V46

Der Faraday-Effekt

Lukas Bertsch
lukas.bertsch@tu-dortmund.de

Tom Troska
tom.troska@tu-dortmund.de

Durchführung: 10.05.23

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1. Zielsetzung

Die effektive Masse beschreibt in der Festkörperphysik die scheinbare Masse von Teilchen in einem Kristall. In diesem Versuch wird die effektive Masse der Leitungselektronen von n-dotiertem Galliumarsenid (n-GaAs) mithife des Effekts der Faradayrotation bestimmt. Der Faraday-Effekt bezeichnet die Drehung der Polarisationsebene von linear polarisiertem Licht beim Durchgang durch ein Medium in einem Magnetfeld.

2. Theorie

2.1. Bandstruktur

Das Konzept der Bandstruktur ist elementarer Bestandteil der Festkörperphysik und beschreibt die Überlagerung diskreter Energieniveaus von Teilchen in einem Kristall. Das Valenzband entspricht den bei $T = 0\,\mathrm{K}$ höchstem besetzten Energieband. Befinden sich freie Elektronen im darüber liegenden Leitungsband wird das Material leitend. Es ergibt sich für verschiedene Materialien eine Struktur, die bestimmte Eigenschaften definiert. So ergibt es sich, dass Materialien mit einer großen Bandlücke zwischen Valenz- und Leitungsband einem Isolator entsprechen. Umgekehrt sind Materialien mit keiner Bandlücke Leiter.
Materialien mit einer relativ kleinen Bandlücke von etwa $\Delta E_{\mathrm{gap}} = 0\,\mathrm{eV}$ bis $6\,\mathrm{eV}$ weisen nochmal andere Eigenschaften auf und werden als Halbleiter bezeichnet. Am absoluten Temperaturnullpunkt von $T = 0\,\mathrm{K}$ ist ein Halbleiter nichtleitend, die Fermienergie liegt demnach in der Bandlücke. Für Raumtemperaturen liegt die thermische Energie der Elektronen bei rund $E_{\mathrm{therm.}} = 26\,\mathrm{meV}$. Hat ein Halbleiter eine Bandlücke in etwa diesem Energiebereich, treten Elektronen in das Leitungsband über und das Material wird leitend.
Die Bandlücke von dem in diesem Versuch verwendetem Galliumarsenid beträgt $E_{\mathrm{gap,\,GaAs}} = 1{,}42\,\mathrm{eV}$, somit befinden sich bei Raumtemperatur sehr wenig Elektronen im Leitungsband und die Leitfähigkeit ist entsprechend gering. Durch das Einbringen von Fremdatomen kann ein DOTIERBAND

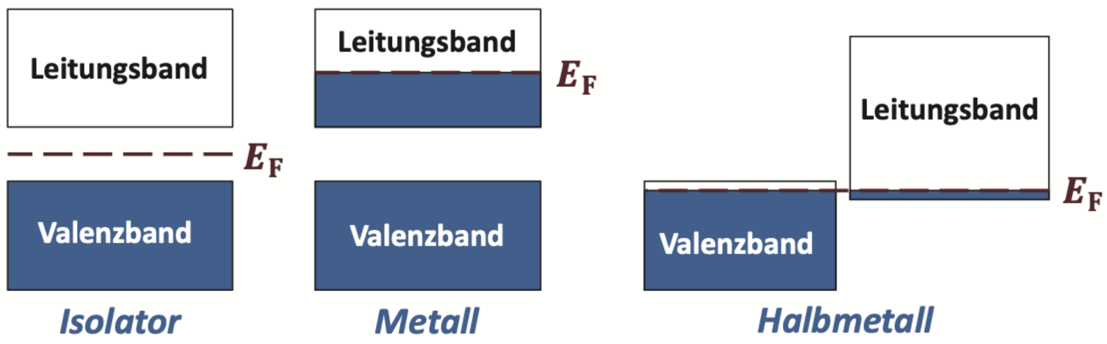

Abbildung 1: Bandstruktur eines Isolators, Metalls und Halbmetalls. Hierbei bezeichnet E_{F} die Fermienergie [2].

2.2. Effektive Masse

2.3. Zirkulare Doppelbrechung

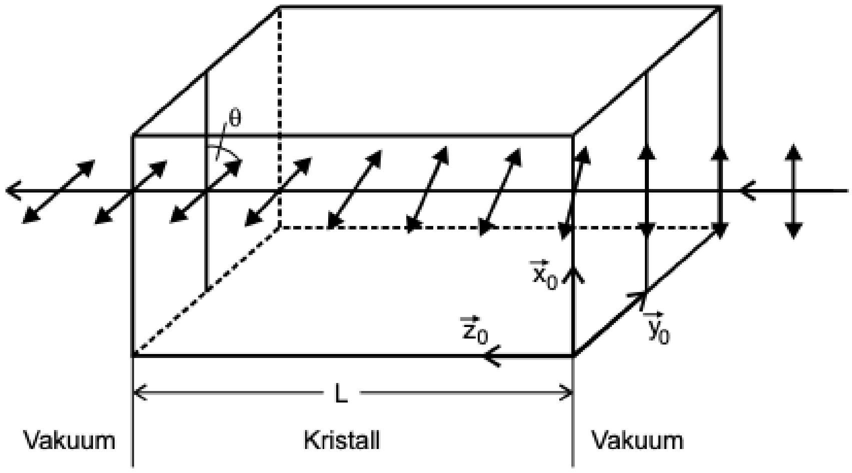

Abbildung 2: Illustration der zirkularen Doppelbrechung von linear polarisiertem Licht in einem Kristall [1].

2.4. Faraday-Effekt

$$\theta_{\text{frei}} = \frac{e^3 N B}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3 (m^*)^2 n} \cdot \lambda^2 \tag{1}$$

3. Durchführung

Um die effektive Masse der Leitungselektronen in n-dotierten Galliumarsenid zu bestimmen, werden in diesem Versuch zwei dotierte Proben mit unterschiedlicher Donatorenkonzentration und eine undotierte GaAs Probe analysiert. Dazu wird die Faradayrotation eines Lichtstrahls nach dem Durchqueren der Proben für verschiedene Wellenlängen ermittelt. Aus der Proportionalität des Drehwinkels zum Quadrat der Wellenlänge lässt sich sodann die effektive Masse der Elektronen errechnen.

3.1. Versuchsaufbau

Um den Drehwinkel der Faradayrotation zu ermitteln wird der in Abbildung 3 gezeigte Aufbau verwendet. Als Lichtquelle wird eine Halogenlampe verwendet, die Licht im sichtbaren- und Infrarotbereich aussendet. Die zu analysierende Wellenlänge kann mittels Interferenzfiltern separiert werden. Nach der Fokussierung des Strahles durchläuft dieser ein *Glan-Thompson-Prisma*, welches das emmitierte Licht linear polarisiert. Dieser Polarisator ist um die Strahlachse drehbar gelagert und mit einem Goniometer versehen,

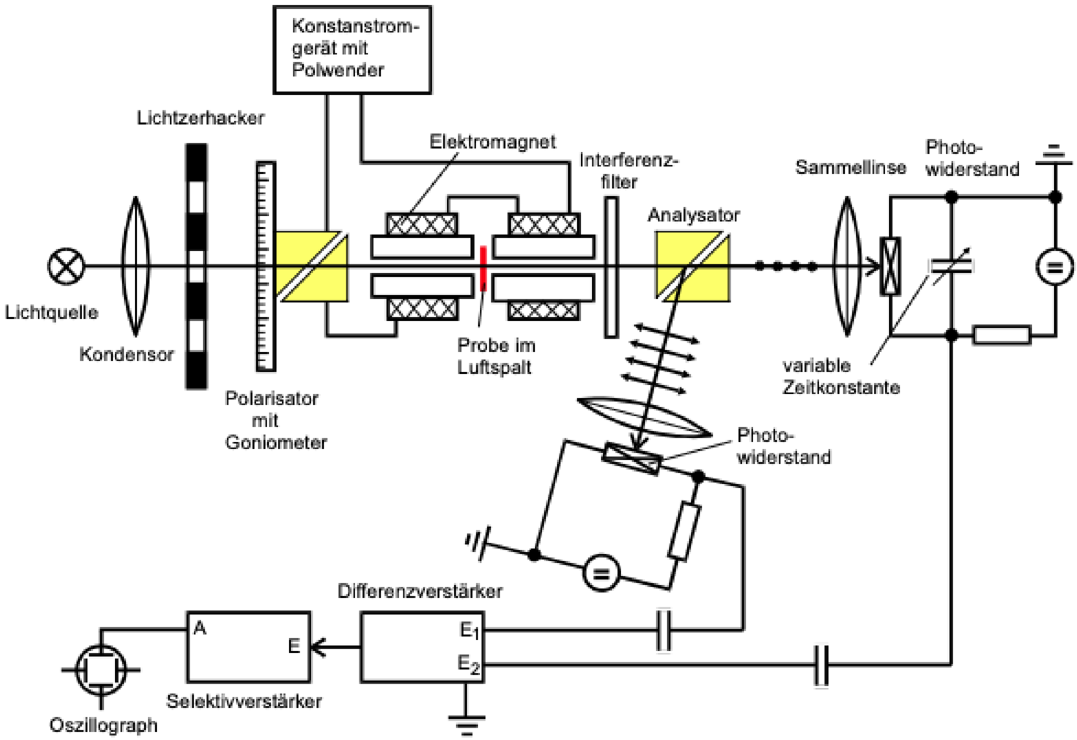

Abbildung 3: Skizze des verwendeten Versuchsaufbaus zur Messung der Faradayrotation mithilfe des Zweistrahlverfahrens [3].

anhand dessen sich der Drehwinkel des Prismas genau ablesen lässt. Die Probe wird in der Mitte eines Elektromagneten platziert, dessen Magnetfeld über ein Konstantstromgerät eingestellt werden kann. Hinter dem Elektromagneten befindet sich eine Haltevorrichtung für die zuvor erwähnten Interferenzfilter und ein weiteres Glan-Thompson-Prisma. Dieses dient als Analysator und teilt den eintreffenden Strahl in zwei genau senkrecht zueinander polarisierte Teilstrahlen auf. Die Intensität der beiden Teilstrahlen kann anschließend über zwei Photowiderstände gemessen werden. Über einen Differenzverstärker kann das nach Subtraktion der Intensitäten der Teilstrahlen verbleibende Signal an einem Oszilloskop dargestellt werden. Wie in Abbildung 3 zu erkennen ist, sind außerdem ein „Lichtzerhacker“ und ein Selektivverstärker verbaut. Mit Hilfe des Lichtzerhackers wird der Lichtstrahl in Einzelbündel mit einer Frequenz von 450 Hz unterteilt. Der Selektivverstärker wird auf dieselbe Frequenz eingestellt, was zur Unterdrückung von Rauschspannungen in anderen Frequenzbereichen dient.

3.2. Justierung der Messapparatur

Vor Beginn der eigentlichen Messung muss die Messapparatur justiert werden. Dazu wird zuerst korrekte Installation der optischen Elemente überprüft. So sollte sich die gemessene Spannung an jeweils einer der beiden Photowiderstände durch Rotation des Polarisator-Prismas mit einer Periodizität von 90° auf Null regeln lassen. Des Weiteren sollte überprüft werden, ob die Teilstrahlen auf die lichtempfindlichen Flächen der Photowiderstände abgebildet werden. Sind alle optischen Elemente justiert, wird der Selektivverstärker auf die Frequenz des Lichtzerhackers abgestimmt. Dazu wird die Frequenz des Selektivverstärker im Bereich der am Lichtzerhacker eingestellten Frequenz variiert. Es wird die Frequenz eingestellt, bei der die Amplitude des Signals der Photowiderstände maximal ist. Nun kann mit der eigentlichen Messung begonnen werden.

3.3. Messung der Faradayrotation

Zur Messung des Drehwinkels der Faradayrotation werden neun verschiedene Interferenzfilter mit Wellenlängenbereichen von 1,06 bis 2,65 µm verwendet. Nach dem Einsetzen einer Probe und eines Interferenzfilters wird mithilfe des drehbaren Polarisators ein Winkel θ_1 eingestellt, der die Amplitude des Signals des Differenzverstärkers minimiert. Anschließend wird die Polung des Elektromagneten umgestellt, sodass ein genau entgegengerichtetes Magnetfeld entsteht. Erneut wird die Amplitude minimiert und der zugehörige Winkel θ_2 notiert. Da mit dieser Methode das Magnetfeld um $2B$ geändert wird, berechnet sich der Drehwinkel der Faradayrotation zu

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2). \tag{2}$$

3.4. Messung des B-Felds

Zur Bestimmung der effektiven Elektronenmasse muss die magnetische Flussdichte B im Bereich der Probe bekannt sein. Mit einer auf einem Stativ befestigten Hallsonde wird die

Flussdichte des Magnetfeldes entlang der Strahlachse vermessen. Es werden Messwerte im Abstand von wenigen Millimetern um den Probenbereich genommen. Das Maximum der Messreihe wird in der Rechnung zur Bestimmung der effektiven Elektronenmasse verwendet.

4. Auswertung

4.1. Bestimmung der maximalen magnetischen Kraftflussdichte

Zur Bestimmung der maximalen magnetischen Flussdichte werden die in Abbildung 4 dargestellten Messwerte verwendet. Die genauen Messdaten sind im Anhang A.1 aufgelistet. Anhand des Graphen lässt sich ein eindeutiges Maximum erkennen. Dieses liegt bei einer magnetischen Flussdichte von $B = 412\,\mathrm{mT}$.

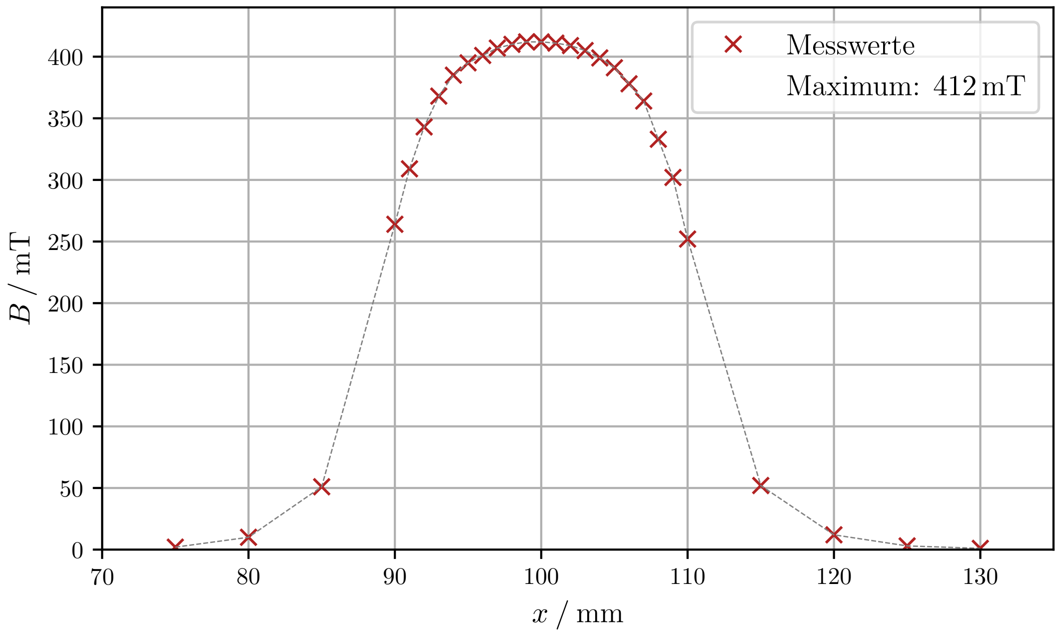

Abbildung 4: Grafische Darstellung der Messdaten zur Bestimmung der magnetischen Kraftflussdichte.

4.2. Bestimmung der effektiven Elektronenmasse der Dotieratome

Zur Bestimmung der effektiven Elektronenmasse werden neun Interferenzfilter und drei verschiedene Galliumarsenid Proben verwendet. Eine der Proben ist undotiert und wird verwendet um die Faradayrotation gebundender Ladungsträger zu bestimmen. Die anderen Proben haben Donatorenkonzentrationenn von $1{,}2 \cdot 10^{18}\,\mathrm{c}^3\mathrm{m}^{-1}$ (Probe 1) und $2{,}8 \cdot 10^{18}\,\mathrm{c}^3\mathrm{m}^{-1}$ (Probe 2). Die undotierte Kontrollprobe heiße Probe 0. Die Dicken der

Proben sind als

$$d_0 = 5{,}11\,\mathrm{mm} \qquad d_1 = 1{,}36\,\mathrm{mm} \qquad d_2 = 1{,}296\,\mathrm{mm}$$

gegeben. Die jeweiligen Messwerte der Drehwinkel θ_1 und θ_2, sowie die daraus berechnete Differenz θ sind den Tabellen 1 - 2 zu entnehmen.

Tabelle 1: Messwerte zur undotierten Probe und nach Gleichung 2 bestimmter Drehwinkel der Faradayrotation.

λ / µm	θ_1 / °	θ_2 / °	θ / °
1,06	94.28	72.58	10.85
1,29	91.35	75.07	8.14
1,45	90.50	80.73	4.88
1,72	86.05	80.00	3.02
1,96	80.73	75.53	2.60
2,156	80.28	74.38	2.95
2,34	55.00	48.00	3.50
2,51	22.52	30.20	−3.84
2,65	71.48	65.17	3.16

Tabelle 2: Messwerte zur Probe mit $N = 1{,}2 \cdot 10^{18}\,\mathrm{c^3m^{-1}}$ und nach Gleichung 2 bestimmter Drehwinkel der Faradayrotation.

λ / µm	θ_1 / °	θ_2 / °	θ / °
1,06	87.17	80.00	3.58
1,29	87.00	80.17	3.42
1,45	89.00	84.13	2.43
1,72	87.20	80.13	3.53
1,96	82.03	78.02	2.01
2,156	81.15	75.18	2.98
2,34	54.70	46.57	4.07
2,51	35.30	27.22	4.04
2,65	73.52	65.07	4.23

Die Messwerte der Drehwinkel θ werden normiert, indem sie durch die jeweiligen Probenlängen geteilt werden. Durch Subtraktion der Messwerte der undotierten Probe von denjenigen der n-dotierten Proben ergibt sich die Faradayrotation pro Eineheitslänge

$$\theta_{\mathrm{frei},i} = \frac{\theta_i}{d_i} - \frac{\theta_0}{d_0}, \qquad i = \{1, 2\}.$$

An Gleichung 1 lässt sich erkennen, dass θ_{frei} direkt proportional zum Quadrat der Wellenlänge (λ^2) ist. Mithilfe des Proportionalitätsfaktors kann die effektive Elektronenmasse

Tabelle 3: Messwerte zur Probe mit $N = 2{,}8 \cdot 10^{18}\,\mathrm{c^3 m^{-1}}$ und nach Gleichung 2 bestimmter Drehwinkel der Faradayrotation.

$\lambda\,/\,\mathrm{\mu m}$	$\theta_1\,/\,°$	$\theta_2\,/\,°$	$\theta\,/\,°$
$1,06$	91.00	78.62	6.19
$1,29$	88.83	78.25	5.29
$1,45$	90.07	81.90	4.08
$1,72$	85.02	79.68	2.67
$1,96$	82.13	74.15	3.99
$2,156$	83.58	70.57	6.51
$2,34$	56.48	43.52	6.48
$2,51$	39.10	25.08	7.01
$2,65$	79.10	64.03	7.53

m^* ermittelt werden. Dazu wird eine lineare Funktion der Form $f(x) = ax + b$ mit $f(x) = \theta_{\text{frei}}$ und $x = \lambda^2$ angesetzt. In der Theorie gilt $b = 0$, jedoch wird hier der zusätzliche Freiheitsgrad b dennoch verwendet, um eventuelle systematische Abweichungen zu kompensieren. Es wird eine lineare Regression mittels *scipy* [4] durchgeführt. Die Messwerte der Faradayrotation pro Eineheitslänge und die Ausgleichsgeraden sind für beide Galliumarsenid-Proben in Abbildung 5 dargestellt.

Die Parameter der Geradengleichung ergeben sich zu

$$a_1 = (7{,}186 \pm 1{,}752) \cdot 10^{12}\,\mathrm{m^{-3}} \qquad a_2 = (11{,}14 \pm 2{,}61) \cdot 10^{12}\,\mathrm{m^{-3}}$$
$$b_1 = (1{,}76 \pm 7{,}67)\,\mathrm{m^{-1}} \qquad b_1 = (17{,}56 \pm 11{,}41)\,\mathrm{m^{-1}}$$

für Probe 1 und Probe 2 respektive. Durch Umstellen von Gleichung 1 und Einsetzen des Ansatzes $\theta_{\text{frei}} = a\lambda^2$ ergibt sich die Gleichung

$$m^* = \sqrt{\frac{e^3 NB}{8\pi^2 \varepsilon_0 c^3 na}} \tag{3}$$

zur Berechnung der effektiven Elektronenmasse. Für die magnetische Kraftflussdichte wird $B = 412\,\mathrm{mT}$ verwendet. Der Berechnungsindex von Galliumarsenid ist im vorliegenden Wellenlängenbereich $n = 3{,}354$!!!QUELLE!!!. Für die bekannten Werte der Elementarladung e, der Permittivität des Vakuums ε_0 und der Lichtgeschwindigkeit c werden Werte aus *scipy constants* [4] verwendet. Für die einzelnen Proben ergeben sich nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung die Werte

$$m_1 = (6{,}69 \pm 0{,}82) \cdot 10^{-32}\,\mathrm{kg} \qquad m_2 = (8{,}21 \pm 0{,}96) \cdot 10^{-32}\,\mathrm{kg}$$

für die effektive Elektronenmasse. Der Mittelwert der Messungen ergibt sich zu $(7{,}45 \pm 0{,}63) \cdot 10^{-32}\,\mathrm{kg}$.

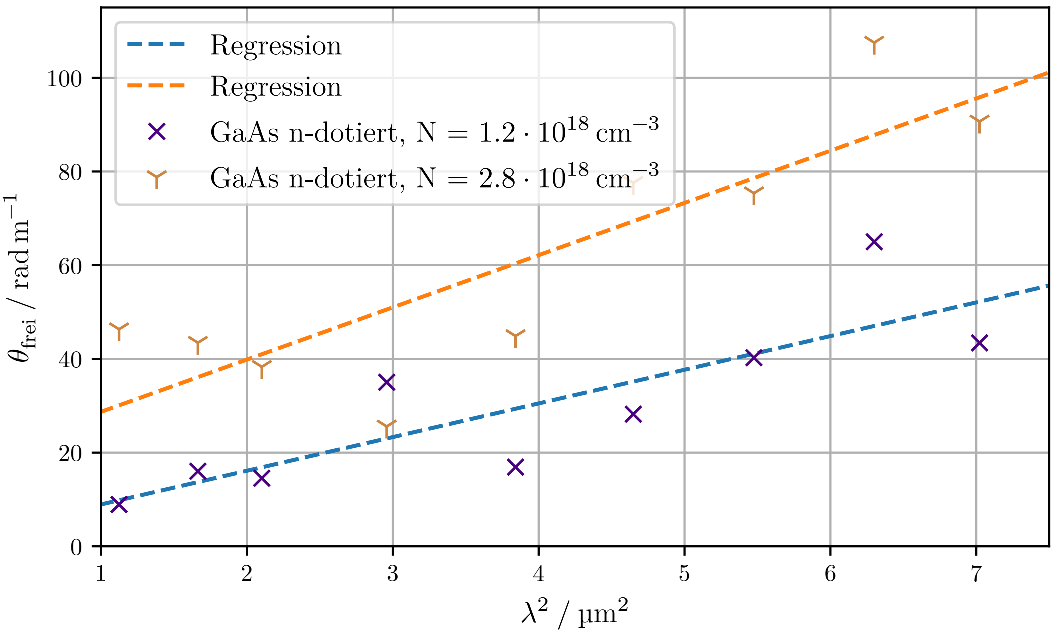

Abbildung 5: Werte der freien Weglänge θ_{frei} der dotierten Proben und ermittelte Ausgleichsgeraden.

5. Diskussion

Literatur

[1] *Anhang 1, V46 - Faraday-Effekt an Halbleitern*. TU Dortmund.

[2] Rudolf Gross und Achim Marx. Berlin, Boston: De Gruyter Oldenbourg, 2018. ISBN: 9783110782394. DOI: `doi:10.1515/9783110782394-025`. URL: `https://doi.org/10.1515/9783110782394-025`.

[3] *V46 -Faraday-Effekt an Halbleitern*. TU Dortmund.

[4] Pauli Virtanen u. a. „SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python". In: *Nature Methods* 17 (2020), S. 261–272. DOI: `10.1038/s41592-019-0686-2`.

A. Anhang

A.1. Originaldaten