeit zur Beschleunigungsspannung U mit dem Exponenten $3/2$. a ist der Abstand von Anode und Kathode.

2.2.3 Anlaufstrom

Selbst bei einer Beschleunigungsspannung von $U_B = 0$ und sogar negativen Werten dieser (entgegengesetzte Polung) lässt sich ein geringer Anodenstrom beobachten. Dies ist damit zu erklären, dass die Elektronen beim Austritt aus der Kathode eine gewisse kinetische Energie besitzen, die es ihnen ermöglicht gegen die Beschleunigung eines Gegenfeldes die Anode zu erreichen. Es ergibt sich, dass der Strom exponentiell vom äußeren Potential V gemäß

$$j(V) = j_0 \exp\left(-\frac{e\phi_A + e \cdot V}{kT}\right) = \text{const} \cdot e^{-\frac{e \cdot V}{kT}} \quad (4)$$

abhängt.

2.3 Temperaturberechnung der Kathode

Die Strahlungsleistung der Diode lässt sich mithilfe des *Stefan-Boltzmann'schen Gesetzes* zu

$$N_{\text{Str}} = f\eta\sigma T^4$$

berechnen. Für die *Stefan-Boltzmannkonstante* gilt $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-12} \text{ W/cm}^2\text{K}^4$ [3]. η ist der Emissionsgrad der Kathode. Wenn die Wärmeleistung N_{WL} der Kathode bekannt ist, ergibt sich mit der zugeführten Leistung $N_{\text{zu}} = U \cdot I$ die Bilanz

$$U \cdot I = f\eta\sigma T^4 - N_{\text{WL}} \quad (5)$$

für die Leistungen der Kathode, woraus sich die Temperatur T der Kathode bestimmen lässt.

3 Durchführung

Der Versuch gliedert sich in zwei Teile. Im ersten Teil wird eine Kennlinien der Vakuumdiode aufgenommen und im zweiten Teil wird das Anlaufstromgebiet näher untersucht.

3.1 Aufnahme der Kennlinien der Hochvakuumdiode

Zuerst wird eine Kennlinienschar der Hochvakuumdiode für fünf verschiedene Stromstärken der Heizstromkreises aufgenommen. Dazu wird der in Abbildung 4 dargestellte Versuchsaufbau verwendet. Der XY-Schreiber wird nicht verwendet, da Spannung und Strom am Spannungsgerät abgelesen werden können.

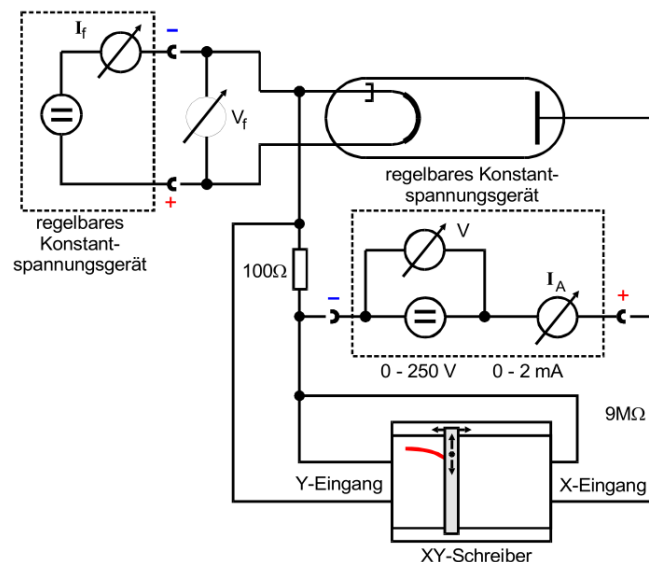


Abbildung 4: Schaltplan zur Vermessung der Kennlinien der Hochvakuumdiode [4].

Am Konstantspannungsgerät des Heizkreises wird ein fester Strom eingestellt. Der Strom sollte dabei den maximalen Diodenstrom (hier: 2,5 A) nicht übersteigen, aber auch nicht unter 1,9 A gewählt werden. Strom I_H und zugehörige Heizspannung U_H werden notiert. Anschließend werden Messwertepaare der Beschleunigungsspannung U_B und des Anodenstromes I_A genommen, bis der Bereich des Sättigungsstromes erreicht ist. Die Schrittweite der Spannung sollte an die momentane Änderungsrate der Stromstärke angepasst werden, sodass bei größerer Steigung der Kennlinie mehr Messpunkte zur Verfügung stehen. Das Verfahren wird für insgesamt 5 Stromstärken des Heizkreises wiederholt, wobei der maximale Heizstrom unbedingt in einer Messreihe erreicht werden sollte.

Aus den so erhaltenen Messdaten lässt sich der Sättigungsstrom zu jeder Kennlinie feststellen, woraus mit der jeweiligen Kathodentemperatur die Austrittsarbeit bestimmt werden kann. Ebenfalls soll der Exponent der Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgleichung 3 experimentell ermittelt werden.

3.2 Untersuchung des Anlaufstromgebietes

Zur Vermessung des Anlaufstromgebietes wird die vorherige Schaltung leicht abgeändert. Der neue Schaltplan ist in Abbildung 5 dargestellt. Da nur sehr geringe Ströme gemessen werden können wird ein sehr empfindliches Amperemeter verwendet.

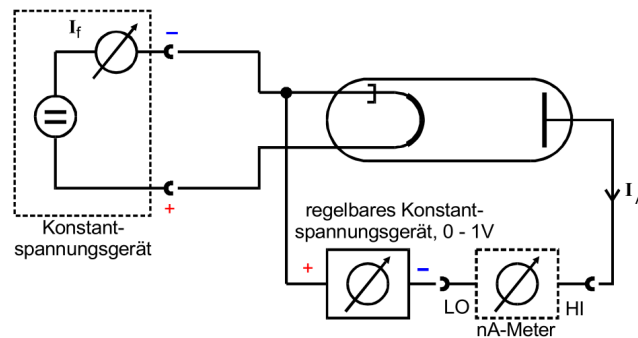


Abbildung 5: Schaltplan zur Vermessung des Anlaufstromgebietes der Hochvakuumdiode [4].

Wie zuvor, wird die maximal mögliche Heizleistung am Spannungsgerät eingestellt. Die Spannung des Gegenfeldes wird in Schritten von 0,05 V erhöht, während Messwerte zum Anodenstrom notiert werden. Die Messung wird bei der maximal einstellbaren Spannung von 1 V beendet. Da am Innenwiderstand des Amperemeters ein Spannungsabfall hervorgerufen wird, müssen die Werte der Spannung korrigiert werden. Dies geschieht nach der Gleichung $U_{\text{kor}} = U_{\text{mess}} + I_{\text{mess}} \cdot R_I$, wobei $R_I = 1 \text{ M}\Omega$ besagter Innenwiderstand ist. Aus den Messwerten lässt sich mittels linearer Ausgleichsrechnung die Temperatur T der Kathode bestimmen.

4 Auswertung

Zu Beginn werden die Kennlinien der Hochvakuumdiode ausgewertet. In Abbildung 6 sind die Kennlinien der ersten 4 eingestellten Stromstärken zu erkennen. Die Originalmessdaten sind der genannten Abbildung beziehungsweise dem Anhang zu entnehmen. Für den Sättigungswert einer Kennlinie wird das Maximum der Messwerte festgestellt. Die ermittelten Sättigungswerte sind in Tabelle 1 aufgelistet.

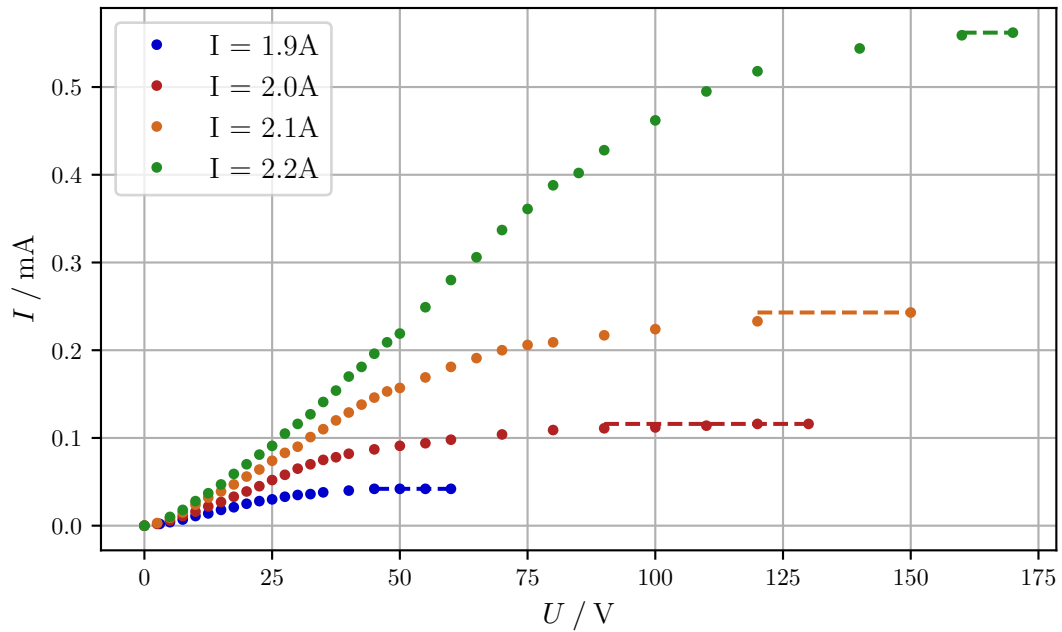


Abbildung 6: 4 Kennlinien der Hochvakuumdiode. Der ungefähre Wert des Sättigungsstromes ist als gestrichelte Linie eingezeichnet. Erstellt mit *matplotlib* [2].

Die Kennlinie zur maximalen Stromstärke $I = 2,5 \text{ A}$ ist in Abbildung 7 abgebildet. Es fällt auf, dass der Graph sein Krümmungsverhalten nicht ändert, da der Sättigungsbereich eigentlich noch nicht erreicht wird. Dennoch wird auch hier die maximal gemessene Stromstärke als bestmöglicher Wert angenommen.

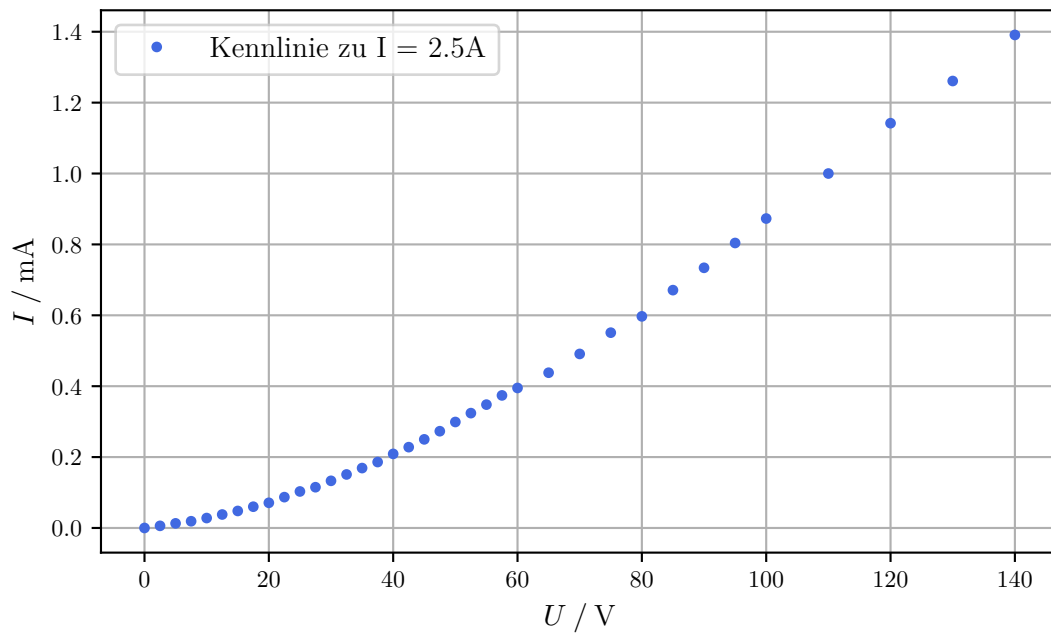


Abbildung 7: Aufgezeichnete Kennlinie zur maximalen Stromstärke $I = 2,5\text{ A}$. Es ist zu erkennen, dass der Sättigungsbereich noch nicht erreicht wurde.

Tabelle 1: Aus den Messwerten abgelesene Werte des Sättigungsstroms.

Heizstrom	I_S / mA
$I = 1,9\text{ A}$	0,042
$I = 2,0\text{ A}$	0,116
$I = 2,1\text{ A}$	0,243
$I = 2,2\text{ A}$	0,562
$I = 2,5\text{ A}$	1,391

4.1 Gültigkeitsbereich des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes

Anhand Gleichung 3 lässt sich erkennen, dass für den Strom I im Raumladungsgebiet ein Zusammenhang der Form $I = \tilde{b} \cdot U^m$ gilt. Durch Anwenden des Logarithmus auf beiden Seiten der Gleichung ergibt sich die Geradengleichung

$$\begin{aligned}
 \log(I) &= \log(\tilde{b} \cdot U^m) \\
 \Leftrightarrow \log(I) &= m \cdot \log(U) + b \\
 \Leftrightarrow f(x) &= mx + b
 \end{aligned} \tag{6}$$

die einen Zusammenhang zwischen den Logarithmen der Spannung (x) und des Stroms ($f(x)$) beschreibt. In Abbildung 8 sind diese Logarithmen auf den Achsen der Grafik

aufgetragen, da die Messwerte in dieser Darstellung annähernd eine Gerade modellieren ist anzunehmen, dass alle aufgenommenen Messpunkte in den Gültigkeitsbereich des Raumladungsgesetzes fallen.

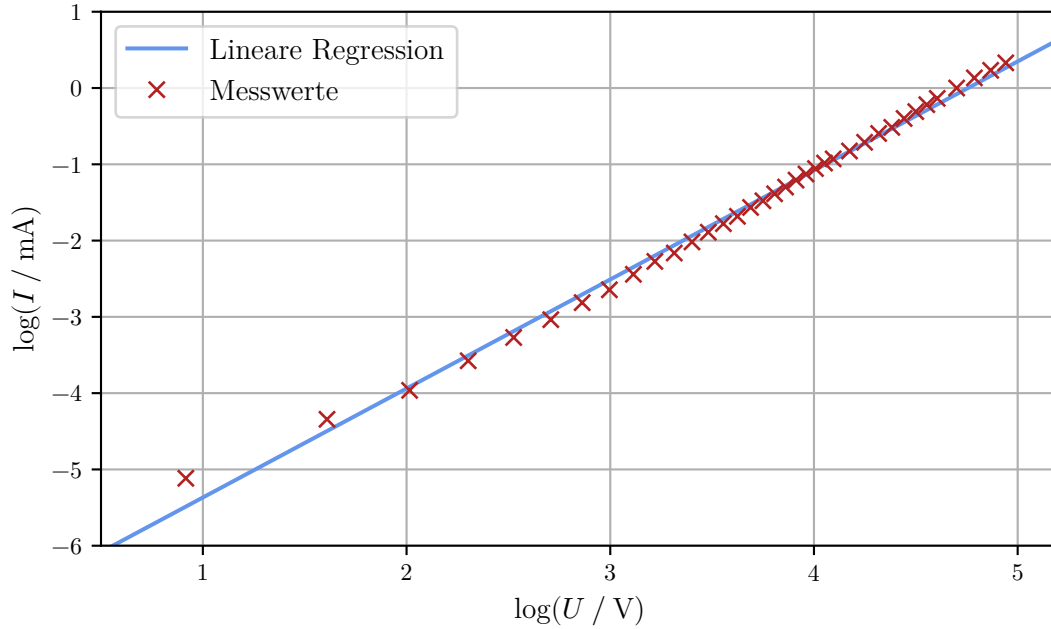


Abbildung 8: Raumladungsbereich der $I = 2,5 \text{ A}$ Kennlinie (logarithmisiert) und lineare Ausgleichsgeraden.

Mithilfe einer linearen Regression mittels *scipy* [3] werden die Parameter der Geradengleichung (6) ermittelt. Es ergeben sich die Werte

$$m = 1,429 \pm 0,017 \qquad b = -6,80 \pm 0,06$$

für die Parameter der Regression. Die Größe b ist nicht von Interesse. Für den Exponenten m kann der Theoriewert aus Gleichung 3 entnommen werden. Er lautet $m_{\text{theo}} = \frac{3}{2}$.

4.2 Untersuchung des Anlaufstromgebietes

An Gleichung 4 kann abgelesen werden, dass im Bereich des Anlaufstroms ein exponentieller Zusammenhang zwischen Strom und Spannung besteht. Wie im vorherigen Abschnitt, kann durch Anwenden des Logarithmus ein linearer Zusammenhang zwischen $\log(I / \text{A})$ und der Gegenspannung U_G erzeugt werden. Es kann wieder die Geradengleichung (6) verwendet werden, um einen experimentellen Wert des Exponenten m zu bestimmen. Mit dem Exponenten aus Gleichung 4 gilt

$$m = -\frac{e}{kT}, \quad (7)$$

woraus sich die Kathodentemperatur T berechnen lässt. In Abbildung 9 wird der Logarithmus der gemessenen Stromstärke I in Abhängigkeit zur Gegenspannung U_G dargestellt.

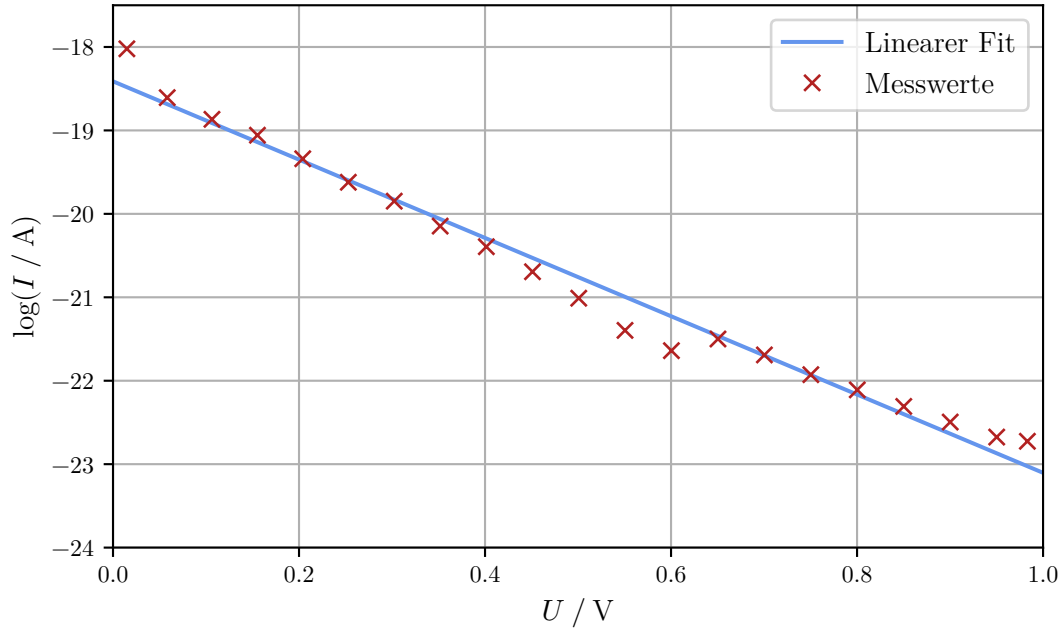


Abbildung 9: Anlaufstromgebiet mit logarithmischer Darstellung der Stromstärken zur Bestimmung einer linearen Ausgleichsgeraden.

Wie oben wird eine lineare Regression mit *scipy* [3] durchgeführt, die die Parameter

$$m = (-4,69 \pm 0,15) \frac{1}{V} \quad b = -18,41 \pm 0,09$$

ergibt. Durch Auflösen des Zusammenhangs (7) nach der Temperatur folgt mit der Elementarladung $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ [3] für die Kathodentemperatur

$$T = -\frac{e}{k \cdot m} = (2473 \pm 80) \text{ K}. \quad (8)$$

4.3 Bestimmung der Kathodentemperaturen und der Austrittsarbeit von Wolfram

Mit den in Tabelle 1 aufgeführten Sättigungsströmen kann die Austrittsarbeit des verwendeten Kathodenmaterials bestimmt werden, wenn die Kathodentemperatur bekannt ist. Die Temperatur der Kathoden kann aus der Leistungsbilanz des Spannungsgeräts mithilfe der Gleichung 5 bestimmt werden. Die Wärmeleistung der verwendeten Kathode beträgt $N_{\text{WL}} = 0,95 \text{ W}$, die emittierende Fläche ist $f = 0,32 \text{ cm}^2$ und der Emissionsgrad

lautet $\eta = 0.28$. Durch Auflösen nach T folgt aus (5)

$$T = \left(\frac{I \cdot U - N_{\text{WL}}}{f\eta\sigma} \right)^{\frac{1}{4}},$$

woraus die Temperaturen der Kathode zu den verschiedenen Leistungen ($U \cdot I$) bestimmt werden kann. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 2 dargestellt.

Tabelle 2: Eingestellte Spannungen/Stromstärken und daraus resultierende Temperaturen der Kathode.

I_{H} / A	U_{H} / V	T / K
1,9	3,2	1780,3
2,0	3,5	1855,2
2,1	4,0	1954,3
2,2	4,3	2020,4
2,5	5,5	2237,5

Mit den Sättigungsströmen aus Tabelle 1 und den Temperaturen aus Tabelle 2 kann die Austrittsarbeit $e \cdot \phi$ für das verwendete Material -Wolfram- bestimmt werden. Durch Einsetzen von $j_{\text{S}} = I_{\text{S}}/f$ und Umstellen auf ϕ folgt aus Gleichung 2

$$\phi = -\frac{kT}{e} \cdot \log \left(\frac{I_{\text{S}} \cdot h^3}{4\pi f \cdot e m_0 k^2 T^2} \right)$$

für die Austrittsarbeit ϕ in Elektronenvolt. m_0 ist die Ruhemasse des Elektrons, h das Plancksche Wirkungsquantum und k die Boltzmannkonstante. Mit den in Sättigungsströmen und Kathodentemperaturen der verschiedenen Messreihen folgen fünf experimentelle Werte der Austrittsarbeit von Wolfram. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 aufgelistet.

Tabelle 3: Experimentell ermittelte Austrittsarbeiten von Wolfram zu den verschiedenen Messreihen.

I_{H} / A	ϕ / eV
1,9	4,40
2,0	4,44
2,1	4,57
2,2	4,59
2,5	4,95

Aus diesen Ergebnissen wird ein Mittelwert gebildet. Der Standardfehler des Mittelwertes ergibt sich nach

$$\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_i (x_i - \bar{x})^2}.$$

Der Mittelwert ergibt sich zu $\bar{\phi} = (4,59 \pm 0,19) \text{ eV}$.

5 Diskussion

Im ersten Teil des Versuches wurden Kennlinien der Hochvakuumdiode zu verschiedenen Heizströmen aufgenommen. Dabei ergab sich die Schwierigkeit, dass bei höheren Stromstärken kein konstanter Wert des Sättigungsstromes erreicht werden konnte, weshalb nur ein ungefährender Wert angegeben werden kann. Diese Unsicherheit wirkt sich auf die im weiteren Verlauf berechneten Werte aus.

Bei der Untersuchung des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes wurde der Exponent der Spannung-Strom Abhängigkeit zu $m = 1,429 \pm 0,017$ bestimmt. Dies stellt eine relative Abweichung von $\Delta_{\text{rel}}(m) = 4,73\%$ zum Literaturwert $m_{\text{Lit}} = 1.5$ dar, welche sich gemäß der Gleichung

$$\Delta_{\text{rel}}(x) = \frac{|x - x^*|}{x^*}$$

berechnet. Dabei sei x ein Messergebnis und x^* der Literaturwert. Eine Ursache für diese Abweichung ist die allgemeine Unsicherheit der Messwerte und die Tatsache, dass der Bereich des Raumladungsgebiets nicht mit absoluter Genauigkeit von anderen Messwerten differenziert werden kann. Des Weiteren erlaubt der Geradenansatz $f(x) = mx + b$, welcher zur Bestimmung des Exponenten m verwendet wurde einen weiteren Freiheitsgrad b , der eigentlich durch die Vorfaktoren des Raumladungsgesetzes festgelegt ist. Unter Beachtung dieser möglichen Fehlerquellen wurde m mit ausreichender Präzision bestimmt.

Im nächsten Teil des Versuches wurde das Anlaufstromgebiet der Kennlinie zu $I_{\text{H}} = 2,5 \text{ A}$ untersucht. Aus dieser kann die Kathodentemperatur $T = (2473 \pm 80) \text{ K}$ ermittelt werden. Diese lässt sich nicht direkt mit Realwerten vergleichen, jedoch kann die Abweichung zu der aus der Leistungsbilanz berechneten Kathodentemperatur $T_2 = 2237,5 \text{ K}$ bestimmt werden. Es ergibt sich eine Abweichung von $\Delta_{\text{rel}} = 10,53\%$. Ursachen für diese Diskrepanz der beiden Messwerte sind die zur Berechnung getroffenen Näherungen und Annahmen, sowie die Unsicherheit der Messwerte, die sich beispielsweise im Sprung der Messwerte in Abbildung 9 verdeutlicht. Der genannte Sprung ist dabei auf einen Skalenwechsel des Messinstrumentes zurückzuführen.

Im letzten Teil des Versuches wurde ein experimenteller Wert der Austrittsarbeit ermittelt. Der Mittelwert aller Messreihen lautet $\bar{\phi} = (4,59 \pm 0,19) \text{ eV}$. In der Literatur lässt sich für die Austrittsarbeit der Elektronen in Wolfram der Wert $\phi_{\text{Lit}} = 4,55 \text{ eV}$ [1] finden. Die relative Abweichung des Messwertes ergibt sich zu $\Delta(\phi) = 0,88\%$. Im Anbetracht der Tatsache, dass die Messwerte einer gewissen Unsicherheit unterliegen und die reale Austrittsarbeit der Kathode durch etwaige Verunreinigungen nicht genau dem Literaturwert entsprechen muss, bedarf es keiner Rechtfertigung der Abweichung.

Insgesamt ist das Ziel des Versuches erfüllt und die experimentelle Bestimmung der geforderten Werte gelungen.

Literatur

- [1] Horst Czichos und Manfred Hennecke. *Das Ingenieurwissen*. Springer Verlag, 2012. ISBN: 978-3-642-22850-6.

- [2] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [4] *V504 - Thermische Elektronenemission*. TU Dortmund. URL: https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/1933354/mod_resource/content/2/V504.pdf (besucht am 12.05.2022).