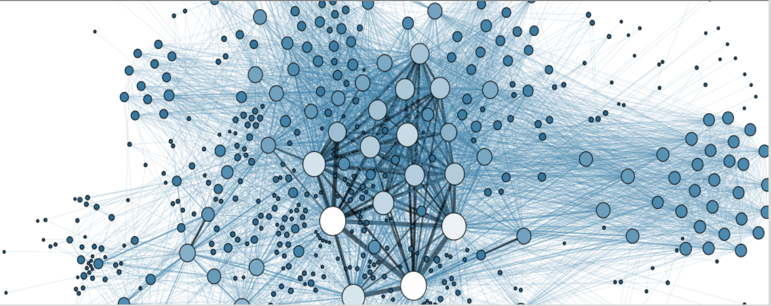
# Grundbegriffe der Informatik
# Tutorium 33

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu | 12.01.2017



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu



# Gliederung

1. Graphen
   - Praxisbeispiele
   - Ungerichtete Graphen
   - Begriffe

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete Graphen

Begriffe

# Graphen



## Definition: Graph

Ein Graph $G = (V, E)$ ist ein Tupel aus:

- Einer endlichen, nichtleeren Knotenmenge $V$
- Einer endlichen Kantenmenge $E \subseteq V \times V$

Beispiel: Knotenmenge $V := \{a, b, c, d\}$. Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

- $E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$
- $E := \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$
- $E := \emptyset$

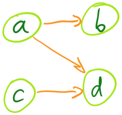
Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu



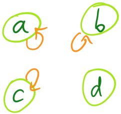
# Wie sehen diese Graphen aus?

Beispiel: Knotenmenge $V := \{a, b, c, d\}$. Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

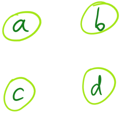
- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$




- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$




- $V := \{a, b, c, d\}, E := \emptyset$



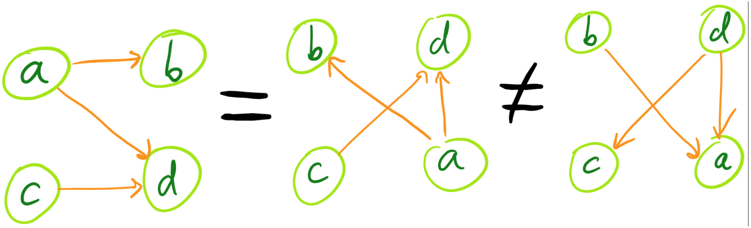
Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Graphen
Praxisbeispiele
Ungerichtete Graphen
Begriffe

# Wann Angabe als Menge, wann als Visualisierung?

Wir verwenden gezeichnete Graphen und deren Definition als Mengen als äquivalent.

- $\{(a,b),(c,d),(a,d)\} = \{(a,b),(a,d),(c,d)\} \neq \{(b,a),(d,c),(d,a)\}$, also Kantenmenge mit unterschiedlichen Reihenfolgen darstellbar. Genauso die Knotenmenge.

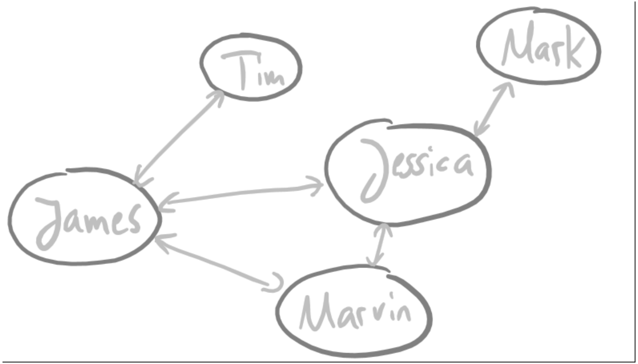



Es kann also in jedem Fall der Graph sowohl als “Visualisierung” oder als Menge angegeben werden, beide Varianten sind formal korrekt.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

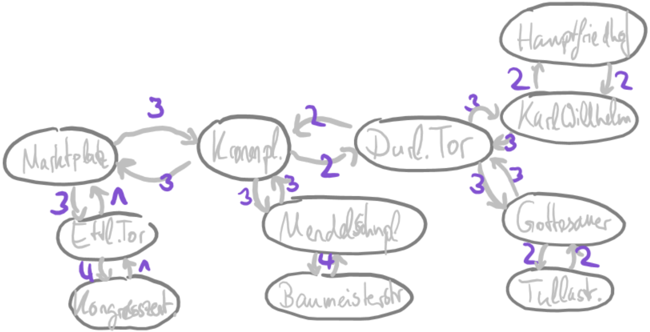
Graphen
Praxisbeispiele
Ungerichtete Graphen
Begriffe

# Praxisbeispiel: Soziales Netzwerk




- Ist Person $A$ direkt mit Person $B$ befreundet? $\Leftrightarrow$ Gibt es eine Kante $(A, B)$?
- Ist Person $A$ über maximal 2 verschiedene Leute mit Person $B$ befreundet?$\Leftrightarrow$ Gibt es einen Pfad von $A$ nach $B$ mit maximaler Länge 3?
- Wieviele Freunde hat Person $A$?$\Leftrightarrow$ Welchen Grad hat Person $A \in V$?

# Praxisbeispiel: Wie kommt man am schnellsten von $A$ nach $B$

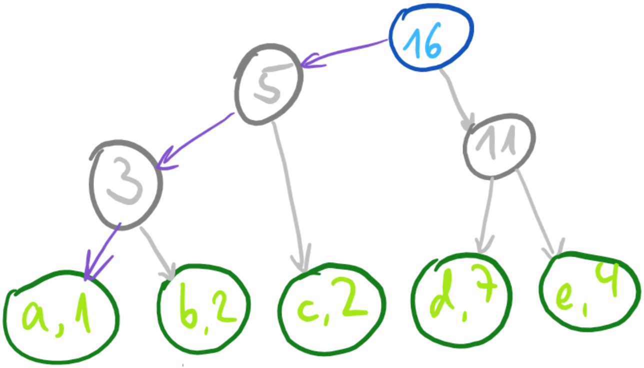


- Kantengewichtung: Jeder Kante wird eine Zahl $c \in \mathbb{R}$ zugewiesen.
- Wie lange dauert der kürzeste Weg von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof? $\Leftrightarrow$ Wie lang ist ein kürzester Pfad von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof?
- Wo kommt man von Kronenplatz überall innerhalb von 5 Zeiteinheiten hin? $\Leftrightarrow$ Für welche Orte $v \in V$ existiert ein Pfad $(\mathit{Kronenplatz}, ..., v)$ mit einer Länge von maximal 5?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Graphen
Praxisbeispiele
Ungerichtete Graphen
Begriffe

# Praxisbeispiel: Huffman-Bäume




- Wie lang ist die Kodierung vom Zeichen *c*?⇔ Wie lang ist der Pfad von Wurzel zu Knoten *c*? In diesem Fall 2.
- Wie viele Zeichen werden kodiert? ⇔ Wie viele Knoten sind von der Wurzel erreichbar, die selbst keine ausgehenden Kanten haben? ⇔ Wie viele Blätter hat der Baum?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Ungerichtete Graphen

Graphen
Praxisbeispiele
Ungerichtete Graphen
Begriffe

- Bis jetzt: Gerichtete Graphen, dh. Kanten $(u, v)$ hatten eine Richtung von Knoten $u$ nach Knoten $v$.

**Ungerichteter Graph**

Ein ungerichteter Graph ist ein Graph, dessen Kanten Mengen, und keine Tupel sind.

- Beispiel: Statt Kante $(u, v)$ jetzt Kante $\{u, v\} = \{v, u\}$.
- Information über Richtung geht also verloren, Kanten verbinden nur noch Knoten, ohne sich zu merken, welcher Knoten Start und welcher Ziel ist.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

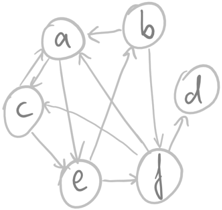
Graphen
Praxisbeispiele
Ungerichtete Graphen
Begriffe

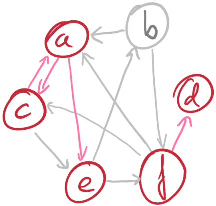
# Teilgraph

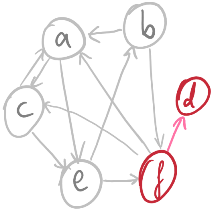
## Teilgraph

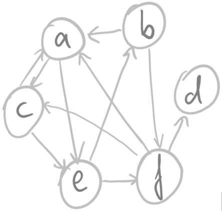
Zu einem Graph $G := (V, E)$ ist ein Teilgraph definiert als $G' = (V', E')$, falls gilt $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$.

- Beispiel: Sei $G := (V, E)$ mit $V := \{a, b, c, d, e, f\}$ und $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit $V_1 := \{a, c, d, e, f\}$, $E_1 := \{(a, c), (c, a), (a, e), (f, d)\}$ ein Teilgraph von $G$?
- Ist ein Graph mit $V_2 := \{d, f\}$, $E_2 := \{(f, d)\}$ ein Teilgraph von $G$?
- Ist ein Graph mit $V_3 = E_3 = \emptyset$ ein Teilgraph von $G$?









Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Graphen
Praxisbeispiele
Ungerichtete Graphen
Begriffe

# Teilgraph

Karlsruher Institut für Technologie

## Teilgraph

Zu einem Graph $G := (V, E)$ ist ein Teilgraph definiert als $G' = (V', E')$, falls gilt $V' \subseteq V$ und $E' \subseteq E$.

- Beispiel: Sei $G := (V, E)$ mit $V := \{a, b, c, d, e, f\}$ und $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit $V_4 := \{a, b\}, E_4 := \{(f, d)\}$ ein Teilgraph von $G$?
- Ist ein Graph mit $V_5 := \{g, a\}, E_5 := \{(g, a), (a, g)\}$ ein Teilgraph von $G$?

# Weg/Pfad

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu



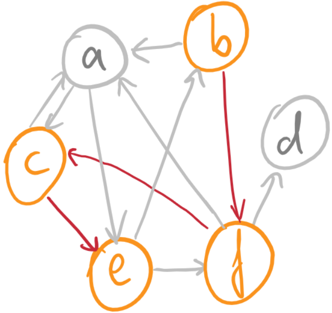
## Pfad informell

Ein Pfad $(u, ..., v)$ ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das traversieren der Kanten vom Startknoten $u \in V$ zum Zielknoten $v \in V$ kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten $x \in V$ merkt und eine Kante $(x, y) \in E$ traversiert, so gelangt man zu Knoten $y$.

## Pfad formell

Ein Pfad $P := (v_0, v_1, ..., v_n)$ der Länge $n$ ist eine Permutation auf $V$ , wobei gilt: $\forall i \in \mathbb{Z}_n : (v_i, v_{i+1}) \in E$.




Der Pfad $(b, f, c, e)$ ist ein möglicher Pfad von $b$ nach $e$ der Länge 3.
Gibt es noch andere solcher Pfade?

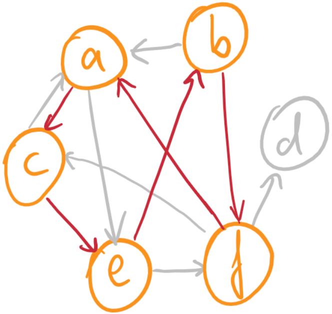
# Zyklus

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu



## Zyklus

Ein Zyklus ist ein Pfad $(v_1, \ldots, v_n)$ mit $v_1 = v_n$.




Der Pfad $(b, f, a, c, e)$ ist ein möglicher Zyklus.
Gibt es noch andere Zyklen?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu



# Zusammenhängend

Karlsruher Institut für Technologie

### Zusammenhängender Graph

Ein ungerichteter Graph heißt zusammenhängend, wenn gilt: $\forall u, v \in V \exists$ Pfad von $u$ nach $v$.

### Stark zusammenhängender Graph

Ein gerichteter Graph heißt stark zusammenhängend, wenn gilt: $\forall u, v \in V \exists$ Pfad von $u$ nach $v$.

### Schwach zusammenhängender Graph

Ein gerichteter Graph heißt schwach zusammenhängend, wenn der zugehörige ungerichtete Graph zusammenhängend ist.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Graphen
Praxisbeispiele
Ungerichtete Graphen
Begriffe

# Knotengrad

Karlsruher Institut für Technologie

## Eingangsgrad

Der Eingangsgrad eines Knoten $u \in V$ ist definiert als: $d_-(u) := |\{(v, u) \in E : v \in V\}|$, also die Anzahl der Kanten, die in den Knoten $u$ zeigen.

## Ausgangsgrad

Der Ausgangsgrad eines Knoten $u \in V$ ist definiert als: $d_+(u) := |\{(u, v) \in E : v \in V\}|$, also die Anzahl der Kanten, die vom Knoten $u$ aus weg zeigen.

## Grad

Der Grad eines Knoten $u$ ist definiert als: $d(u) := d_+(u) + d_-(u)$, also die Anzahl der Kanten, über die $u$ verbunden ist.

# Gerichtete Bäume

Karlsruher Institut für Technologie

- Kennt ihr schon: Huffman-Baum

## Gerichteter Baum

Ein gerichteter Baum ist ein schwach zusammenhängender kreisfreier gerichteter Graph.

## Ungerichteter Baum

Ein ungerichteter Baum ist ein zusammenhängender kreisfreier ungerichteter Graph.

- Bäume haben immer einen Wurzelknoten, von dem alle anderen Knoten ausgehen.
- Ungerichtete Bäume können mehrere Wurzeln haben.
- Knoten mit Grad 1 heißen Blätter.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu



# Randfälle



- Wieviele Kanten kann ein Graph mit $n$ Knoten maximal haben? $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit $n$ Knoten maximal haben? $n^2 - n = n(n-1)$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter Graph mit $n$ Knoten maximal haben? $\frac{n(n-1)}{2} + n = \frac{n(n+1)}{2}$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter schlingenfreier Graph mit $n$ Knoten maximal haben? $\frac{n(n-1)}{2}$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Graphen
Praxisbeispiele
Ungerichtete Graphen
Begriffe

# Informationen

Karlsruher Institut für Technologie

## Zum Tutorium

- Lukas Bach
- Tutorienfolien auf:
  - `http://gbi.lukasbach.com`
- Tutorium findet statt:
  - Donnerstags, 14:00 - 15:30
  - 50.34 Informatikbau, -107

## Mehr Material

- Ehemalige GBI Webseite:
  - `http://gbi.ira.uka.de`
  - Altklausuren!

## Zur Veranstaltung

- Grundbegriffe der Informatik
- Klausurtermin:
  - 06.03.2017, 11:00
  - Zwei Stunden Bearbeitungszeit
  - 6 ECTS für Informatiker und Informationswirte, 4 ECTS für Mathematiker und Physiker

## Zum Übungsschein

- Übungsblatt jede Woche
- Ab 50% insgesamt hat man den Übungsschein
- Keine Voraussetzung für die Klausur, aber für das Modul