



Grundbegriffe der Informatik Tutorium 33

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu | 24.11.2016



Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei Sem die Menge der Bedeutungen.

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei Sem die Menge der Bedeutungen. Ferner seien A und B Alphabete

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien A und B Alphabete und $L_A \subseteq A^*$ und $L_B \subseteq B^*$.

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und $L_A \subseteq A^*$ und $L_B \subseteq B^*$.

Weiter sei $sem_A : L_A \rightarrow Sem$

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien A und B Alphabete und $L_A \subseteq A^*$ und $L_B \subseteq B^*$.

Weiter sei $sem_A : L_A \rightarrow Sem$ und $sem_B : L_B \rightarrow Sem$

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und $L_A \subset A^*$ und $L_B \subset B^*$.

Weiter sei $sem_A: L_A \rightarrow Sem$ und $sem_B: L_B \rightarrow Sem$

Dann heißt $f: L_A \to L_B$ Übersetzung

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und $L_A \subseteq A^*$ und $L_B \subseteq B^*$.

Weiter sei $sem_A : L_A \rightarrow Sem$ und $sem_B : L_B \rightarrow Sem$

Dann heißt $f: L_A \to L_B$ Übersetzung , wenn gilt: für jedes $w \in L_A$ gilt

 $sem_A(w) = sem_B(f(w)).$

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und $L_A \subseteq A^*$ und $L_B \subseteq B^*$.

Weiter sei $sem_A : L_A \rightarrow Sem$ und $sem_B : L_B \rightarrow Sem$

Dann heißt $f: L_A \to L_B$ Übersetzung , wenn gilt: für jedes $w \in L_A$ gilt $sem_A(w) = sem_B(f(w))$.

Bedeutungserhaltende Abbildungen von Wörtern auf Wörter

Beispiel

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und $L_A \subseteq A^*$ und $L_B \subseteq B^*$.

Weiter sei $sem_A : L_A \to Sem$ und $sem_B : L_B \to Sem$ Dann heißt $f : L_A \to L_B$ Übersetzung , wenn gilt: für jedes $w \in L_A$ gilt $sem_A(w) = sem_B(f(w))$.

Bedeutungserhaltende Abbildungen von Wörtern auf Wörter

Beispiel

Betrachte $\mathit{Trans}_{2,16}: \mathbb{Z}^*_{16} \to \mathbb{Z}^*_2$ mit $\mathit{Trans}_{2,16}(w) = \mathit{Repr}_2(\mathit{Num}_{16}(w))$

Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und $L_A \subseteq A^*$ und $L_B \subseteq B^*$.

Weiter sei $sem_A : L_A \to Sem$ und $sem_B : L_B \to Sem$ Dann heißt $f : L_A \to L_B$ Übersetzung , wenn gilt: für jedes $w \in L_A$ gilt $sem_A(w) = sem_B(f(w))$.

Bedeutungserhaltende Abbildungen von Wörtern auf Wörter

Beispiel

Betrachte $\textit{Trans}_{2,16}: \mathbb{Z}^*_{16} \to \mathbb{Z}^*_2$ mit $\textit{Trans}_{2,16}(w) = \textit{Repr}_2(\textit{Num}_{16}(w))$

• $Trans_{2,16}(A3) = Repr_2(Num_{16}(A3)) = Repr_2(163) = 10100011$

Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

■ Lesbarkeit (vergleiche *DF*₁₆ mit 11011111₂)

Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Lesbarkeit (vergleiche *DF*₁₆ mit 11011111₂)
- Verschlüsselung

Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

■ Lesbarkeit (vergleiche *DF*₁₆ mit 11011111₂)

- Verschlüsselung
- Kompression (Informationen platzsparend aufschreiben)

Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

■ Lesbarkeit (vergleiche *DF*₁₆ mit 11011111₂)

- Verschlüsselung
- Kompression (Informationen platzsparend aufschreiben)
- lacktriangle Kontextabhängige Semantiken (Deutsch ightarrow Englisch)

Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Lesbarkeit (vergleiche *DF*₁₆ mit 11011111₂)
- Verschlüsselung
- Kompression (Informationen platzsparend aufschreiben)
- lacktriangle Kontextabhängige Semantiken (Deutsch ightarrow Englisch)
- Fehlererkennung

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definitionen

■ Codewort f(w)

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definitionen

■ Codewort f(w) einer Codierung $f: L_A \rightarrow L_B$

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

- Codewort f(w) einer Codierung $f: L_A \rightarrow L_B$
- Code: $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

- Codewort f(w) einer Codierung $f: L_A \to L_B$
- Code: $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- Codewort f(w) einer Codierung $f: L_A \rightarrow L_B$
- Code: $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung
 - Ich komme immer eindeutig von einem Codewort f(w) zu w zurück

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

Definitionen

- Codewort f(w) einer Codierung $f: L_A \to L_B$
- Code: $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung
 - Ich komme immer eindeutig von einem Codewort f(w) zu w zurück

Bemerkung

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

Definitionen

- Codewort f(w) einer Codierung $f: L_A \rightarrow L_B$
- Code: $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung
 - Ich komme immer eindeutig von einem Codewort f(w) zu w zurück

Bemerkung

• Was ist, wenn L_A unendlich ist (man kann nicht alle Möglichkeiten aufzählen)

Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

Definitionen

- Codewort f(w) einer Codierung $f: L_A \rightarrow L_B$
- Code: $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung
 - Ich komme immer eindeutig von einem Codewort f(w) zu w zurück

Bemerkung

- Was ist, wenn L_A unendlich ist (man kann nicht alle Möglichkeiten aufzählen)
- Auswege: Homomorphismen, Block-Codierungen

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete.

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist $h: A^* \to B^*$

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist $h: A^* \to B^*$ ein Homomorphismus

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist $h: A^* \to B^*$ ein Homomorphismus, falls für alle $w_1, w_2 \in A^*$ gilt:

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Definition von Homomorphismen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Seien A, B Alphabete. Dann ist $h: A^* \to B^*$ ein Homomorphismus, falls für alle $w_1, w_2 \in A^*$ gilt:

$$h(w_1w_2)=h(w_1)h(w_2)$$

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist $h: A^* \to B^*$ ein Homomorphismus, falls für alle $w_1, w_2 \in A^*$ gilt:

$$h(w_1w_2)=h(w_1)h(w_2)$$

Ein Homomorphismus ist Abbildung, die mit Konkatenation verträglich ist

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist $h: A^* \to B^*$ ein Homomorphismus, falls für alle $w_1, w_2 \in A^*$ gilt:

$$h(w_1 w_2) = h(w_1) h(w_2)$$

- Ein Homomorphismus ist Abbildung, die mit Konkatenation verträglich ist
- Homomorphismus ist ε -frei, wenn für jedes $x \in A$: $h(x) \neq \varepsilon$

Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist $h: A^* \to B^*$ ein Homomorphismus, falls für alle $w_1, w_2 \in A^*$ gilt:

$$h(w_1 w_2) = h(w_1) h(w_2)$$

- Ein Homomorphismus ist Abbildung, die mit Konkatenation verträglich ist
- Homomorphismus ist ε -frei, wenn für jedes $x \in A$: $h(x) \neq \varepsilon$
- lacktriangle Homomorphismen lassen das leere Wort unverändert, also $h(\varepsilon)=\varepsilon$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei h ein Homomorphismus.

Übung zu Homomorphismen

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei h ein Homomorphismus.

Übung zu Homomorphismen

1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- $\rightarrow aba$ oder cabccac, ... Allgemein: $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein: $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$ ε -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein: $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$ ε -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein: $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$ ε -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein: $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$ ε -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!
- 4. Warum will man ε -freie Homomorphismen?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein: $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$ ε -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!
- 4. Warum will man ε -freie Homomorphismen?
- → Information geht sonst verloren!

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein: $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$ ε -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!
- 4. Warum will man ε -freie Homomorphismen?
- → Information geht sonst verloren!
- 5. Was heißt hier Information geht verloren"?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und $h(c) = \varepsilon$. Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein: $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$ ε -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!
- 4. Warum will man ε -freie Homomorphismen?
- → Information geht sonst verloren!
- 5. Was heißt hier Information geht verloren"?
- \rightarrow Es gibt $w_1 \neq w_2$ mit $h(w_1) = h(w_2)$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Information kann auch anders "verloren"gehen

 \rightarrow z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Information kann auch anders "verloren"gehen

 \rightarrow z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

$$\rightarrow$$
 z.B. $h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10$ – Wie das?

Präfixfreiheit

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B.
$$h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10$$
 – Wie das?

Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus $h: A^* \to B^*$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus $h: A^* \to B^*$. Wenn für keine zwei verschiedenen $x_1, x_2 \in A$ gilt

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus $h: A^* \to B^*$.

Wenn für keine zwei verschiedenen $x_1, x_2 \in A$ gilt, dass $h(x_1)$ Präfix von $h(x_2)$ ist

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B.
$$h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10$$
 – Wie das?

Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus $h: A^* \to B^*$.

Wenn für keine zwei verschiedenen $x_1, x_2 \in A$ gilt, dass $h(x_1)$ Präfix von $h(x_2)$ ist, dann ist h präfixfrei.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus $h: A^* \to B^*$.

Wenn für keine zwei verschiedenen $x_1, x_2 \in A$ gilt, dass $h(x_1)$ Präfix von $h(x_2)$ ist, dann ist h präfixfrei.

Satz

Präfixfreie Codes sind injektiv.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus $h: A^* \to B^*$.

Wenn für keine zwei verschiedenen $x_1, x_2 \in A$ gilt, dass $h(x_1)$ Präfix von $h(x_2)$ ist, dann ist h präfixfrei.

Satz

Präfixfreie Codes sind injektiv.

Beispiele

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus $h: A^* \to B^*$.

Wenn für keine zwei verschiedenen $x_1, x_2 \in A$ gilt, dass $h(x_1)$ Präfix von $h(x_2)$ ist, dann ist h präfixfrei.

Satz

Präfixfreie Codes sind injektiv.

Beispiele

• h(a) = 01 und h(b) = 1101 ist präfixfrei

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B.
$$h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10$$
 – Wie das?

Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus $h: A^* \to B^*$.

Wenn für keine zwei verschiedenen $x_1, x_2 \in A$ gilt, dass $h(x_1)$ Präfix von $h(x_2)$ ist, dann ist h präfixfrei.

Satz

Präfixfreie Codes sind injektiv.

Beispiele

- h(a) = 01 und h(b) = 1101 ist präfixfrei
- g(a) = 01 und g(b) = 011 ist nicht präfixfrei

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Komprimiert eine Zeichenkette

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
 - Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Komprimiert eine Zeichenkette

- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Komprimiert eine Zeichenkette

- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
 - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
 - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
 - Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
 - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
 - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
 - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
 - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
 - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
 - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
 - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
 - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
 - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
 - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
 - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen
 - Dieser hat als Zahl die aufsummierte Häufigkeiten

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Ubersetzungen

Homomorphismei

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
 - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
 - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
 - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
 - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen
 - Dieser hat als Zahl die aufsummierte Häufigkeiten
 - 4. Danach: Alle linken Kanten werden mit 0 kodiert, alle rechten Kanten mit 1

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
 - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
 - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
 - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
 - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen
 - Dieser hat als Zahl die aufsummierte Häufigkeiten
 - Danach: Alle linken Kanten werden mit 0 kodiert, alle rechten Kanten mit 1

Das Ergebnis ist eine Zeichenkette aus {0, 1}

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
 - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
 - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
 - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
 - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen
 - Dieser hat als Zahl die aufsummierte Häufigkeiten
 - Danach: Alle linken Kanten werden mit 0 kodiert, alle rechten Kanten mit 1

Das Ergebnis ist eine Zeichenkette aus {0, 1}, die kürzer ist als die ursprüngliche Zeichenkette in binär.

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Gegeben

Homomorphismen

 $\mathbf{w} \in A^*$

Huffman Codierung

 \mathbf{w} = afebfecaffdeddccefbeff

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Gegeben

- $lackbox{lack} w \in A^* lackbox{lack} = ext{ afebfecaffdeddccefbeff}$
- Anzahl der Vorkommen aller Zeichen in w $(N_x(w))$

Häufigkeiten:

Х	а	b	С	d	е	f
$N_{x}(w)$	2	2	3	3	5	7

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Gegeben

 $lackbox{lack} lackbox{lack} lackbox{lack} lackbox{lack} lackbox{lack} = lackbox{lack} lackbox{lackbox} lackbox{lackbo$

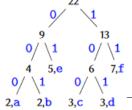
• Anzahl der Vorkommen aller Zeichen in w $(N_x(w))$

Zwei Phasen zur Bestimmung eines Huffman-Codes

- 1. Konstruieren eines "Baumes"
 - Blätter entsprechen den Zeichen
 - Kanten mit 0 und 1 beschriften

Speicher

Huffman Codierung



Häufigkeiten:

Х	а	b	С	d	е	f	
$N_{x}(w)$	2	2	3	3	5	7	

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

Gegeben

- $\mathbf{w} \in A^* \mathbf{w} = \text{afebfecaffdeddccefbeff}$
- Anzahl der Vorkommen aller Zeichen in w $(N_x(w))$

Zwei Phasen zur Bestimmung eines Huffman-Codes

- Konstruieren eines "Baumes"
 - Blätter entsprechen den Zeichen
 - Kanten mit 0 und 1 beschriften
- 2. Ablesen der Codes aus dem Baum (Pfadbeschriftungen)



Häufigkeiten:

Х	а	b	С	d	е	f
$N_{x}(w)$	2	2	3	3	5	7

Codewörter:

Х	а	b	С	d	е	f
h(x)	000	001	100	101	01	11

Übung zu Huffman Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Übung

Sei $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

Codiere das Wort badcfehg mit Hilfe der Huffman-Codierung

Übung zu Huffman Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Übung

Sei $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

- Codiere das Wort badcfehg mit Hilfe der Huffman-Codierung
- → Mögliche Lösung: 001 100 010 011 101 000 111 110

Übung zu Huffman Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

Übunc

Sei $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

- Codiere das Wort badcfehg mit Hilfe der Huffman-Codierung
- → Mögliche Lösung: 001 100 010 011 101 000 111 110
 - Wie lauten die Codewörter, wenn für das Wort w gilt: $N_a(w) = 1$, $N_b(w) = 2$, $N_c(w) = 2$, $N_d(w) = 8$, $N_e(w) = 16$, $N_f(w) = 16$

$$N_a(w) = 1$$
, $N_b(w) = 2$, $N_c(w) = 2$, $N_d(w) = 8$, $N_e(w) = 16$, $N_f(w) = 32$, $N_a(w) = 64$, $N_b(w) = 128$

Übung zu Huffman Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

Übung

Sei $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$

- Codiere das Wort badcfehg mit Hilfe der Huffman-Codierung
- → Mögliche Lösung: 001 100 010 011 101 000 111 110
 - Wie lauten die Codewörter, wenn für das Wort w gilt: $N_a(w) = 1$, $N_b(w) = 2$, $N_c(w) = 2$, $N_d(w) = 8$, $N_e(w) = 16$, $N_f(w) = 32$, $N_a(w) = 64$, $N_h(w) = 128$

Mögliche Lösung:

Х	а	b	С	d	е	f	g	h
h(x)	0000000	0000001	000001	00001	0001	001	01	1

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Wie lang w\u00e4re das zweite Wort (abbcccc d⁸...g⁶⁴h¹²⁸) mit dem ersten Code codiert?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Wie lang wäre das zweite Wort (abbcccc d⁸...g⁶⁴h¹²⁸) mit dem ersten Code codiert?

ightarrow 741 Symbole. Also dreimal so lang wie das Original.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Wie lang wäre das zweite Wort (abbcccc d⁸...g⁶⁴h¹²⁸) mit dem ersten Code codiert?
- ightarrow 741 Symbole. Also dreimal so lang wie das Original.
 - Wie lang wäre das zweite Wort mit dem zweiten Code codiert?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Wie lang wäre das zweite Wort (abbcccc d⁸...g⁶⁴h¹²⁸) mit dem ersten Code codiert?
- ightarrow 741 Symbole. Also dreimal so lang wie das Original.
 - Wie lang wäre das zweite Wort mit dem zweiten Code codiert?
- ightarrow 501 Symbole. Also nur zweimal so lang wie das Original.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismei

Huffman Codierung

- Wie lang wäre das zweite Wort (abbcccc d⁸...g⁶⁴h¹²⁸) mit dem ersten Code codiert?
- → 741 Symbole. Also dreimal so lang wie das Original.
 - Wie lang wäre das zweite Wort mit dem zweiten Code codiert?
- ightarrow 501 Symbole. Also nur zweimal so lang wie das Original.
 - Was fällt euch auf?

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Sei $h:A^* \to \mathbb{Z}_2$ eine Huffman-Codierung

Homomorphismen

• h ist ein ε -freier Homomorphismus

Huffman Codierung

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Sei $h:A^* \to \mathbb{Z}_2$ eine Huffman-Codierung

Homomorphismen

■ h ist ein ε-freier Homomorphismus Wahr!

Huffman Codierung

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein ε -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein ε -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein ε -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind.

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein ε -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein ε -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!
- h ist präfixfrei

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein ε -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!
- h ist präfixfrei Wahr!

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein ε -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!
- h ist präfixfrei Wahr!
- Es kann noch k\u00fcrzere Codierungen geben

Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein ε -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!
- h ist präfixfrei Wahr!
- Es kann noch kürzere Codierungen geben Falsch!

Huffman-Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

Eigenschaften

Sei A ein Alphabet und $w \in A$. Dann gilt für die Huffman-Codierung h:

- $h: A^* \to \mathbb{Z}_2$
- *h* ist ε-freier Homomorphismus
- h ist präfixfreier Homomorphismus
- Häufigere Symbole werden mit kurzen Worten codiert, seltene mit längeren
- Produziert kürzestmögliche Codierungen

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

Beispiel an der Tafel: Codierung von aab · deg · deg · aab · ole · aab · deg · aab.

• Alphabet $A = \{a, b, c, d\}$

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

 Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

- Alphabet $A = \{a, b, c, d\}$
- Text über A, der nur aus Teilwörtern der Länge 10 zusammengesetzt ist, in denen jeweils immer nur ein Symbol vorkommt

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

- Alphabet $A = \{a, b, c, d\}$
- Text über *A*, der nur aus Teilwörtern der Länge 10 zusammengesetzt ist, in denen jeweils immer nur ein Symbol vorkommt
- Angenommen a¹⁰, ..., d¹⁰ kommen alle gleich häufig vor. Wie lang ist dann die Huffman-Codierung?

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

- Alphabet $A = \{a, b, c, d\}$
- Text über *A*, der nur aus Teilwörtern der Länge 10 zusammengesetzt ist, in denen jeweils immer nur ein Symbol vorkommt
- Angenommen a¹⁰, ..., d¹⁰ kommen alle gleich häufig vor. Wie lang ist dann die Huffman-Codierung?

Block-Codierung mit Huffman



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

 Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

- Alphabet $A = \{a, b, c, d\}$
- Text über *A*, der nur aus Teilwörtern der Länge 10 zusammengesetzt ist, in denen jeweils immer nur ein Symbol vorkommt
- Angenommen a¹⁰, ..., d¹⁰ kommen alle gleich häufig vor. Wie lang ist dann die Huffman-Codierung?
- → Ein Fünftel, weil jeder Zehnerblock durch zwei Bits codiert wird

Speicher



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

• Ein **Bit** ist Zeichen aus $A = \{0, 1\}$

Speicher



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Ein **Bit** ist Zeichen aus $A = \{0, 1\}$
- Ein **Byte** ist ein Wort aus acht Bits

Speicher



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Ein **Bit** ist Zeichen aus $A = \{0, 1\}$
- Ein **Byte** ist ein Wort aus acht Bits
- Abkürzungen

Speicher



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Ein **Bit** ist Zeichen aus $A = \{0, 1\}$
- Ein Byte ist ein Wort aus acht Bits
- Abkürzungen
 - Für Bit: bit

Speicher



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Ein **Bit** ist Zeichen aus $A = \{0, 1\}$
- Ein **Byte** ist ein Wort aus acht Bits
- Abkürzungen
 - Für Bit: bit
 - Für Byte: B

Präfixe



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Dezimal

Dezimai					
10^{-3}	10^{-6}	10 ⁻⁹	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}
1000^{-1}	1000^{-2}	1000^{-3}	1000^{-4}	1000^{-5}	1000^{-6}
milli	mikro	nano	pico	femto	atto
m	μ	n	p	f	a
10 ³	10 ⁶	10 ⁹	10 ¹²	10 ¹⁵	10 ¹⁸
1000^{1}	1000^{2}	1000^{3}	1000^{4}	1000^{5}	1000^{6}
kilo	mega	giga	tera	peta	exa
k	M	G	T	P	E

Präfixe



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Dezimal

Bozimai					
10-3	10^{-6}	10-9	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}
1000^{-1}	1000^{-2}	1000^{-3}	1000^{-4}	1000^{-5}	1000^{-6}
milli	mikro	nano	pico	femto	atto
m	μ	n	p	f	a
103	10 ⁶	109	10 ¹²	10 ¹⁵	10 ¹⁸
1000^{1}	1000^{2}	1000^{3}	1000^{4}	1000^{5}	1000^{6}
kilo	mega	giga	tera	peta	exa
k	M	G	T	P	E

Binär

210	2^{20}	2^{30}	2^{40}	2^{50}	260
1024^{1}	1024^{2}	1024^{3}	1024^{4}	1024^{5}	1024^{6}
kibi	mebi	gibi	tebi	pebi	exbi
Ki	Mi	Gi	Ti	Pi	Ei

Gesamtzustand eines Speichers



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Gesamtzustand eines Speichers



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Zu jedem Zeitpunkt ist

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Gesamtzustand eines Speichers



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Zu jedem Zeitpunkt ist

- foulant Advance

für jede Adresse festgelegt, welcher Wert dort ist

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Gesamtzustand eines Speichers



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Zu jedem Zeitpunkt ist

- für jede Adresse festgelegt, welcher Wert dort ist
- beides meist Bitfolgen

Gesamtzustand eines Speichers



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Zu jedem Zeitpunkt ist

- für jede Adresse festgelegt, welcher Wert dort ist
- beides meist Bitfolgen

Vorstellung: Tabelle mit zwei Spalten

Adresse	Wert
Adresse 1	Wert 1
Adresse 2	Wert 2
Adresse 3	Wert 3
Adresse n	Wert n

Zustand eines Speichers – formal



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Zustand eines Speichers – formal



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunge

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

Definition des Speicherzustandes

Sei *Adr* die Menge aller Adressen und *Val* die Menge aller Werte. Dann ist

 $m: Adr \rightarrow Val$

der aktuelle Zustand des Speichers. Dabei ist m(a) der aktuelle Wert an der Adresse a.

Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Übersetzungen

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von *Adr* nach *Val*

Homomorphismen

 $Mem := Val^{Adr}$

Huffman Codierung

Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von Adr nach Val

 $Mem := Val^{Adr}$

Übersetzungen Homomorphismen

Huffman Codierung

Anmerkung:

Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von *Adr* nach *Val*

omomorphisme

 $Mem := Val^{Adr}$

Huffman Codierung

Anmerkung: Für zwei Mengen A, B gilt

Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Übersetzungen

von Adr nach Val

Homomorphisme

 $Mem := Val^{Adr}$

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen

Huffman Codierung

Anmerkung: Für zwei Mengen A, B gilt: $A^B := \{f : B \to A\}$.

Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Übersetzungen

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von *Adr* nach *Val*

Homomorphisme

 $Mem := Val^{Adr}$

Huffman Codierung

Anmerkung: Für zwei Mengen A, B gilt: $A^B := \{f : B \to A\}$.

Speicher

memread

 $memread: Mem \times Adr \rightarrow Val \ mit \ (m, a) \mapsto m(a)$

Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierun

Anmerkung: Für zwei Mengen A, B gilt: $A^B := \{f : B \to A\}$.

Speicher

memread

von Adr nach Val

memread : $Mem \times Adr \rightarrow Val \text{ mit } (m, a) \mapsto m(a)$

 $Mem := Val^{Adr}$

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen

memwrite

memwrite : $\textit{Mem} \times \textit{Adr} \times \textit{Val} \rightarrow \textit{Mem} \ \text{mit} \ (\textit{m},\textit{a},\textit{v}) \mapsto \textit{m}'$

Für m' wird folgendes gefordert:

$$m(a') := \begin{cases} v & \text{falls } a' = a \\ m(a') & \text{falls } a' \neq a \end{cases}$$

Eigenschaften von *memread* **und** *memwrite*



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Eigenschaften von *memread* **und** *memwrite*



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Eigenschaften ("Invarianten")

lacktriangledown memread(memwrite(m, a, v), a) = v

Eigenschaften von *memread* **und** *memwrite*



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunge

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Eigenschaften ("Invarianten")

■ memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück

Eigenschaften von *memread* **und** *memwrite*



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Eigenschaften ("Invarianten")

■ memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück ⇒ Konsistente Datenhaltung)

Eigenschaften von memread und memwrite



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück ⇒ Konsistente Datenhaltung)
- memread(memwrite(m, a', v'), a) = memread(m, a)

Eigenschaften von memread und memwrite



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungei

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück ⇒ Konsistente Datenhaltung)
- memread(memwrite(m, a', v'), a) = memread(m, a) (Also: Auslesen einer Speicherstelle ist unabhängig davon, was vorher an eine andere Adresse geschrieben wurde

Eigenschaften von memread und memwrite



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungei

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück ⇒ Konsistente Datenhaltung)
- memread(memwrite(m, a', v'), a) = memread(m, a) (Also: Auslesen einer Speicherstelle ist unabhängig davon, was vorher an eine andere Adresse geschrieben wurde \Rightarrow Unabhängige Datenhaltung)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen
Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Aufgaben

Aktueller Speicherzustand:

Adresse	Wert
00000	01110
00001	00100
00010	00111
00011	00000

Was ist?

memread(memwrite(m, memread(m, 00011), 01010), 00000)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Aufgaben

Aktueller Speicherzustand:

Adresse	Wert
00000	01110
00001	00100
00010	00111
00011	00000

Was ist?

- memread(memwrite(m, memread(m, 00011), 01010), 00000)
- \rightarrow 01010

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

