

V61

## **Der He-Ne Laser**

Lukas Bertsch

lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Tom Troska

tom.troska@tu-dortmund.de

Durchführung: 11.12.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Zielsetzung</b>                                  | <b>3</b>  |
| <b>2. Theorie</b>                                      | <b>3</b>  |
| 2.1. Zustandssysteme und Besetzungsinversion . . . . . | 3         |
| 2.2. Zustandssystem von Helium und Neon . . . . .      | 3         |
| 2.3. Spontane und stimulierte Emission . . . . .       | 4         |
| 2.4. Resonator . . . . .                               | 5         |
| 2.5. TEM-Moden . . . . .                               | 6         |
| 2.6. Brechung am Gitter . . . . .                      | 6         |
| <b>3. Durchführung</b>                                 | <b>7</b>  |
| <b>4. Auswertung</b>                                   | <b>7</b>  |
| 4.1. Überprüfung der Stabilitätsbedingung . . . . .    | 7         |
| 4.2. Messung der TEM Moden . . . . .                   | 12        |
| 4.2.1. TEM <sub>00</sub> -Mode . . . . .               | 12        |
| 4.2.2. TEM <sub>01</sub> -Mode . . . . .               | 12        |
| 4.3. Polarisation des Lasers . . . . .                 | 12        |
| 4.4. Multimoden Betrieb . . . . .                      | 12        |
| 4.5. Bestimmung der Wellenlänge des Lasers . . . . .   | 12        |
| <b>5. Diskussion</b>                                   | <b>13</b> |
| <b>Literatur</b>                                       | <b>13</b> |
| <b>A. Anhang</b>                                       | <b>14</b> |
| A.1. Originaldaten . . . . .                           | 14        |

## 1. Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Funktionsweise eines Helium-Neon Lasers untersucht. Dafür werden nach einer Justage des Lasers verschiedene Eigenschaften des Laserlichts, wie die Wellenlänge oder TEM-Moden vermessen.

## 2. Theorie

Der Begriff LASER ist ein Akronym für *Light amplification by stimulated emission of radiation*. Laser zeichnen als leistungsstarke Quelle von monochromatischem Licht aus und finden daher häufig in verschiedenen Experimenten Anwendung. Für einen Laserbetrieb werden grundsätzlich drei Komponenten benötigt: eine Besetzungsinversion, ein aktives Medium, in dem stimulierte Emission stattfinden kann, und einen Resonator. Die theoretischen Grundlagen der Komponenten und der Aufbau eines Helium-Neon Lasers (HeNe-Laser) werden hier erörtert.

### 2.1. Zustandssysteme und Besetzungsinversion

Um die Funktionsweise eines Lasers zu verstehen, ist ein Blick auf die quantenmechanische Beschreibung von Zustandssystemen notwendig. In der Quantenmechanik werden Zustände von Teilchen einer bestimmten Energie zugeordnet, sodass unterschiedliche Zustände verschiedene Energien besitzen. Es ergibt sich ein Zustandssystem, in dem die Teilchen durch Absorption und Emission von Photonen in Zustände höherer Energie wechseln können, wenn die Energie der anregenden (Quasi-)Teilchen

$$E = h\nu \tag{1}$$

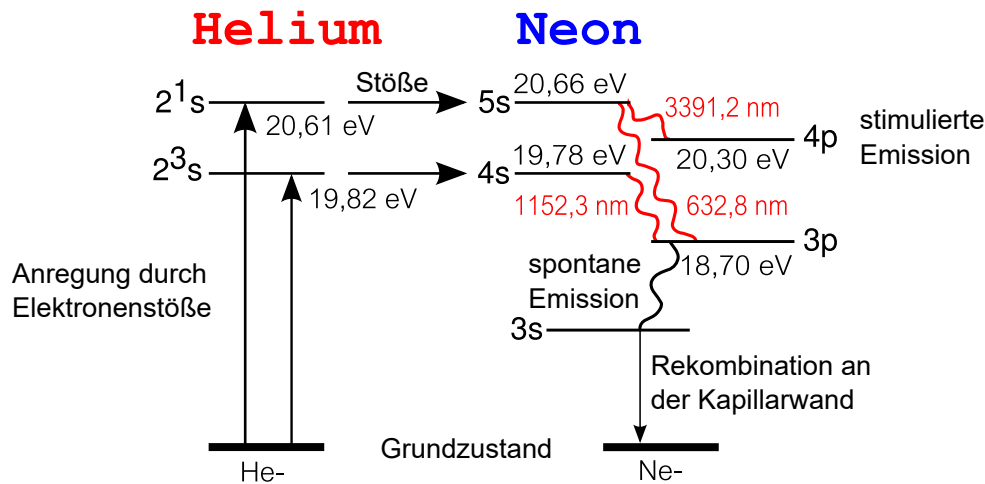
genau der Energiedifferenz zweier Zustände entspricht.

Befinden sich mehr Teilchen in einem höheren Energiezustand als dem Grundzustand, wird von *Besetzungsinversion* gesprochen. Diese kann nur für ein Zustandssystem mit mehr als 2 Zuständen erreicht werden, da hier die Übergangswahrscheinlichkeiten  $E_1 \rightarrow E_2 \leq E_2 \rightarrow E_1$  maximal eine Gleichverteilung zulassen.

In einem Zustandssystem mit mehr als zwei Energieniveaus ist es hingegen möglich, durch hinreichende äußere Anregung eine Besetzungsinversion zu erreichen. Die äußere Anregung wird auch als *pumpen* bezeichnet.

### 2.2. Zustandssystem von Helium und Neon

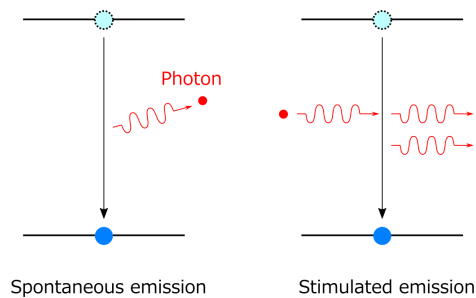
Für das in Abbildung 1 gezeigte Zustandssystem von Helium und Neon kann eine Besetzungsinversion erreicht werden. Durch Stöße mit Elektronen wird Helium aus seinem Grundzustand in die Zustände  $2^1s$  und  $2^3s$  gehoben. Die angeregten Heliumatome heben durch Stöße die Neonatome in die Zustände  $5s$  und  $4s$ . Dies erzeugt die gewünschte Besetzungsinversion in den Zuständen der Neonatome.



**Abbildung 1:** Ausschnitt des Zustandssystem von Helium und Neon. Durch Elektronenstöße angeregte Heliumatome können durch Stöße mit Neonatomen ihre Energie übertragen und so eine Besetzungsinversion erzeugen [1].

### 2.3. Spontane und stimulierte Emission

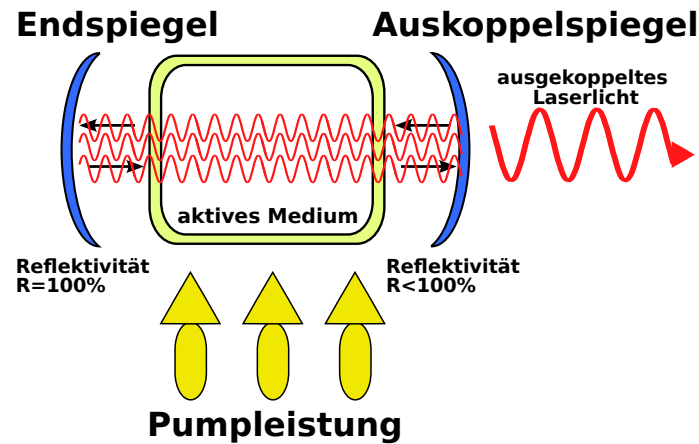
Befinden sich Teilchen in einem angeregten Zustand können diese in einen Zustand niedrigerer Energie übergehen, indem ein Photon mit der Wellenlänge zu der korrespondierenden Energielücke emittiert wird. Dies geschieht nach einer systemspezifischen Zeit durch spontane Emission, wobei das emittierte Photon keine ausgezeichnete Phasenlage, Polarisation oder Richtung aufweist. Trifft ein Photon mit derselben Energie wie die Energielücke zwischen den Zuständen auf ein Atom im angeregten Zustand, kann es zu stimulierter Emission kommen. Dabei regt das eintreffende Photon die Emission eines weiteren Photons selber Energie, Richtung, Polarisation und Phasenlage an. Die beiden Photonen sind kohärent zueinander. In Abbildung 2 ist dies graphisch dargestellt.



**Abbildung 2:** Beispiele von spontaner und stimulierter Emission eines Photons beim Übergang eines Teilchens in einen Zustand niedrigerer Energie [4].

## 2.4. Resonator

Für die erwünschte stimulierte Emission werden Photonen mit der richtigen Energie benötigt, welche die Emission weiterer Photonen induzieren. Dafür wird ein Resonator benötigt, der aus zwei Spiegeln besteht. Das austretende Licht wird zurück ins das aktive Medium reflektiert, sodass dort erneut stimulierte Emission ausgelöst werden kann. Über einen der beiden Spiegel wird ein kleiner Teil des Lichts in der Größenordnung von 1 % ausgekoppelt. Dies ist das Laserlicht, welches für verschiedene Experimente verwendet werden kann. In Abbildung 3 ist der grundsätzliche Aufbau eines Lasers dargestellt.



**Abbildung 3:** Skizze des Funktionsprinzips eines Lasers. Zwei Spiegel reflektieren den Großteil des Lichts zurück in das aktive Medium und funktionieren so als Resonator [3].

Als Spiegel können sowohl konfokale, als auch planare Formen verwendet werden. Auch der Abstand der Spiegel ist variabel, wobei die Brennpunkte der Spiegel zu beachten sind. Wird nicht genügend Licht in das aktive Medium zurückreflektiert, kommt es nicht in ausreichendem Maße zu stimulierter Emission, sodass kein Laserbetrieb stattfindet. Zur Beschreibung der Stabilität der Resonatoranordnung wird Lasers werden so genannte  $g$ -Faktoren

$$g_i = \frac{L}{r_i} \quad (2)$$

eingeführt. Hierbei bezeichnet  $L$  die Länge des Resonators, also den Abstand der beiden Spiegel, und  $r$  den Krümmungsradius dieser. Für einen planaren Spiegel wird ein unendlich großer Krümmungsradius angenommen.

Aus optischen Überlegungen ergibt sich eine Stabilitätsbedingung für den Resonator. Damit ausreichend stimulierte Emission passiert, muss

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad (3)$$

gelten. Die Faktoren  $g_1$  und  $g_2$  werden mit (2) berechnet.

## 2.5. TEM-Moden

Das erzeugte Laserlicht hat eine sehr viel kleinere Wellenlänge als die Länge des Resonators, sodass mehrere Frequenzen im Resonator eine stehende Welle bilden können. Diese unterschiedlichen Frequenzen werden als longitudinale Moden bezeichnet.

Aufgrund von kleinen Unebenheiten oder Verdrehungen der Spiegel können auch transversalen Moden beobachtet werden. Die Intensitätsverteilung auf einem Schirm lässt sich mit Hermite-Polinomen beschreiben, sodass sich

$$I_{mn}(x, y) = I_0 \left( \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \left( H_m \left( \frac{\sqrt{2}x}{\omega} \right) e^{-\frac{x^2}{\omega^2}} \right) \left( H_n \left( \frac{\sqrt{2}y}{\omega} \right) e^{-\frac{y^2}{\omega^2}} \right) \quad (4)$$

ergibt. Hierbei bezeichnet  $H_n$  das passende Hermite-Polinom, gegeben durch

$$H_n = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}.$$

In Abbildung 4 sind die ersten TEM-Moden abgebildet.

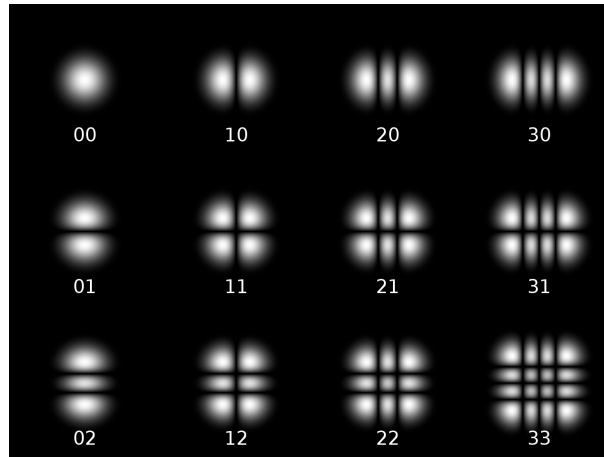


Abbildung 4: Intensitätsverteilung der ersten TEM-Moden [2].

## 2.6. Brechung am Gitter

Wird Licht an einem Gitter gebrochen, so kommt es zu Interferenzerscheinungen. Die Felder von aufeinandertreffenden Wellenfronten addieren sich gemäß dem Superpositionsprinzip, sodass Intensitätsmaxima und -minima auftreten. Durch einfache geometrische Überlegungen folgt für die Position der Maxima

$$n\lambda = g \sin(\varphi_n).$$

Der Winkel  $\varphi_n$  beschreibt den Winkel zwischen der optischen Achse und dem Strahlweg zum  $n$ -ten Maximum. Durch Einsetzen der Distanz zwischen dem Hauptmaximum und

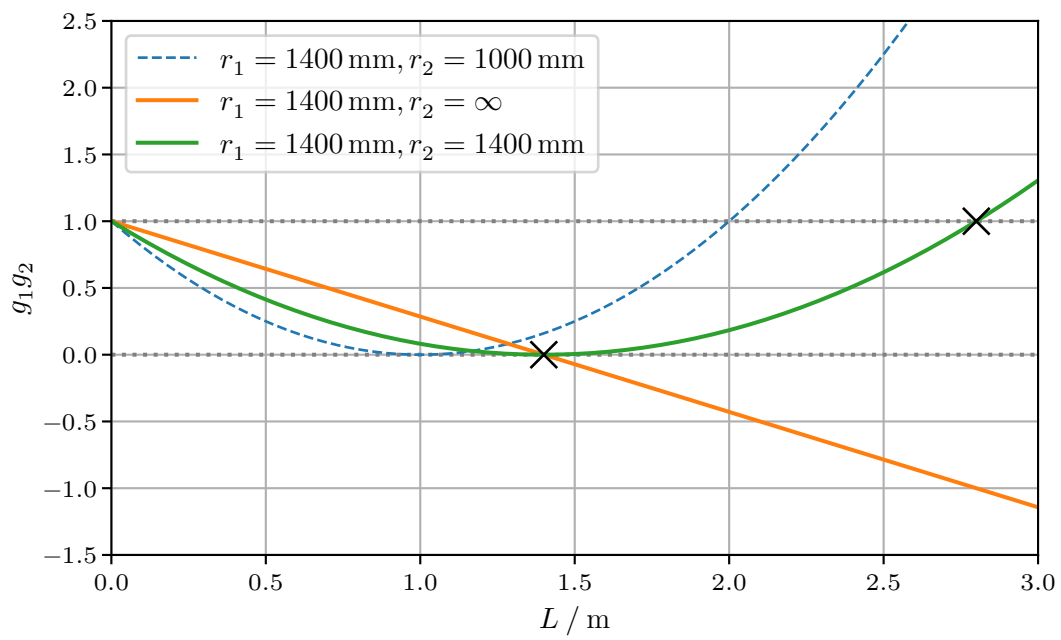
dem Maximum  $n$ -ter Ordnung  $\frac{1}{2}s_n$ , sowie dem Abstand zum Schirm  $d$ , folgt für die Wellenlänge  $\lambda$

$$\lambda = \frac{g \sin \left( \tan \left( \frac{s_n}{2d} \right) \right)}{n}. \quad (5)$$

### 3. Durchführung

### 4. Auswertung

#### 4.1. Überprüfung der Stabilitätsbedingung



**Abbildung 5:** Stabilitätsbedingung für die verwendeten Spiegelkonfigurationen.

**Tabelle 1:** Messdaten zur Überprüfung der Stabilitätsbedingung für beide Spiegelkonfigurationen.

| $r_2 = 1400 \text{ mm}$ |                 | $r_2 = \infty$  |                 |
|-------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $L / \text{cm}$         | $I / \text{mW}$ | $L / \text{cm}$ | $I / \text{mW}$ |
| 50                      | 3,0             | 55              | 4,8             |
| 75                      | 4,0             | 70              | 2,0             |
| 100                     | 2,8             | 96              | 2,4             |
| 125                     | 2,7             | 120             | 4,3             |
| 150                     | 2,2             | 131             | 3,2             |
| 175                     | 3,3             | 134,5           | 2,7             |
| 200                     | 2,0             | 137,5           | 1,0             |
|                         |                 | 140             | 1,0             |
|                         |                 | 141             | 0               |



(a)  $\text{TEM}_{01}$



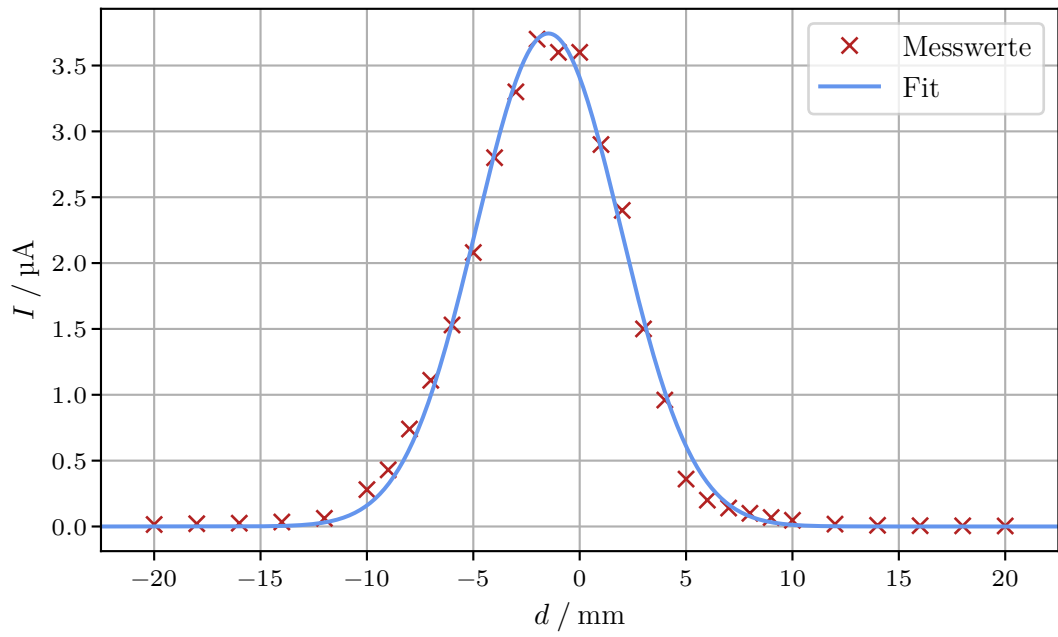
(b)  $\text{TEM}_{02}$

**Abbildung 6:** Verschiedene TEM Moden des Lasers.

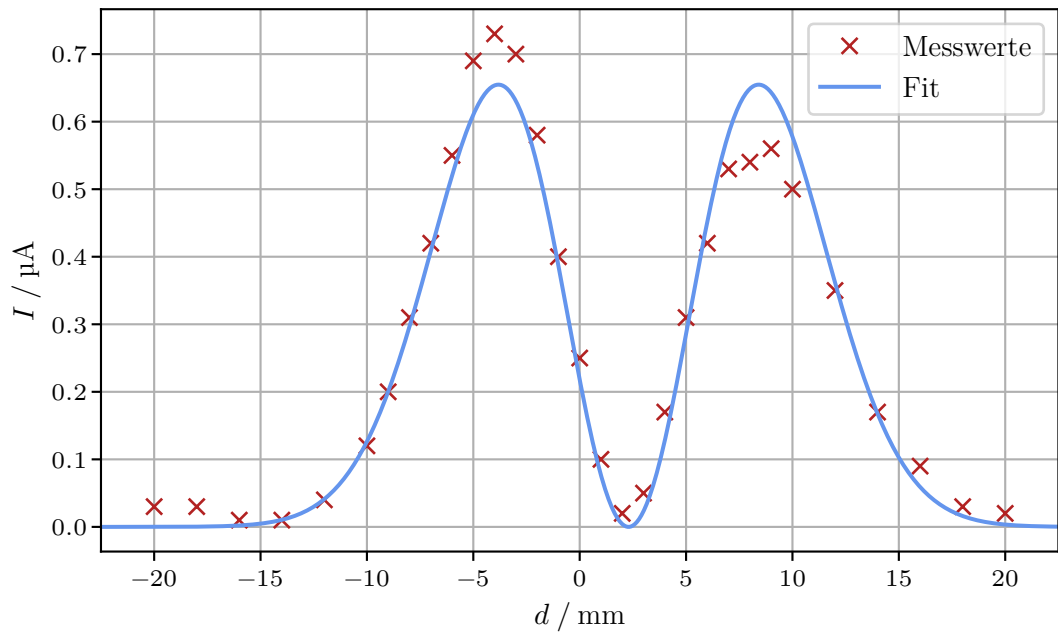


**Tabelle 2:** Messdaten der Intensitätsverteilung der TEM<sub>00</sub> und TEM<sub>01</sub> Moden.

|                 | TEM <sub>00</sub> | TEM <sub>00</sub> |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| $d / \text{mm}$ | $I / \mu\text{A}$ | $I / \mu\text{A}$ |
| −20             | 0,015             | 0,03              |
| −18             | 0,021             | 0,03              |
| −16             | 0,025             | 0,01              |
| −14             | 0,034             | 0,01              |
| −12             | 0,062             | 0,04              |
| −10             | 0,28              | 0,12              |
| −9              | 0,43              | 0,20              |
| −8              | 0,74              | 0,31              |
| −7              | 1,11              | 0,42              |
| −6              | 1,53              | 0,55              |
| −5              | 2,08              | 0,69              |
| −4              | 2,8               | 0,73              |
| −3              | 3,3               | 0,70              |
| −2              | 3,7               | 0,58              |
| −1              | 3,6               | 0,40              |
| 0               | 3,6               | 0,25              |
| 1               | 2,9               | 0,10              |
| 2               | 2,4               | 0,02              |
| 3               | 1,5               | 0,05              |
| 4               | 0,96              | 0,17              |
| 5               | 0,36              | 0,31              |
| 6               | 0,20              | 0,42              |
| 7               | 0,14              | 0,53              |
| 8               | 0,10              | 0,54              |
| 9               | 0,068             | 0,56              |
| 10              | 0,047             | 0,50              |
| 12              | 0,018             | 0,35              |
| 14              | 0,009             | 0,17              |
| 16              | 0,006             | 0,09              |
| 18              | 0,005             | 0,03              |
| 20              | 0,004             | 0,02              |



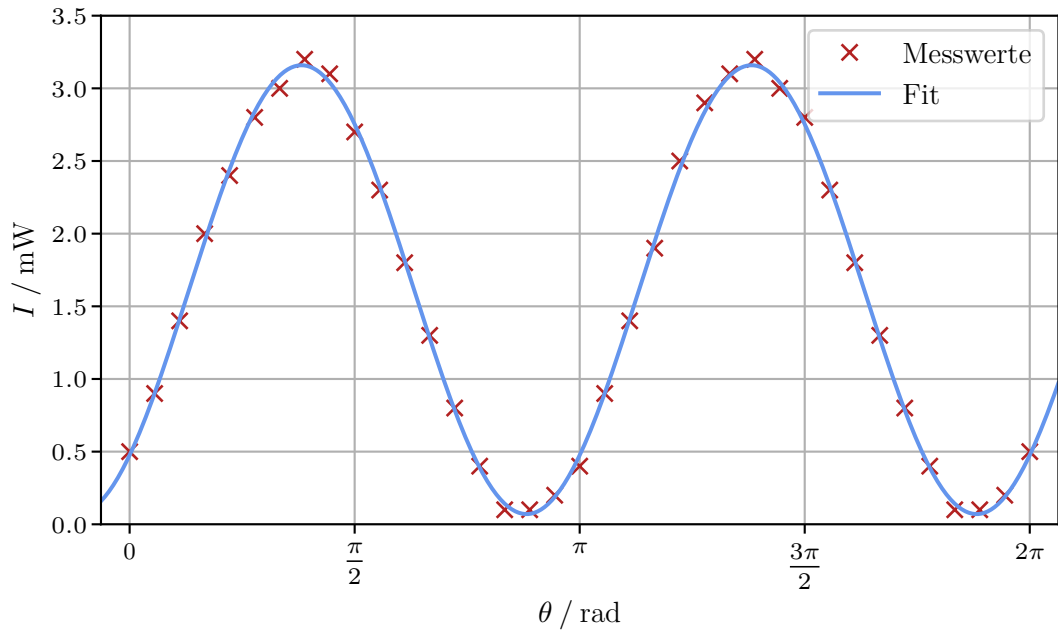
**Abbildung 7:** Messdaten der Intensitätsverteilung der  $\text{TEM}_{00}$  Mode und Fit mittels *scipy* [5].



**Abbildung 8:** Messdaten der Intensitätsverteilung der  $\text{TEM}_{01}$  Mode und Fit mittels *scipy* [5].

**Tabelle 3:** Messdaten zur Bestimmung der Polarisation des Laserstrahls

| $\theta / ^\circ$ | $I / \text{mW}$ | $\theta / ^\circ$ | $I / \text{mW}$ | $\theta / ^\circ$ | $I / \text{mW}$ |
|-------------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
| 0                 | 0,5             | 130               | 0,8             | 250               | 3,2             |
| 10                | 0,9             | 140               | 0,4             | 260               | 3,0             |
| 20                | 1,4             | 150               | 0,1             | 270               | 2,8             |
| 30                | 2,0             | 160               | 0,1             | 280               | 2,3             |
| 40                | 2,4             | 170               | 0,2             | 290               | 1,8             |
| 50                | 2,8             | 180               | 0,4             | 300               | 1,3             |
| 60                | 3,0             | 190               | 0,9             | 310               | 0,8             |
| 70                | 3,2             | 200               | 1,4             | 320               | 0,4             |
| 80                | 3,1             | 210               | 1,9             | 330               | 0,1             |
| 90                | 2,7             | 220               | 2,5             | 340               | 0,1             |
| 100               | 2,3             | 230               | 2,9             | 350               | 0,2             |
| 110               | 1,8             | 240               | 3,1             | 360               | 0,5             |
| 120               | 1,3             |                   |                 |                   |                 |



**Abbildung 9:** Messdaten zur Bestimmung der Polarisation des Laserstrahls und Fit mittels *scipy* [5].

**Tabelle 4:** Frequenzspektrum  $[f]$  des Lasers bei verschiedenen Resonatorlängen  $L$ .

| $L / \text{cm}$ | $[f] / \text{MHz}$   | $\Delta f / \text{MHz}$ |
|-----------------|--|-------------------------|
| 50              | 304, 611, 919  | $307,50 \pm 0,50$       |
| 75              | 203, 405, 604, 806, 1009   | $201,50 \pm 1,50$       |
| 100             | 150, 300, 454, 600, 754, 904, 1054                                   | $150,67 \pm 2,75$       |
| 125             | 124, 240, 364, 480, 600, 720, 840, 960, 1080, 1204                   | $120,00 \pm 2,67$       |
| 150             | 101, 203, 304, 401, 503, 604, 701, 803, 904, 1005, 1106, 1208        | $100,64 \pm 1,77$       |
| 175             | 86, 176, 260, 350, 435, 518, 600, 686, 773, 863, 949, 1031, 1121     | $86,25 \pm 3,03$        |
| 200             | 75, 154, 221, 300, 375, 450, 525, 596, 670, 754, 825, 904, 980, 1054 | $75,31 \pm 4,18$        |

## 4.2. Messung der TEM Moden

### 4.2.1. TEM<sub>00</sub>-Mode

### 4.2.2. TEM<sub>01</sub>-Mode

## 4.3. Polarisation des Lasers

## 4.4. Multimoden Betrieb

## 4.5. Bestimmung der Wellenlänge des Lasers

**Tabelle 5:** Messdaten zur Bestimmung der Wellenlänge und resultierende Wellenlängen. Zu jeder Gitterkonstanten  $g$  ist der Abstand der Maxima  $n$ -ter Ordnung und die daraus resultierende Wellenlänge angegeben.

| $g / \text{mm}^{-1}$ | $d / \text{cm}$ | $n$ | $d_{nn} / \text{cm}$ | $\lambda / \text{nm}$ |
|----------------------|-----------------|-----|----------------------|-----------------------|
| 1200                 | 25              | 1   | 58                   | 631,18                |
| 600                  | 25              | 1   | 20,5                 | 632,26                |
|                      |                 | 2   | 59,5                 | 637,98                |
| 100                  | 80              | 1   | 10                   | 623,78                |
|                      |                 | 2   | 20,5                 | 635,43                |
|                      |                 | 3   | 31                   | 634,04                |
|                      |                 | 4   | 42                   | 634,75                |
| 60                   | 110             | 1   | 11,5                 | 652,52                |
|                      |                 | 2   | 22,5                 | 635,89                |
|                      |                 | 3   | 33,5                 | 627,24                |

## 5. Diskussion

### Literatur

- [1] *Der Helium-Neon-Laser*. Georg-August-Universität Göttingen. URL: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1804>.
- [2] DrBob. URL: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=18064771>.
- [3] Sgbeer. URL: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=8544739>.
- [4] *Spontaneous and stimulated emission*. FiberLabs Inc. URL: <https://www.fiberlabs.com/glossary/spontaneous-and-stimulated-emission/>.
- [5] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python“. In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

## A. Anhang

### A.1. Originaldaten

#### V61 He-Ne Laser

11.12.23

$$r_1 = r_2 = 1400 \text{ mm}$$

| <del>L/cm</del> | I/mW | f/MHz  |
|-----------------|------|--|
| 50              | 3,0  | 304, 611, 919  |
| 75              | 4,0  | 203, 405, 604, 806, 1009   |
| 100             | 2,8  | 150, 300, 454, 600, 754, 904, 1054                                   |
| 125             | 2,7  | 124, 240, 364, 480, 600, 720, 840, 960, 1080, 1204                   |
| 150             | 2,2  | 101, 203, 304, 401, 503, 604, 701, 803, 904, 1005, 1106, 1208        |
| 175             | 3,3  | 86, 176, 260, 350, 435, 519, 600, 686, 773, 863, 949, 1031, 1121     |
| 200             | 2,0  | 75, 154, 221, 300, 375, 450, 525, 596, 670, 744, 825, 904, 980, 1054 |

$$r_1 = 1400 \text{ mm OC}, \quad r_2 = \text{flat}$$

| L/cm          | I/mW           |
|---------------|----------------|
| <del>50</del> | <del>2,0</del> |
| <del>75</del> | <del>4,0</del> |
| 55            | 4,8            |
| 70            | 2,0            |
| 98            | 2,4            |
| 120           | 4,3            |
| 131           | 3,2            |
| 134,5         | 2,7            |
| 137,5         | 1,0            |
| 140           | 1,0            |
| 141           | 0              |

## Polarisation

| $I/\mu A$ | $\theta/^\circ$ | $I/mW$ | $\theta/^\circ$ | $I/mW$ |
|-----------|-----------------|--------|-----------------|--------|
|           | 0               | 0,5    | 180             | 0,9    |
|           | 10              | 0,5    | 200             | 1,4    |
|           | 20              | 1,4    | 210             | 1,9    |
|           | 30              | 2,0    | 220             | 2,5    |
|           | 40              | 2,4    | 230             | 2,9    |
|           | 50              | 2,8    | 240             | 3,1    |
|           | 60              | 3,0    | 250             | 3,2    |
|           | 70              | 3,2    | 260             | 3,0    |
|           | 80              | 3,1    | 270             | 2,8    |
|           | 90              | 2,7    | 280             | 2,3    |
|           | 100             | 2,3    | 290             | 1,8    |
|           | 110             | 1,8    | 300             | 1,3    |
|           | 120             | 1,3    | 310             | 0,8    |
|           | 130             | 0,8    | 320             | 0,4    |
|           | 140             | 0,4    | 330             | 0,1    |
|           | 150             | 0,1    | 340             | 0,1    |
|           | 160             | 0,1    | 350             | 0,2    |
|           | 170             | 0,2    | (0) 360         | 0,5    |
|           | 180             | 0,4    |                 |        |

## TEM - Moden

TEM<sub>00</sub>

| d/mm | I/ $\mu A$ |
|------|------------|
| -20  | 0,015      |
| -18  | 0,021      |
| -16  | 0,025      |
| -14  | 0,034      |
| -12  | 0,062      |
| -10  | 0,28       |
| -8   | 0,43       |
| -6   | 0,74       |
| -4   | 1,11       |
| -2   | 1,53       |
| 0    | 2,08       |
| 2    | 3,38       |
| 4    | 3,37       |
| 6    | 3,6        |
| 8    | 3,6        |
| 10   | 2,9        |
| 12   | 1,5        |
| 14   | 0,96       |
| 16   | 0,36       |
| 18   | 0,20       |
| 20   | 0,14       |
| 22   | 0,10       |
| 24   | 0,068      |
| 26   | 0,047      |

| d/mm | I/ $\mu A$ |
|------|------------|
| 12   | 0,048      |
| 14   | 0,009      |
| 16   | 0,0006     |
| 18   | 0,005      |
| 20   | 0,004      |

Diode  
verrutscht!

| d/mm | I/ $\mu A$ |
|------|------------|
| 12   | 0,02       |
| 14   | 0,01       |
| 16   | 0,008      |
| 18   | 0,006      |
| 20   | 0,005      |

TEM<sub>01</sub>

| d/mm | I/ $\mu A$ |
|------|------------|
| -20  | 0,026      |
| -18  | 0,028      |
| -16  | 0,012      |
| -14  | 0,035      |
| -12  | 0,086      |
| -10  | 0,36       |
| -8   | 0,60       |
| -6   | 0,84       |
| -4   | 1,22       |
| -2   | 1,68       |
| 0    | 1,82       |
| 2    | 1,80       |
| 4    | 1,62       |
| 6    | 1,09       |
| 8    | 0,57       |
| 10   | 0,16       |
| 12   | 0,03       |
| 14   | 0,02       |
| 16   | 0,07       |
| 18   | 0,11       |
| 20   | 0,12       |
| 22   | 0,10       |
| 24   | 0,07       |
| 26   | 0,05       |
| 28   | 0,05       |
| 30   | 0,04       |

# TEM 01

| d/mm | I/ $\mu$ A | d/mm | I/ $\mu$ A |
|------|------------|------|------------|
| -20  | 0,03       | 1    | 0,10       |
| -18  | 0,03       | 2    | 0,02       |
| -16  | 0,01       | 3    | 0,05       |
| -14  | 0,01       | 4    | 0,17       |
| -12  | 0,04       | 5    | 0,31       |
| -10  | 0,12       | 6    | 0,42       |
| -8   | 0,20       | 7    | 0,53       |
| -7   | 0,31       | 8    | 0,54       |
| -6   | 0,42       | 9    | 0,56       |
| -5   | 0,55       | 10   | 0,50       |
| -4   | 0,65       | 12   | 0,35       |
| -3   | 0,73       | 14   | 0,17       |
| -2   | 0,70       | 16   | 0,09       |
| -1   | 0,58       | 18   | 0,03       |
| 0    | 0,40       | 20   | 0,02       |
|      | 0,25       |      |            |

Wellenlänge / Beugung

Abstand 1.0 zu 1.0



1.  $g = 1700/\text{nm}$   $d = 25\text{cm}$   $d_{1 \rightarrow 1} = 58\text{cm}$

2.  $g = 600/\text{nm}$  "  $d_{11} = 20,5\text{cm}$   
 $d_{22} = 59,5\text{cm}$

3.  $g = 100/\text{nm}$   $d = 80\text{cm}$   
 $d_{11} = 10\text{cm}$   $d_{22} = 20,5\text{cm}$   $d_{33} = 31\text{cm}$   
 $d_{44} = 42\text{cm}$

4.  $g = 80/\text{nm}$   $d = 110\text{cm}$   
 $d_{11} = 11,5\text{cm}$   $d_{22} = 22,5\text{cm}$   $d_{33} = 33,5$