

# Grundbegriffe der Informatik

## Tutorium 33

Lukas Bach, [lukas.bach@student.kit.edu](mailto:lukas.bach@student.kit.edu) | 12.01.2017



## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

## Definition: Graph

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

## Definition: Graph

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist ein Tupel aus:

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

## Definition: Graph

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist ein Tupel aus:

- Einer endlichen, nichtleeren Knotenmenge  $V$

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

## Definition: Graph

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist ein Tupel aus:

- Einer endlichen, nichtleeren Knotenmenge  $V$
- Einer endlichen Kantenmenge  $E \subseteq V \times V$

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

## Definition: Graph

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist ein Tupel aus:

- Einer endlichen, nichtleeren Knotenmenge  $V$
- Einer endlichen Kantenmenge  $E \subseteq V \times V$

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

## Definition: Graph

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist ein Tupel aus:

- Einer endlichen, nichtleeren Knotenmenge  $V$
- Einer endlichen Kantenmenge  $E \subseteq V \times V$

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

- $E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

## Definition: Graph

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist ein Tupel aus:

- Einer endlichen, nichtleeren Knotenmenge  $V$
- Einer endlichen Kantenmenge  $E \subseteq V \times V$

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

- $E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$
- $E := \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$



## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

## Definition: Graph

Ein Graph  $G = (V, E)$  ist ein Tupel aus:

- Einer endlichen, nichtleeren Knotenmenge  $V$
- Einer endlichen Kantenmenge  $E \subseteq V \times V$

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

- $E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$
- $E := \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$
- $E := \emptyset$

# Wie sehen diese Graphen aus?

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum  
Beispiel sein...

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe

# Wie sehen diese Graphen aus?

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

■  $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

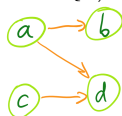
Graphen

Begriffe

# Wie sehen diese Graphen aus?

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

■  $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$



Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

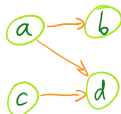
Graphen

Begriffe

# Wie sehen diese Graphen aus?

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$



- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

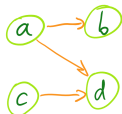
Graphen

Begriffe

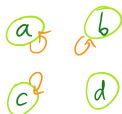
# Wie sehen diese Graphen aus?

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$



- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$



Graphen

Praxisbeispiele

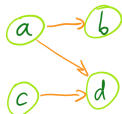
Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

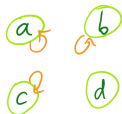
# Wie sehen diese Graphen aus?

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$



- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$



- $V := \{a, b, c, d\}, E := \emptyset$

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

# Wie sehen diese Graphen aus?

Beispiel: Knotenmenge  $V := \{a, b, c, d\}$ . Kantenmenge könnte zum Beispiel sein...

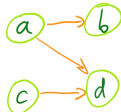
Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

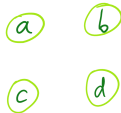
- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, b), (c, d), (a, d)\}$



- $V := \{a, b, c, d\}, E := \{(a, a), (b, b), (c, c)\}$



- $V := \{a, b, c, d\}, E := \emptyset$





# Wann Angabe als Menge, wann als Visualisierung?

Wir verwenden gezeichnete Graphen und deren Definition als Mengen als äquivalent.

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe

# Wann Angabe als Menge, wann als Visualisierung?

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

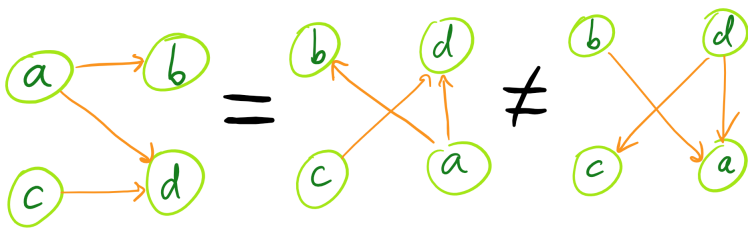
Wir verwenden gezeichnete Graphen und deren Definition als Mengen als äquivalent.

- $\{(a, b), (c, d), (a, d)\} = \{(a, b), (a, d), (c, d)\} \neq \{(b, a), (d, c), (d, a)\}$ ,  
also Kantenmenge mit unterschiedlichen Reihenfolgen darstellbar.  
Genauso die Knotenmenge.

# Wann Angabe als Menge, wann als Visualisierung?

Wir verwenden gezeichnete Graphen und deren Definition als Mengen als äquivalent.

- $\{(a, b), (c, d), (a, d)\} = \{(a, b), (a, d), (c, d)\} \neq \{(b, a), (d, c), (d, a)\}$ ,  
also Kantenmenge mit unterschiedlichen Reihenfolgen darstellbar.  
Genauso die Knotenmenge.



Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

# Wann Angabe als Menge, wann als Visualisierung?

## Graphen

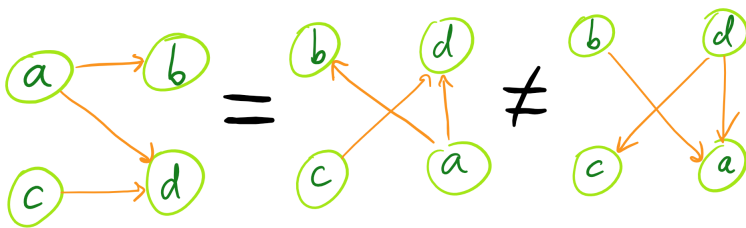
### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

Wir verwenden gezeichnete Graphen und deren Definition als Mengen als äquivalent.

- $\{(a, b), (c, d), (a, d)\} = \{(a, b), (a, d), (c, d)\} \neq \{(b, a), (d, c), (d, a)\}$ ,  
also Kantenmenge mit unterschiedlichen Reihenfolgen darstellbar.  
Genauso die Knotenmenge.



Es kann also in jedem Fall der Graph sowohl als “Visualisierung” oder als Menge angegeben werden, beide Varianten sind formal korrekt.

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

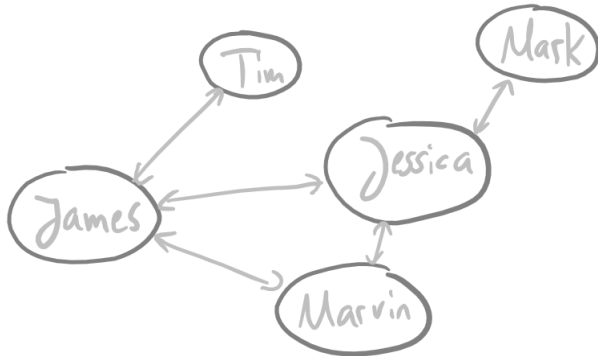
## Praxisbeispiel: Soziales Netzwerk

Graphen

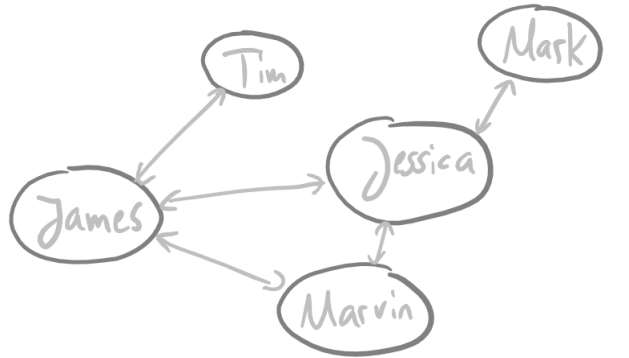
Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe



## Praxisbeispiel: Soziales Netzwerk



- Ist Person *A* direkt mit Person *B* befreundet?

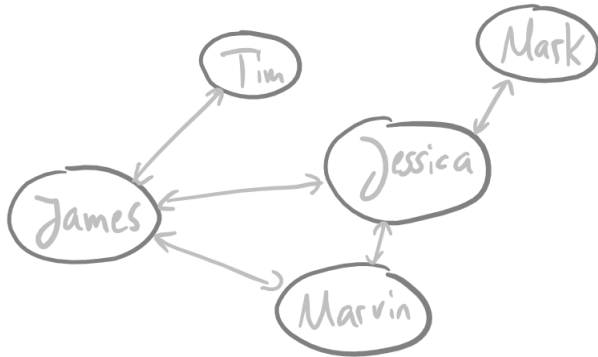
## Praxisbeispiel: Soziales Netzwerk

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

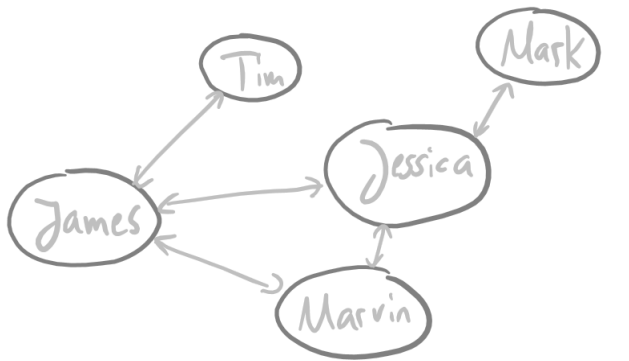
Begriffe



- Ist Person  $A$  direkt mit Person  $B$  befreundet?  $\Leftrightarrow$  Gibt es eine Kante  $(A, B)$ ?

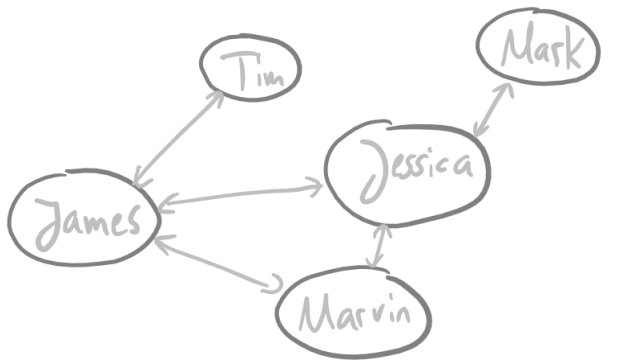


## Praxisbeispiel: Soziales Netzwerk



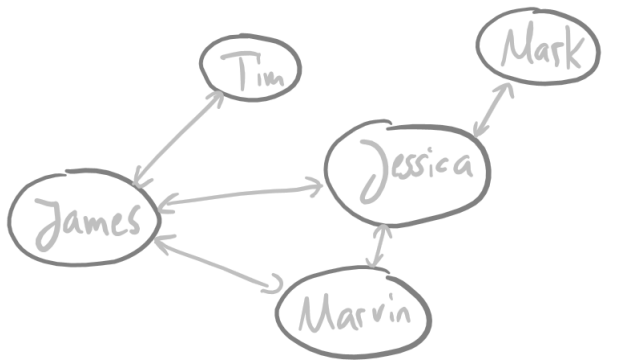
- Ist Person  $A$  direkt mit Person  $B$  befreundet?  $\Leftrightarrow$  Gibt es eine Kante  $(A, B)$ ?
- Ist Person  $A$  über maximal 2 verschiedene Leute mit Person  $B$  befreundet?

## Praxisbeispiel: Soziales Netzwerk



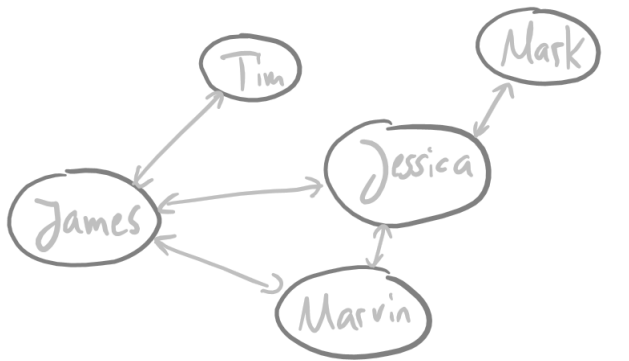
- Ist Person  $A$  direkt mit Person  $B$  befreundet?  $\Leftrightarrow$  Gibt es eine Kante  $(A, B)$ ?
- Ist Person  $A$  über maximal 2 verschiedene Leute mit Person  $B$  befreundet?  $\Leftrightarrow$  Gibt es einen Pfad von  $A$  nach  $B$  mit maximaler Länge 3?

## Praxisbeispiel: Soziales Netzwerk



- Ist Person  $A$  direkt mit Person  $B$  befreundet?  $\Leftrightarrow$  Gibt es eine Kante  $(A, B)$ ?
- Ist Person  $A$  über maximal 2 verschiedene Leute mit Person  $B$  befreundet?  $\Leftrightarrow$  Gibt es einen Pfad von  $A$  nach  $B$  mit maximaler Länge 3?
- Wieviele Freunde hat Person  $A$ ?

## Praxisbeispiel: Soziales Netzwerk



- Ist Person  $A$  direkt mit Person  $B$  befreundet?  $\Leftrightarrow$  Gibt es eine Kante  $(A, B)$ ?
- Ist Person  $A$  über maximal 2 verschiedene Leute mit Person  $B$  befreundet?  $\Leftrightarrow$  Gibt es einen Pfad von  $A$  nach  $B$  mit maximaler Länge 3?
- Wieviele Freunde hat Person  $A$ ?  $\Leftrightarrow$  Welchen Grad hat Person  $A \in V$ ?

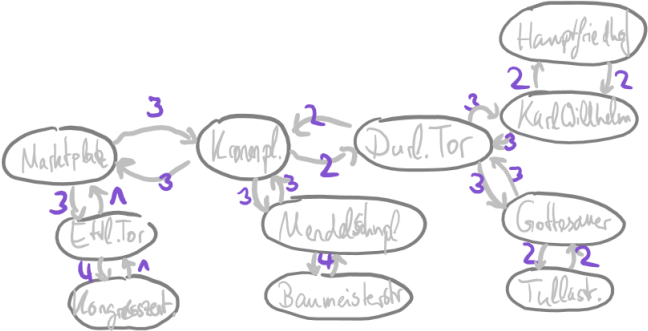
Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

# Praxisbeispiel: Wie kommt man am schnellsten von A nach B



# Praxisbeispiel: Wie kommt man am schnellsten von A nach B

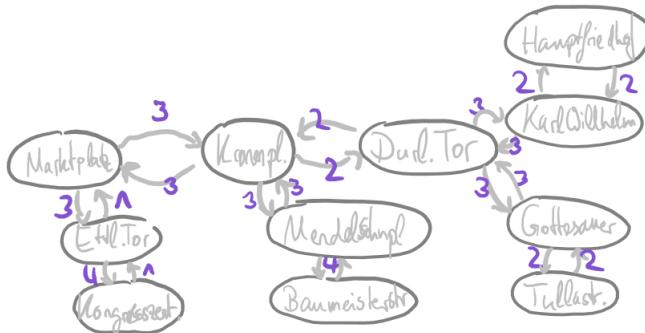
## Graphen

### Praxisbeispiele

#### Ungerichtete

#### Graphen

#### Begriffe



- Kantengewichtung: Jeder Kante wird eine Zahl  $c \in \mathbb{R}$  zugewiesen.

# Praxisbeispiel: Wie kommt man am schnellsten von A nach B

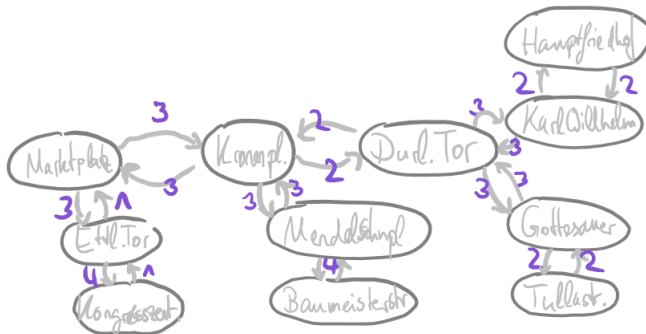
## Graphen

### Praxisbeispiele

#### Ungerichtete

#### Graphen

#### Begriffe



- Kantengewichtung: Jeder Kante wird eine Zahl  $c \in \mathbb{R}$  zugewiesen.
- Wie lange dauert der kürzeste Weg von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof?



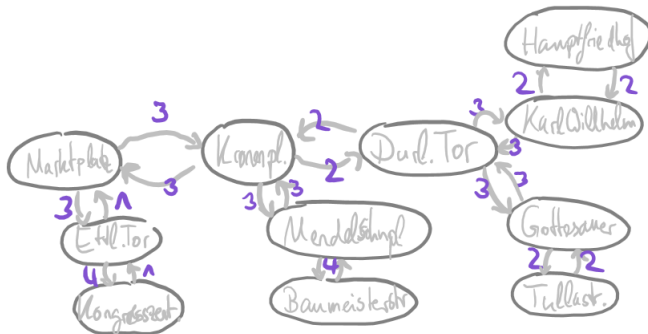
# Praxisbeispiel: Wie kommt man am schnellsten von A nach B

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe



- Kantengewichtung: Jeder Kante wird eine Zahl  $c \in \mathbb{R}$  zugewiesen.
- Wie lange dauert der kürzeste Weg von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof?  $\Leftrightarrow$  Wie lang ist ein kürzester Pfad von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof?

# Praxisbeispiel: Wie kommt man am schnellsten von A nach B

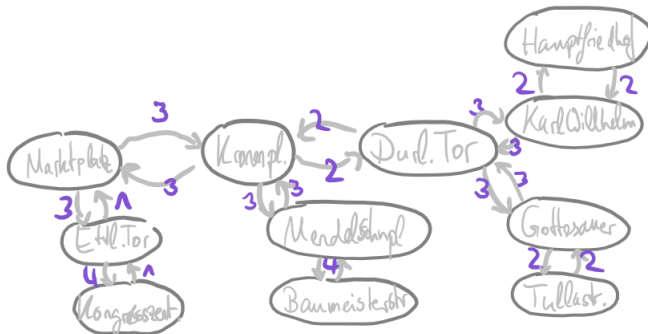
## Graphen

### Praxisbeispiele

#### Ungerichtete

#### Graphen

#### Begriffe



- Kantengewichtung: Jeder Kante wird eine Zahl  $c \in \mathbb{R}$  zugewiesen.
- Wie lange dauert der kürzeste Weg von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof?  $\Leftrightarrow$  Wie lang ist ein kürzester Pfad von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof?
- Wo kommt man von Kronenplatz überall innerhalb von 5 Zeiteinheiten hin?

# Praxisbeispiel: Wie kommt man am schnellsten von A nach B

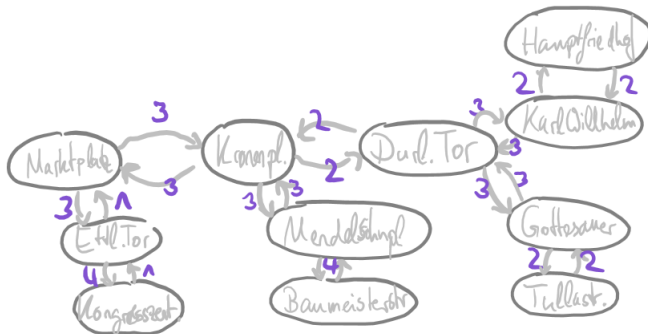
## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete

### Graphen

### Begriffe



- Kantengewichtung: Jeder Kante wird eine Zahl  $c \in \mathbb{R}$  zugewiesen.
- Wie lange dauert der kürzeste Weg von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof?  $\Leftrightarrow$  Wie lang ist ein kürzester Pfad von Kongresszentrum nach Hauptfriedhof?
- Wo kommt man von Kronenplatz überall innerhalb von 5 Zeiteinheiten hin?  $\Leftrightarrow$  Für welche Orte  $v \in V$  existiert ein Pfad  $(Kronenplatz, \dots, v)$  mit einer Länge von maximal 5?

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

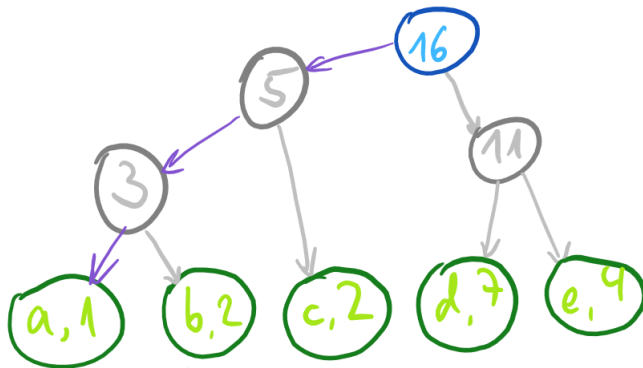
Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe



## Praxisbeispiel: Huffman-Bäume

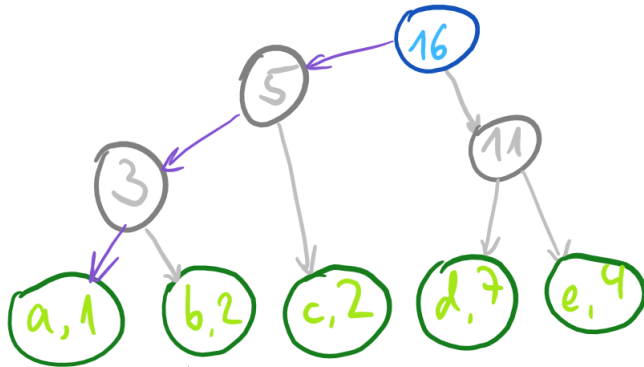
Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe



- Wie lang ist die Kodierung vom Zeichen *c*?

## Praxisbeispiel: Huffman-Bäume

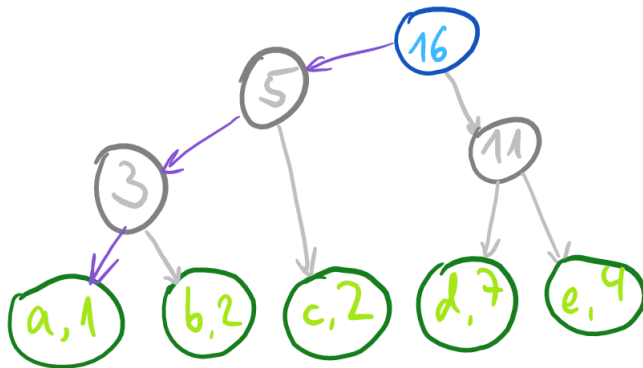
Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe



- Wie lang ist die Kodierung vom Zeichen  $c$ ?  $\Leftrightarrow$  Wie lang ist der Pfad von Wurzel zu Knoten  $c$ ? In diesem Fall 2.

## Praxisbeispiel: Huffman-Bäume

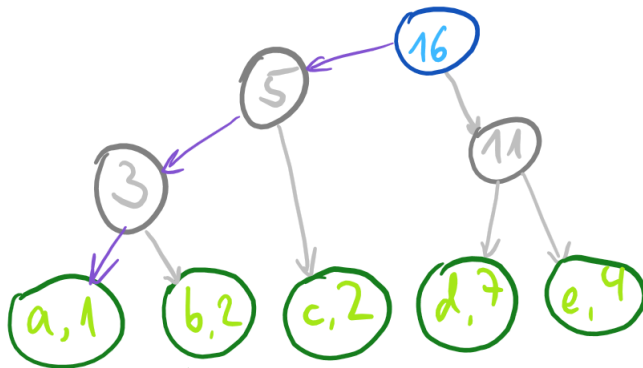
Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe



- Wie lang ist die Kodierung vom Zeichen  $c$ ?  $\Leftrightarrow$  Wie lang ist der Pfad von Wurzel zu Knoten  $c$ ? In diesem Fall 2.
- Wie viele Zeichen werden kodiert?



## Praxisbeispiel: Huffman-Bäume

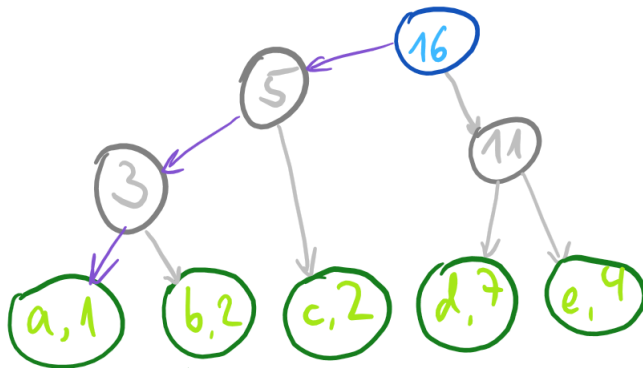
Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe



- Wie lang ist die Kodierung vom Zeichen  $c$ ?  $\Leftrightarrow$  Wie lang ist der Pfad von Wurzel zu Knoten  $c$ ? In diesem Fall 2.
- Wie viele Zeichen werden kodiert?  $\Leftrightarrow$  Wie viele Knoten sind von der Wurzel erreichbar, die selbst keine ausgehenden Kanten haben?

## Praxisbeispiel: Huffman-Bäume

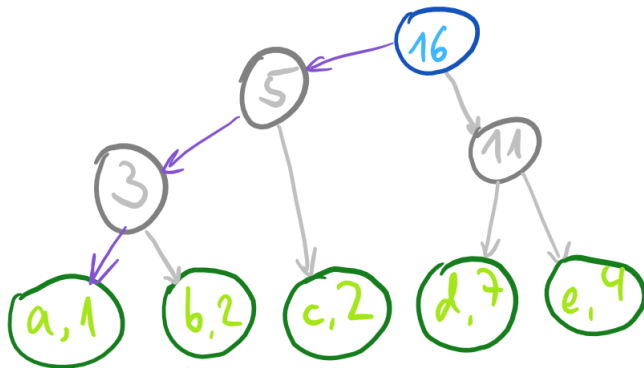
Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe



- Wie lang ist die Kodierung vom Zeichen  $c$ ?  $\Leftrightarrow$  Wie lang ist der Pfad von Wurzel zu Knoten  $c$ ? In diesem Fall 2.
- Wie viele Zeichen werden kodiert?  $\Leftrightarrow$  Wie viele Knoten sind von der Wurzel erreichbar, die selbst keine ausgehenden Kanten haben?  $\Leftrightarrow$  Wie viele Blätter hat der Baum?

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

■ Bis jetzt

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

■ Bis jetzt: Gerichtete Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Bis jetzt: Gerichtete Graphen, dh. Kanten  $(u, v)$  hatten eine Richtung von Knoten  $u$  nach Knoten  $v$ .

- Bis jetzt: Gerichtete Graphen, dh. Kanten  $(u, v)$  hatten eine Richtung von Knoten  $u$  nach Knoten  $v$ .

## Ungerichteter Graph

Ein ungerichteter Graph ist ein Graph

- Bis jetzt: Gerichtete Graphen, dh. Kanten  $(u, v)$  hatten eine Richtung von Knoten  $u$  nach Knoten  $v$ .

## Ungerichteter Graph

Ein ungerichteter Graph ist ein Graph, dessen Kanten Mengen, und keine Tupel sind.



- Bis jetzt: Gerichtete Graphen, dh. Kanten  $(u, v)$  hatten eine Richtung von Knoten  $u$  nach Knoten  $v$ .

## Ungerichteter Graph

Ein ungerichteter Graph ist ein Graph, dessen Kanten Mengen, und keine Tupel sind.

- Beispiel: Statt Kante  $(u, v)$  jetzt Kante  $\{u, v\}$

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

- Bis jetzt: Gerichtete Graphen, dh. Kanten  $(u, v)$  hatten eine Richtung von Knoten  $u$  nach Knoten  $v$ .

## Ungerichteter Graph

Ein ungerichteter Graph ist ein Graph, dessen Kanten Mengen, und keine Tupel sind.

- Beispiel: Statt Kante  $(u, v)$  jetzt Kante  $\{u, v\} = \{v, u\}$ .

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

- Bis jetzt: Gerichtete Graphen, dh. Kanten  $(u, v)$  hatten eine Richtung von Knoten  $u$  nach Knoten  $v$ .

## Ungerichteter Graph

Ein ungerichteter Graph ist ein Graph, dessen Kanten Mengen, und keine Tupel sind.

- Beispiel: Statt Kante  $(u, v)$  jetzt Kante  $\{u, v\} = \{v, u\}$ .
- Information über Richtung geht also verloren, Kanten verbinden nur noch Knoten, ohne sich zu merken, welcher Knoten Start und welcher Ziel ist.

## Teilgraph

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe



## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_1 := \{a, c, d, e, f\}$ ,  $E_1 := \{(a, c), (c, a), (a, e), (f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_1 := \{a, c, d, e, f\}$ ,  $E_1 := \{(a, c), (c, a), (a, e), (f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_2 := \{d, f\}$ ,  $E_2 := \{(f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_1 := \{a, c, d, e, f\}$ ,  $E_1 := \{(a, c), (c, a), (a, e), (f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_2 := \{d, f\}$ ,  $E_2 := \{(f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_3 = E_3 = \emptyset$  ein Teilgraph von  $G$ ?

Graphen

Praxisbeispiele

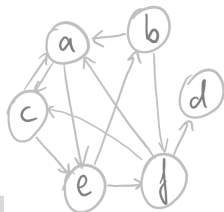
Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_1 := \{a, c, d, e, f\}$ ,  $E_1 := \{(a, c), (c, a), (a, e), (f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_2 := \{d, f\}$ ,  $E_2 := \{(f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_3 = E_3 = \emptyset$  ein Teilgraph von  $G$ ?



Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

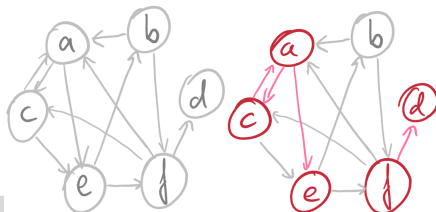
### Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_1 := \{a, c, d, e, f\}$ ,  $E_1 := \{(a, c), (c, a), (a, e), (f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_2 := \{d, f\}$ ,  $E_2 := \{(f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_3 = E_3 = \emptyset$  ein Teilgraph von  $G$ ?



## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

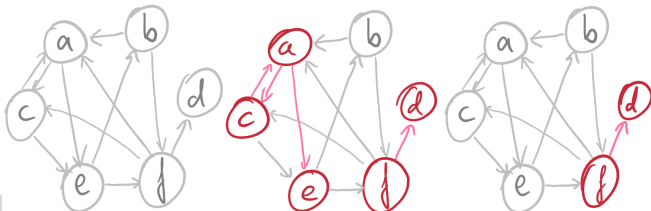
### Graphen

#### Praxisbeispiele

#### Ungerichtete Graphen

#### Begriffe

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_1 := \{a, c, d, e, f\}$ ,  $E_1 := \{(a, c), (c, a), (a, e), (f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_2 := \{d, f\}$ ,  $E_2 := \{(f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_3 = E_3 = \emptyset$  ein Teilgraph von  $G$ ?



## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

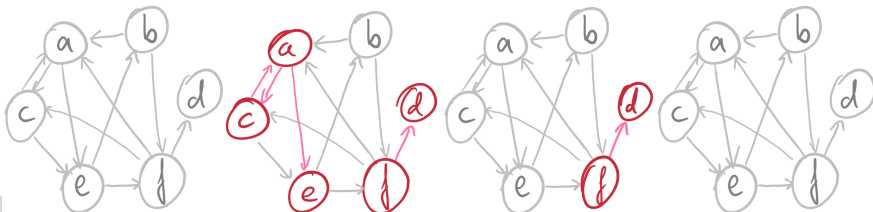
### Graphen

#### Praxisbeispiele

#### Ungerichtete Graphen

#### Begriffe

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_1 := \{a, c, d, e, f\}$ ,  $E_1 := \{(a, c), (c, a), (a, e), (f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_2 := \{d, f\}$ ,  $E_2 := \{(f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_3 = E_3 = \emptyset$  ein Teilgraph von  $G$ ?





## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_4 := \{a, b\}$ ,  $E_4 := \{(f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?

## Teilgraph

Zu einem Graph  $G := (V, E)$  ist ein Teilgraph definiert als  $G' = (V', E')$ , falls gilt  $V' \subseteq V$  und  $E' \subseteq E$ .

- Beispiel: Sei  $G := (V, E)$  mit  $V := \{a, b, c, d, e, f\}$  und  $E := \{(b, a), (b, f), (f, d), (e, f), (f, a), (e, b), (a, e), (f, c), (a, c), (c, a), (c, e)\}$
- Ist ein Graph mit  $V_4 := \{a, b\}$ ,  $E_4 := \{(f, d)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?
- Ist ein Graph mit  $V_5 := \{g, a\}$ ,  $E_5 := \{(g, a), (a, g)\}$  ein Teilgraph von  $G$ ?

## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine  
Aneinanderreihung von Knoten

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine  
Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils  
mit Kanten verbunden sind

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe

## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten  $x \in V$  merkt und eine Kante  $(x, y) \in E$  traversiert, so gelangt man zu Knoten  $y$ .

## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten  $x \in V$  merkt und eine Kante  $(x, y) \in E$  traversiert, so gelangt man zu Knoten  $y$ .

## Pfad formell

Ein Pfad  $P := (v_0, v_1, \dots, v_n)$  der Länge  $n$



## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten  $x \in V$  merkt und eine Kante  $(x, y) \in E$  traversiert, so gelangt man zu Knoten  $y$ .

## Pfad formell

Ein Pfad  $P := (v_0, v_1, \dots, v_n)$  der Länge  $n$  ist eine Permutation auf  $V$

## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten  $x \in V$  merkt und eine Kante  $(x, y) \in E$  traversiert, so gelangt man zu Knoten  $y$ .

## Pfad formell

Ein Pfad  $P := (v_0, v_1, \dots, v_n)$  der Länge  $n$  ist eine Permutation auf  $V$ , wobei gilt:

## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten  $x \in V$  merkt und eine Kante  $(x, y) \in E$  traversiert, so gelangt man zu Knoten  $y$ .

## Pfad formell

Ein Pfad  $P := (v_0, v_1, \dots, v_n)$  der Länge  $n$  ist eine Permutation auf  $V$ , wobei gilt:

$\forall i \in \mathbb{Z}_n : (v_i, v_{i+1}) \in E$ .

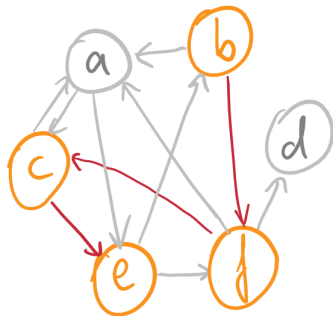
## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten  $x \in V$  merkt und eine Kante  $(x, y) \in E$  traversiert, so gelangt man zu Knoten  $y$ .

## Pfad formell

Ein Pfad  $P := (v_0, v_1, \dots, v_n)$  der Länge  $n$  ist eine Permutation auf  $V$ , wobei gilt:  
 $\forall i \in \mathbb{Z}_n : (v_i, v_{i+1}) \in E$ .



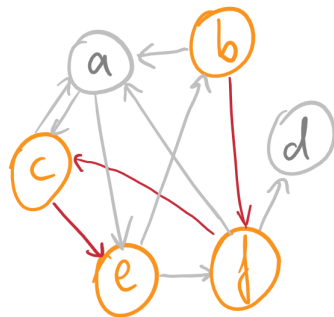
## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten  $x \in V$  merkt und eine Kante  $(x, y) \in E$  traversiert, so gelangt man zu Knoten  $y$ .

## Pfad formell

Ein Pfad  $P := (v_0, v_1, \dots, v_n)$  der Länge  $n$  ist eine Permutation auf  $V$ , wobei gilt:  
 $\forall i \in \mathbb{Z}_n : (v_i, v_{i+1}) \in E$ .



Der Pfad  $(b, f, c, e)$  ist ein möglicher Pfad von  $b$  nach  $e$  der Länge 3.

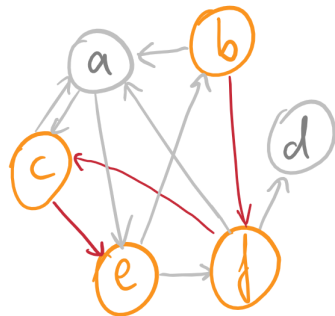
## Pfad informell

Ein Pfad  $(u, \dots, v)$  ist eine Aneinanderreihung von Knoten, die jeweils mit Kanten verbunden sind, sodass man über das **traversieren** der Kanten vom Startknoten  $u \in V$  zum Zielknoten  $v \in V$  kommt.

Anmerkung: Wenn man sich einen Knoten  $x \in V$  merkt und eine Kante  $(x, y) \in E$  traversiert, so gelangt man zu Knoten  $y$ .

## Pfad formell

Ein Pfad  $P := (v_0, v_1, \dots, v_n)$  der Länge  $n$  ist eine Permutation auf  $V$ , wobei gilt:  
 $\forall i \in \mathbb{Z}_n : (v_i, v_{i+1}) \in E$ .



Der Pfad  $(b, f, c, e)$  ist ein möglicher Pfad von  $b$  nach  $e$  der Länge 3.

Gibt es noch andere solcher Pfade?

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

## Zyklus

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Zyklus

Ein Zyklus ist ein Pfad  $(v_1, \dots, v_n)$  mit  $v_1 = v_n$ .

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

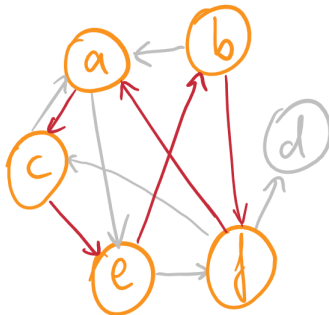
Graphen

Begriffe



## Zyklus

Ein Zyklus ist ein Pfad  $(v_1, \dots, v_n)$  mit  $v_1 = v_n$ .



Graphen

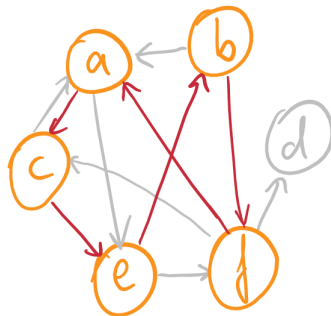
Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Zyklus

Ein Zyklus ist ein Pfad  $(v_1, \dots, v_n)$  mit  $v_1 = v_n$ .



Der Pfad  $(b, f, a, c, e)$  ist ein möglicher Zyklus.

Graphen

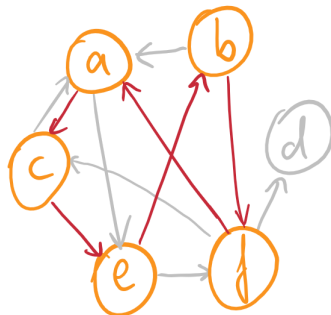
Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Zyklus

Ein Zyklus ist ein Pfad  $(v_1, \dots, v_n)$  mit  $v_1 = v_n$ .



Der Pfad  $(b, f, a, c, e)$  ist ein möglicher Zyklus.  
Gibt es noch andere Zyklen?

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Zusammenhängender Graph

Ein ungerichteter Graph heißt zusammenhängend, wenn gilt:  $\forall u, v \in V \exists$   
Pfad von  $u$  nach  $v$ .

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Zusammenhängender Graph

Ein ungerichteter Graph heißt zusammenhängend, wenn gilt:  $\forall u, v \in V \exists$  Pfad von  $u$  nach  $v$ .

## Stark zusammenhängender Graph

Ein gerichteter Graph heißt stark zusammenhängend, wenn gilt:  
 $\forall u, v \in V \exists$  Pfad von  $u$  nach  $v$ .

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Zusammenhängender Graph

Ein ungerichteter Graph heißt zusammenhängend, wenn gilt:  $\forall u, v \in V \exists$  Pfad von  $u$  nach  $v$ .

## Stark zusammenhängender Graph

Ein gerichteter Graph heißt stark zusammenhängend, wenn gilt:  
 $\forall u, v \in V \exists$  Pfad von  $u$  nach  $v$ .

## Schwach zusammenhängender Graph

Ein gerichteter Graph heißt schwach zusammenhängend, wenn der zugehörige ungerichteter Graph zusammenhängend ist.

## Eingangsgrad

Der Eingangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$$d_-(u) := |\{(v, u) \in E : v \in V\}|$$

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete

Graphen

Begriffe



## Eingangsgrad

Der Eingangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_-(u) := |\{(v, u) \in E : v \in V\}|$ , also die Anzahl der Kanten, die in den Knoten  $u$  zeigen.

## Eingangsgrad

Der Eingangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_-(u) := |\{(v, u) \in E : v \in V\}|$ , also die Anzahl der Kanten, die in den Knoten  $u$  zeigen.

## Ausgangsgrad

Der Ausgangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_+(u) := |\{(u, v) \in E : v \in V\}|$

## Eingangsgrad

Der Eingangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_-(u) := |\{(v, u) \in E : v \in V\}|$ , also die Anzahl der Kanten, die in den Knoten  $u$  zeigen.

## Ausgangsgrad

Der Ausgangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_+(u) := |\{(u, v) \in E : v \in V\}|$ , also die Anzahl der Kanten, die vom Knoten  $u$  aus weg zeigen.

## Eingangsgrad

Der Eingangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_-(u) := |\{(v, u) \in E : v \in V\}|$ , also die Anzahl der Kanten, die in den Knoten  $u$  zeigen.

## Ausgangsgrad

Der Ausgangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_+(u) := |\{(u, v) \in E : v \in V\}|$ , also die Anzahl der Kanten, die vom Knoten  $u$  aus weg zeigen.

## Grad

Der Grad eines Knoten  $u$  ist definiert als:  $d(u) := d_+(u) + d_-(u)$

## Eingangsgrad

Der Eingangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_-(u) := |\{(v, u) \in E : v \in V\}|$ , also die Anzahl der Kanten, die in den Knoten  $u$  zeigen.

## Ausgangsgrad

Der Ausgangsgrad eines Knoten  $u \in V$  ist definiert als:

$d_+(u) := |\{(u, v) \in E : v \in V\}|$ , also die Anzahl der Kanten, die vom Knoten  $u$  aus weg zeigen.

## Grad

Der Grad eines Knoten  $u$  ist definiert als:  $d(u) := d_+(u) + d_-(u)$ , also die Anzahl der Kanten, über die  $u$  verbunden ist.

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

**Begriffe**

- Kennt ihr schon: Huffman-Baum

## Gerichteter Baum

Ein gerichteter Baum ist ein **schwach zusammenhängender kreisfreier gerichteter Graph**.

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

- Kennt ihr schon: Huffman-Baum

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Gerichteter Baum

Ein gerichteter Baum ist ein **schwach zusammenhängender kreisfreier gerichteter Graph**.

## Ungerichteter Baum

Ein ungerichteter Baum ist ein **zusammenhängender kreisfreier ungerichteter Graph**.



- Kennt ihr schon: Huffman-Baum

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

## Gerichteter Baum

Ein gerichteter Baum ist ein **schwach zusammenhängender kreisfreier gerichteter Graph**.

## Ungerichteter Baum

Ein ungerichteter Baum ist ein **zusammenhängender kreisfreier ungerichteter Graph**.

- Kennt ihr schon: Huffman-Baum

## Gerichteter Baum

Ein gerichteter Baum ist ein **schwach zusammenhängender kreisfreier gerichteter Graph**.

## Ungerichteter Baum

Ein ungerichteter Baum ist ein **zusammenhängender kreisfreier ungerichteter Graph**.

- Bäume haben immer einen Wurzelknoten, von dem alle anderen Knoten ausgehen.

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

- Kennt ihr schon: Huffman-Baum

## Gerichteter Baum

Ein gerichteter Baum ist ein **schwach zusammenhängender kreisfreier gerichteter Graph**.

## Ungerichteter Baum

Ein ungerichteter Baum ist ein **zusammenhängender kreisfreier ungerichteter Graph**.

- Bäume haben immer einen Wurzelknoten, von dem alle anderen Knoten ausgehen.
- Ungerichtete Bäume **können** mehrere Wurzeln haben.

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

- Kennt ihr schon: Huffman-Baum

## Gerichteter Baum

Ein gerichteter Baum ist ein **schwach zusammenhängender kreisfreier gerichteter Graph**.

## Ungerichteter Baum

Ein ungerichteter Baum ist ein **zusammenhängender kreisfreier ungerichteter Graph**.

- Bäume haben immer einen Wurzelknoten, von dem alle anderen Knoten ausgehen.
- Ungerichtete Bäume **können** mehrere Wurzeln haben.
- Knoten mit Grad 1 heißen Blätter.

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?



## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2 - n$

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2 - n = n(n - 1)$

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2 - n = n(n - 1)$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2 - n = n(n - 1)$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $\frac{n(n-1)}{2} + n$

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2 - n = n(n - 1)$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $\frac{n(n-1)}{2} + n = \frac{n(n+1)}{2}$

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2 - n = n(n - 1)$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $\frac{n(n-1)}{2} + n = \frac{n(n+1)}{2}$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?

## Graphen

### Praxisbeispiele

### Ungerichtete Graphen

### Begriffe

- Wieviele Kanten kann ein Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2$
- Wieviele Kanten kann ein schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $n^2 - n = n(n - 1)$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $\frac{n(n-1)}{2} + n = \frac{n(n+1)}{2}$
- Wieviele Kanten kann ein ungerichteter schlingenfreier Graph mit  $n$  Knoten maximal haben?  $\frac{n(n-1)}{2}$

# Grundbegriffe der Informatik

Lukas Bach, lu-  
kas.bach@student.kit.edu

Graphen

Praxisbeispiele

Ungerichtete  
Graphen

Begriffe



*That's all Folks!*