

Bewegungsdifferentialgleichung eines Punktes im dreidimensionalen Weltraum

x : Weg

v : Geschwindigkeit

m : Masse

F : Kraft

G : Gravitationskonstante

Allgemeiner Fall:

wenn der Punkt nicht selbst eine beschleunigende Kraft ausübt und er auch nicht im Gravitationsfeld eines Planeten ist, so gilt:

$$\begin{aligned}\sum \vec{F} &= m \cdot \ddot{\vec{x}} \\ \sum \vec{F} &= 0\end{aligned}$$

Gravitationskraft:

Für den Fall, dass sich die Punktmasse in der Nähe eines anderen Objektes befindet, spielt die Gravitationskraft der beiden Objekte aufeinander eine Rolle. Im Folgenden sei m_p die Punktmasse, m_1 die Masse des anderen Objektes, \vec{r} der Verbindungsvektor beider Objekte und r der Abstand beider Objekte.

$$\begin{aligned}\vec{F}_G &= G \cdot \frac{m_p \cdot m_1}{|\vec{r}|^3} \cdot \vec{r} \\ |\vec{F}_G| &= G \cdot \frac{m_p \cdot m_1}{r^2}\end{aligned}$$

Zentripetalkraft:

Wenn sich die Punktmasse auf einer Kreisbahn um das Objekt bewegt, so wirkt auf den Punkt auch die Zentripetalkraft F_p senkrecht in Richtung Mittelpunkt der Kreisbahn.

$$\begin{aligned}\vec{F}_p &= m \cdot \frac{\vec{v}^2}{r^2} \cdot \vec{r} \\ |\vec{F}_p| &= m \cdot \frac{v^2}{r}\end{aligned}$$

Beschleunigung:

Wird der Punkt beschleunigt, so wirkt eine Kraft \vec{F}_b auf ihn. Damit ergibt sich insgesamt:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_p + \vec{F}_b = m_p \cdot \ddot{\vec{x}}$$