



### **Grundbegriffe der Informatik Tutorium 33**

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu | 24.11.2016



# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei Sem die Menge der Bedeutungen.

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei Sem die Menge der Bedeutungen. Ferner seien A und B Alphabete

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien A und B Alphabete und  $L_A \subseteq A^*$  und  $L_B \subseteq B^*$ .

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und  $L_A \subset A^*$  und  $L_B \subset B^*$ .

Weiter sei  $sem_A : L_A \rightarrow Sem$ 

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien A und B Alphabete und  $L_A \subseteq A^*$  und  $L_B \subseteq B^*$ .

Weiter sei  $sem_A : L_A \rightarrow Sem$  und  $sem_B : L_B \rightarrow Sem$ 

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und  $L_A \subset A^*$  und  $L_B \subset B^*$ .

Weiter sei  $sem_A : L_A \rightarrow Sem$  und  $sem_B : L_B \rightarrow Sem$ 

Dann heißt  $f: L_A \to L_B$  Übersetzung

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und  $L_A \subset A^*$  und  $L_B \subset B^*$ .

Weiter sei  $sem_A : L_A \to Sem$  und  $sem_B : L_B \to Sem$ Dann heißt  $f : L_A \to L_B$  Übersetzung , wenn gilt: für jedes  $w \in L_A$  gilt  $sem_A(w) = sem_B(f(w))$ .

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und  $L_A \subseteq A^*$  und  $L_B \subseteq B^*$ .

Weiter sei  $sem_A : L_A \to Sem$  und  $sem_B : L_B \to Sem$ Dann heißt  $f : L_A \to L_B$  Übersetzung , wenn gilt: für jedes  $w \in L_A$  gilt  $sem_A(w) = sem_B(f(w))$ .

Bedeutungserhaltende Abbildungen von Wörtern auf Wörter

#### **Beispiel**

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und  $L_A \subseteq A^*$  und  $L_B \subseteq B^*$ .

Weiter sei  $sem_A : L_A \to Sem$  und  $sem_B : L_B \to Sem$ Dann heißt  $f : L_A \to L_B$  Übersetzung , wenn gilt: für jedes  $w \in L_A$  gilt  $sem_A(w) = sem_B(f(w))$ .

Bedeutungserhaltende Abbildungen von Wörtern auf Wörter

#### **Beispiel**

Betrachte  $\textit{Trans}_{2,16}: \mathbb{Z}^*_{16} \to \mathbb{Z}^*_2$  mit  $\textit{Trans}_{2,16}(w) = \textit{Repr}_2(\textit{Num}_{16}(w))$ 

# Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

### Definition der Semantikabbildung

Sei *Sem* die Menge der Bedeutungen. Ferner seien *A* und *B* Alphabete und  $L_A \subseteq A^*$  und  $L_B \subseteq B^*$ .

Weiter sei  $sem_A : L_A \to Sem$  und  $sem_B : L_B \to Sem$ Dann heißt  $f : L_A \to L_B$  Übersetzung , wenn gilt: für jedes  $w \in L_A$  gilt  $sem_A(w) = sem_B(f(w))$ .

Bedeutungserhaltende Abbildungen von Wörtern auf Wörter

#### **Beispiel**

Betrachte  $\mathit{Trans}_{2,16}: \mathbb{Z}^*_{16} \to \mathbb{Z}^*_2$  mit  $\mathit{Trans}_{2,16}(w) = \mathit{Repr}_2(\mathit{Num}_{16}(w))$ 

•  $Trans_{2,16}(A3) = Repr_2(Num_{16}(A3)) = Repr_2(163) = 10100011$ 

## Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

## Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

■ Lesbarkeit (vergleiche *DF*<sub>16</sub> mit 11011111<sub>2</sub>)

# Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Lesbarkeit (vergleiche *DF*<sub>16</sub> mit 11011111<sub>2</sub>)
- Verschlüsselung

# Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

■ Lesbarkeit (vergleiche *DF*<sub>16</sub> mit 11011111<sub>2</sub>)

- Verschlüsselung
- Kompression (Informationen platzsparend aufschreiben)

# Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Lesbarkeit (vergleiche *DF*<sub>16</sub> mit 11011111<sub>2</sub>)
- Verschlüsselung
- Kompression (Informationen platzsparend aufschreiben)
- lacktriangle Kontextabhängige Semantiken (Deutsch ightarrow Englisch)

# Wozu Übersetzungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Lesbarkeit (vergleiche *DF*<sub>16</sub> mit 11011111<sub>2</sub>)
- Verschlüsselung
- Kompression (Informationen platzsparend aufschreiben)
- lacktriangle Kontextabhängige Semantiken (Deutsch ightarrow Englisch)
- Fehlererkennung

### Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

### Übersetzungen

### Definitionen

Homomorphismen

Huffman Codierung



### Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definitionen

■ Codewort f(w)

### Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Definitionen

■ Codewort f(w) einer Codierung  $f: L_A \to L_B$ 

## Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Definitionen

- Codewort f(w) einer Codierung  $f: L_A \to L_B$
- $\bullet \mathsf{Code} \colon \{f(w) | w \in L_A\} = f(L_A)$

## Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Definitionen

- Codewort f(w) einer Codierung  $f: L_A \to L_B$
- $\bullet \mathsf{Code} \colon \{f(w) | w \in L_A\} = f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung

## Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

#### **Definitionen**

- Codewort f(w) einer Codierung  $f: L_A \to L_B$
- Code:  $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung
  - Ich komme immer eindeutig von einem Codewort f(w) zu w zurück

## Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

#### Definitionen

- Codewort f(w) einer Codierung  $f: L_A \to L_B$
- Code:  $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung
  - Ich komme immer eindeutig von einem Codewort f(w) zu w zurück

### Bemerkung

## Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

#### Definitionen

- Codewort f(w) einer Codierung  $f: L_A \to L_B$
- Code:  $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung
  - Ich komme immer eindeutig von einem Codewort f(w) zu w zurück

### Bemerkung

• Was ist, wenn  $L_A$  unendlich ist (man kann nicht alle Möglichkeiten aufzählen)

## Codierungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

#### Definitionen

- Codewort f(w) einer Codierung  $f: L_A \to L_B$
- Code:  $\{f(w)|w\in L_A\}=f(L_A)$
- Codierung: Injektive Übersetzung
  - Ich komme immer eindeutig von einem Codewort f(w) zu w zurück

#### **Bemerkung**

- Was ist, wenn  $L_A$  unendlich ist (man kann nicht alle Möglichkeiten aufzählen)
- Auswege: Homomorphismen, Block-Codierungen

### Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition von Homomorphismen

### Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete.

### Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist  $h: A^* \to B^*$ 

### Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist  $h: A^* \to B^*$  ein Homomorphismus

### Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist  $h: A^* \to B^*$  ein Homomorphismus, falls für alle  $w_1, w_2 \in A^*$  gilt:

## Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Definition von Homomorphismen

Homomorphismen

Seien A B Alphabete Dann ist h : A

Huffman Codierung

Seien A, B Alphabete. Dann ist  $h: A^* \to B^*$  ein Homomorphismus, falls für alle  $w_1, w_2 \in A^*$  gilt:

$$h(w_1w_2)=h(w_1)h(w_2)$$

## Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist  $h: A^* \to B^*$  ein Homomorphismus, falls für alle  $w_1, w_2 \in A^*$  gilt:

$$h(w_1w_2)=h(w_1)h(w_2)$$

Ein Homomorphismus ist Abbildung, die mit Konkatenation verträglich ist

## Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist  $h: A^* \to B^*$  ein Homomorphismus, falls für alle  $w_1, w_2 \in A^*$  gilt:

$$h(w_1w_2)=h(w_1)h(w_2)$$

- Ein Homomorphismus ist Abbildung, die mit Konkatenation verträglich ist
- Homomorphismus ist  $\varepsilon$ -frei, wenn für jedes  $x \in A$  :  $h(x) \neq \varepsilon$

## Homomorphismen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Definition von Homomorphismen

Seien A, B Alphabete. Dann ist  $h: A^* \to B^*$  ein Homomorphismus, falls für alle  $w_1, w_2 \in A^*$  gilt:

$$h(w_1w_2)=h(w_1)h(w_2)$$

- Ein Homomorphismus ist Abbildung, die mit Konkatenation verträglich ist
- Homomorphismus ist  $\varepsilon$ -frei, wenn für jedes  $x \in A$  :  $h(x) \neq \varepsilon$
- Homomorphismen lassen das leere Wort unverändert, also  $h(\varepsilon) = \varepsilon$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Sei h ein Homomorphismus.

### Übung zu Homomorphismen

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei h ein Homomorphismus.

### Übung zu Homomorphismen

1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und  $h(c) = \varepsilon$ . Nun sei h(w) = 011101. Was war w?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a)=01, h(b)=11 und  $h(c)=\varepsilon$ . Nun sei h(w)=011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein:  $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und  $h(c) = \varepsilon$ . Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- $\rightarrow$  aba oder cabccac, ... Allgemein:  $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^*$ 
  - $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$  $\varepsilon$ -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a)=01, h(b)=11 und  $h(c)=\varepsilon$ . Nun sei h(w)=011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein:  $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$   $\varepsilon$ -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
  - 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a)=01, h(b)=11 und  $h(c)=\varepsilon$ . Nun sei h(w)=011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein:  $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$  $\varepsilon$ -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und  $h(c) = \varepsilon$ . Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein:  $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$  $\varepsilon$ -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!
- 4. Warum will man  $\varepsilon$ -freie Homomorphismen?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a) = 01, h(b) = 11 und  $h(c) = \varepsilon$ . Nun sei h(w) = 011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein:  $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$  $\varepsilon$ -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!
- 4. Warum will man  $\varepsilon$ -freie Homomorphismen?
- → Information geht sonst verloren!

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a)=01, h(b)=11 und  $h(c)=\varepsilon$ . Nun sei h(w)=011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein:  $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$  $\varepsilon$ -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!
- 4. Warum will man  $\varepsilon$ -freie Homomorphismen?
- → Information geht sonst verloren!
- 5. Was heißt hier Information geht verloren"?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Sei *h* ein Homomorphismus.

- 1. h(a) = 001 und h(b) = 1101. Was ist dann h(bba)?
- $\rightarrow h(bba) = h(b)h(b)h(a) = 1101 \cdot 1101 \cdot 001 = 11011101001$
- 2. Sei h(a)=01, h(b)=11 und  $h(c)=\varepsilon$ . Nun sei h(w)=011101. Was war w?
- → aba oder cabccac, ... Allgemein:  $w \in \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^* \cdot \{b\} \cdot \{c\}^* \cdot \{a\} \cdot \{c\}^*$  $\varepsilon$ -Freiheit hat also die Eindeutigkeit zerstört!
- 3. Kann h aus 2 eine Codierung sein?
- → Nein, da nicht injektiv!
- 4. Warum will man  $\varepsilon$ -freie Homomorphismen?
- → Information geht sonst verloren!
- 5. Was heißt hier Information geht verloren"?
- $\rightarrow$  Es gibt  $w_1 \neq w_2$  mit  $h(w_1) = h(w_2)$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Information kann auch anders "verloren"gehen

 $\rightarrow$  z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Information kann auch anders "verloren"gehen

 $\rightarrow$  z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. 
$$h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10$$
 – Wie das?

### Präfixfreiheit

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

$$\rightarrow$$
 z.B.  $h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10$  – Wie das?

#### Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus  $h: A^* \to B^*$ .

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

 $\rightarrow$  z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

#### Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus  $h: A^* \to B^*$ . Wenn für keine zwei verschiedenen  $x_1, x_2 \in A$  gilt

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. 
$$h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10$$
 – Wie das?

#### Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus  $h: A^* \to B^*$ .

Wenn für keine zwei verschiedenen  $x_1, x_2 \in A$  gilt, dass  $h(x_1)$  Präfix von  $h(x_2)$  ist

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

#### Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus  $h: A^* \to B^*$ .

Wenn für keine zwei verschiedenen  $x_1, x_2 \in A$  gilt, dass  $h(x_1)$  Präfix von  $h(x_2)$  ist, dann ist h präfixfrei.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

 $\rightarrow$  z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

#### Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus  $h: A^* \to B^*$ .

Wenn für keine zwei verschiedenen  $x_1, x_2 \in A$  gilt, dass  $h(x_1)$  Präfix von  $h(x_2)$  ist, dann ist h präfixfrei.

#### Satz

Präfixfreie Codes sind injektiv.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

 $\rightarrow$  z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

#### Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus  $h: A^* \to B^*$ .

Wenn für keine zwei verschiedenen  $x_1, x_2 \in A$  gilt, dass  $h(x_1)$  Präfix von  $h(x_2)$  ist, dann ist h präfixfrei.

#### Satz

Präfixfreie Codes sind injektiv.

**Beispiele** 

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

→ z.B. h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10 – Wie das?

### Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus  $h: A^* \to B^*$ .

Wenn für keine zwei verschiedenen  $x_1, x_2 \in A$  gilt, dass  $h(x_1)$  Präfix von  $h(x_2)$  ist, dann ist h präfixfrei.

#### Satz

Präfixfreie Codes sind injektiv.

#### **Beispiele**

• h(a) = 01 und h(b) = 1101 ist präfixfrei

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzunger

#### Homomorphismen

Huffman Codierung

#### Speicher

Information kann auch anders "verloren"gehen

$$\rightarrow$$
 z.B.  $h(a) = 0, h(b) = 1, h(c) = 10$  – Wie das?

#### Präfixfreiheit

Gegeben ist ein Homomorphismus  $h: A^* \to B^*$ .

Wenn für keine zwei verschiedenen  $x_1, x_2 \in A$  gilt, dass  $h(x_1)$  Präfix von  $h(x_2)$  ist, dann ist h präfixfrei.

#### Satz

Präfixfreie Codes sind injektiv.

#### **Beispiele**

- h(a) = 01 und h(b) = 1101 ist präfixfrei
- g(a) = 01 und g(b) = 011 ist nicht präfixfrei

## **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Komprimiert eine Zeichenkette

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
  - Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Komprimiert eine Zeichenkette

- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Komprimiert eine Zeichenkette

- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
  - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
  - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
  - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
  - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
  - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
  - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
  - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
  - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
  - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
    - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen

## **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
  - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
  - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
  - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
    - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen
    - Dieser hat als Zahl die aufsummierte Häufigkeiten

## **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Ubersetzungen

Homomorphismei

Huffman Codierung

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
  - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
  - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
  - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
    - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen
    - Dieser hat als Zahl die aufsummierte Häufigkeiten
  - 4. Danach: Alle linken Kanten werden mit 0 kodiert, alle rechten Kanten mit 1

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
  - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
  - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
  - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
    - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen
    - Dieser hat als Zahl die aufsummierte Häufigkeiten
  - Danach: Alle linken Kanten werden mit 0 kodiert, alle rechten Kanten mit 1

Das Ergebnis ist eine Zeichenkette aus {0, 1}

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

- Komprimiert eine Zeichenkette
- Kodiert häufiger vorkommende Zeichen zu kürzeren Codewörter als Zeichen die seltener vorkommen.
- Vorgehensweise:
  - 1. Zähle Häufigkeiten aller Zeichen der Zeichenkette
  - 2. Schreibe alle vorkommenden Zeichen und ihre Häufigkeiten nebeneinander
  - 3. Wiederhole, bis der Baum fertig ist:
    - Verbinde die zwei Zeichen mit niedrigsten Häufigkeiten zu neuem Knoten über diesen
    - Dieser hat als Zahl die aufsummierte Häufigkeiten
  - Danach: Alle linken Kanten werden mit 0 kodiert, alle rechten Kanten mit 1

Das Ergebnis ist eine Zeichenkette aus  $\{0,1\}$ , die kürzer ist als die ursprüngliche Zeichenkette in binär.

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Gegeben

Homomorphismen

 $\mathbf{w} \in A^*$ 

Huffman Codierung

 $\mathbf{W}$  = afebfecaffdeddccefbeff

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Gegeben

- $lackbox{lack} w \in A^* lackbox{lack} = ext{ afebfecaffdeddccefbeff}$
- Anzahl der Vorkommen aller Zeichen in w  $(N_x(w))$

#### Häufigkeiten:

Х	а	b	С	d	е	f
$N_{x}(w)$	2	2	3	3	5	7

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Gegeben

 $\mathbf{w} \in A^* \mathbf{w} = \text{afebfecaffdeddccefbeff}$ 

• Anzahl der Vorkommen aller Zeichen in w  $(N_x(w))$ 

Zwei Phasen zur Bestimmung eines Huffman-Codes

- 1. Konstruieren eines "Baumes"
  - Blätter entsprechen den Zeichen
  - Kanten mit 0 und 1 beschriften

### Huffman Codierung

Speicher

		~~	
	9/		1
	9		13
(	0/\1	C	)/ \ <b>1</b>
	4 5,e	6	7, <b>f</b>
0/	\1	0/	\ <b>1</b>
2, <b>a</b>	2, <b>b</b>	3, <b>c</b>	3, <b>d</b>

#### Häufigkeiten:

Х	а	b	С	d	е	f
$N_{x}(w)$	2	2	3	3	5	7

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

#### Gegeben

- $\mathbf{w} \in A^* \mathbf{w} = \text{afebfecaffdeddccefbeff}$
- Anzahl der Vorkommen aller Zeichen in w  $(N_x(w))$

Zwei Phasen zur Bestimmung eines Huffman-Codes

- 1. Konstruieren eines "Baumes"
  - Blätter entsprechen den Zeichen
  - Kanten mit 0 und 1 beschriften
- 2. Ablesen der Codes aus dem Baum (Pfadbeschriftungen)



#### Häufigkeiten:

Х	а	b	С	d	е	f
$N_{x}(w)$	2	2	3	3	5	7

#### Codewörter:

X	а	b	С	d	е	f
h(x)	000	001	100	101	01	11

### Übung zu Huffman Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Übung

Sei  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 

Codiere das Wort badcfehg mit Hilfe der Huffman-Codierung

### Übung zu Huffman Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Übung

Sei  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 

- Codiere das Wort badcfehg mit Hilfe der Huffman-Codierung
- → Mögliche Lösung: 001 100 010 011 101 000 111 110

### Übung zu Huffman Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

#### Übung

Sei  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 

- Codiere das Wort badcfehg mit Hilfe der Huffman-Codierung
- → Mögliche Lösung: 001 100 010 011 101 000 111 110
  - Wie lauten die Codewörter, wenn für das Wort w gilt:

$$N_a(w) = 1$$
,  $N_b(w) = 2$ ,  $N_c(w) = 2$ ,  $N_d(w) = 8$ ,  $N_e(w) = 16$ ,  $N_f(w) = 32$ ,  $N_g(w) = 64$ ,  $N_h(w) = 128$ 

### Übung zu Huffman Codierung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Übersetzunger

Homomorphisme

#### Huffman Codierung

Speicher

#### Übung

Sei  $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ 

- Codiere das Wort badcfehg mit Hilfe der Huffman-Codierung
- → Mögliche Lösung: 001 100 010 011 101 000 111 110
  - Wie lauten die Codewörter, wenn für das Wort w gilt:  $N_a(w) = 1$ ,  $N_b(w) = 2$ ,  $N_c(w) = 2$ ,  $N_d(w) = 8$ ,  $N_e(w) = 8$

$$N_a(w) = 1, N_b(w) = 2, N_c(w) = 2, N_d(w) = 8, N_e(w) = 16, N_f(w) = 32, N_g(w) = 64, N_h(w) = 128$$

#### Mögliche Lösung:

Х	а	b	С	d	е	f	g	h
h(x)	0000000	0000001	000001	00001	0001	001	01	1

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Wie lang w\u00e4re das zweite Wort (abbcccc d<sup>8</sup>...g<sup>64</sup>h<sup>128</sup>) mit dem ersten Code codiert?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Wie lang wäre das zweite Wort (abbcccc d<sup>8</sup>...g<sup>64</sup>h<sup>128</sup>) mit dem ersten Code codiert?

Huffman Codierung

ightarrow 741 Symbole. Also dreimal so lang wie das Original.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Wie lang wäre das zweite Wort (abbcccc d<sup>8</sup>...g<sup>64</sup>h<sup>128</sup>) mit dem ersten Code codiert?

- ightarrow 741 Symbole. Also dreimal so lang wie das Original.
  - Wie lang wäre das zweite Wort mit dem zweiten Code codiert?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

- Wie lang w\u00e4re das zweite Wort (abbcccc d<sup>8</sup>...g<sup>64</sup>h<sup>128</sup>) mit dem ersten Code codiert?
- → 741 Symbole. Also dreimal so lang wie das Original.
  - Wie lang wäre das zweite Wort mit dem zweiten Code codiert?
- ightarrow 501 Symbole. Also nur zweimal so lang wie das Original.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismer

Huffman Codierung

- Wie lang w\u00e4re das zweite Wort (abbcccc d<sup>8</sup>...g<sup>64</sup>h<sup>128</sup>) mit dem ersten Code codiert?
- ightarrow 741 Symbole. Also dreimal so lang wie das Original.
  - Wie lang wäre das zweite Wort mit dem zweiten Code codiert?
- ightarrow 501 Symbole. Also nur zweimal so lang wie das Original.
  - Was fällt euch auf?

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Sei  $h: A^* \to \mathbb{Z}_2$  eine Huffman-Codierung

Homomorphismen

lacktriangle h ist ein arepsilon-freier Homomorphismus

Huffman Codierung

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Sei  $h: A^* \to \mathbb{Z}_2$  eine Huffman-Codierung

Homomorphismen

• h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!** 

Huffman Codierung

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind.

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!
- h ist präfixfrei

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!
- h ist präfixfrei Wahr!

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!
- h ist präfixfrei Wahr!
- Es kann noch kürzere Codierungen geben

#### Wahr oder falsch?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismer

Huffman Codierung

Speicher

- h ist ein  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus **Wahr!**
- Häufigere Symbole werden mit langen Worten codiert, seltene mit kürzeren Falsch!
- Die Kompression ist am stärksten, wenn die Häufigkeiten aller Zeichen ungefähr gleich sind. Falsch!
- h ist präfixfrei Wahr!
- Es kann noch kürzere Codierungen geben Falsch!

### **Huffman-Codierung**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

#### Eigenschaften

Sei A ein Alphabet und  $w \in A$ . Dann gilt für die Huffman-Codierung h:

- $\bullet h: A^* \to \mathbb{Z}_2$
- h ist  $\varepsilon$ -freier Homomorphismus
- h ist präfixfreier Homomorphismus
- Häufigere Symbole werden mit kurzen Worten codiert, seltene mit längeren
- Produziert kürzestmögliche Codierungen

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

Beispiel an der Tafel: Codierung von aab · deg · deg · aab · ole · aab · deg · aab.

• Alphabet  $A = \{a,b,c,d\}$ 



### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

- Alphabet  $A = \{a,b,c,d\}$
- Text über A, der nur aus Teilwörtern der Länge 10 zusammengesetzt ist, in denen jeweils immer nur ein Symbol vorkommt

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

- Alphabet  $A = \{a, b, c, d\}$
- Text über A, der nur aus Teilwörtern der Länge 10 zusammengesetzt ist, in denen jeweils immer nur ein Symbol vorkommt
- Angenommen a<sup>10</sup>, ..., d<sup>10</sup> kommen alle gleich häufig vor. Wie lang ist dann die Huffman-Codierung?

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

• Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

- Alphabet  $A = \{a, b, c, d\}$
- Text über A, der nur aus Teilwörtern der Länge 10 zusammengesetzt ist, in denen jeweils immer nur ein Symbol vorkommt
- Angenommen a<sup>10</sup>, ..., d<sup>10</sup> kommen alle gleich häufig vor. Wie lang ist dann die Huffman-Codierung?

### **Block-Codierung mit Huffman**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

 Wir betrachten nicht mehr einzelne Symbole, sondern Blöcke von fester Länge b > 1

Blätter des Huffman-Baums sind jetzt Wörter der Länge b

- Alphabet  $A = \{a,b,c,d\}$
- Text über *A*, der nur aus Teilwörtern der Länge 10 zusammengesetzt ist, in denen jeweils immer nur ein Symbol vorkommt
- Angenommen a<sup>10</sup>, ..., d<sup>10</sup> kommen alle gleich häufig vor. Wie lang ist dann die Huffman-Codierung?
- → Ein Fünftel, weil jeder Zehnerblock durch zwei Bits codiert wird

### **Speicher**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

### **Speicher**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

• Ein **Bit** ist Zeichen aus  $A = \{0, 1\}$ 

## **Speicher**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Ein **Bit** ist Zeichen aus  $A = \{0, 1\}$
- Ein **Byte** ist ein Wort aus acht Bits

## **Speicher**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Ein **Bit** ist Zeichen aus  $A = \{0, 1\}$
- Ein **Byte** ist ein Wort aus acht Bits
- Abkürzungen

## **Speicher**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Ein **Bit** ist Zeichen aus  $A = \{0, 1\}$
- Ein **Byte** ist ein Wort aus acht Bits
- Abkürzungen
  - Für Bit: bit

## **Speicher**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

- Ein **Bit** ist Zeichen aus  $A = \{0, 1\}$
- Ein Byte ist ein Wort aus acht Bits
- Abkürzungen
  - Für Bit: bit
  - Für Byte: B

## **Präfixe**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Dezimal

DCZIIIIQI					
$10^{-3}$	$10^{-6}$	$10^{-9}$	$10^{-12}$	$10^{-15}$	$10^{-18}$
$1000^{-1}$	$1000^{-2}$	$1000^{-3}$	$1000^{-4}$	$1000^{-5}$	$1000^{-6}$
milli	mikro	nano	pico	femto	atto
m	μ	n	p	f	a
10 <sup>3</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>9</sup>	10 <sup>12</sup>	10 <sup>15</sup>	10 <sup>18</sup>
$1000^{1}$	$1000^{2}$	$1000^{3}$	$1000^{4}$	$1000^{5}$	$1000^{6}$
kilo	mega	giga	tera	peta	exa
k	M	G	T	P	E

## **Präfixe**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### **Dezimal**

	Doz.iiiai				
10-3	$10^{-6}$	10-9	$10^{-12}$	$10^{-15}$	$10^{-18}$
$1000^{-1}$	$1000^{-2}$	$1000^{-3}$	$1000^{-4}$	$1000^{-5}$	$1000^{-6}$
milli	mikro	nano	pico	femto	atto
m	μ	n	p	f	a
10 <sup>3</sup>	10 <sup>6</sup>	109	10 <sup>12</sup>	10 <sup>15</sup>	10 <sup>18</sup>
$1000^{1}$	$1000^{2}$	$1000^{3}$	$1000^{4}$	$1000^{5}$	$1000^{6}$
kilo	mega	giga	tera	peta	exa
k	M	G	T	P	E

#### Binär

210	$2^{20}$	$2^{30}$	$2^{40}$	$2^{50}$	260
$1024^{1}$	$1024^{2}$	$1024^{3}$	$1024^{4}$	$1024^{5}$	$1024^{6}$
kibi	mebi	gibi	tebi	pebi	exbi
Ki	Mi	Gi	Ti	Pi	Ei

## **Gesamtzustand eines Speichers**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

## **Gesamtzustand eines Speichers**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Zu jedem Zeitpunkt ist

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

## **Gesamtzustand eines Speichers**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Zu jedem Zeitpunkt ist

- foulant Advance

für jede Adresse festgelegt, welcher Wert dort ist

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

## **Gesamtzustand eines Speichers**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Zu jedem Zeitpunkt ist

- für jede Adresse festgelegt, welcher Wert dort ist
- beides meist Bitfolgen

## **Gesamtzustand eines Speichers**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Zu jedem Zeitpunkt ist

- für jede Adresse festgelegt, welcher Wert dort ist
- beides meist Bitfolgen

Vorstellung: Tabelle mit zwei Spalten

Adresse	Wert
Adresse 1	Wert 1
Adresse 2	Wert 2
Adresse 3	Wert 3
Adresse n	Wert n

## **Zustand eines Speichers – formal**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

## **Zustand eines Speichers – formal**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungei

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

Definition des Speicherzustandes

Sei *Adr* die Menge aller Adressen und *Val* die Menge aller Werte. Dann ist

 $m: Adr \rightarrow Val$ 

der aktuelle Zustand des Speichers. Dabei ist m(a) der aktuelle Wert an der Adresse a.

## Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

## Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von *Adr* nach *Val* 

Mem := Val<sup>Adr</sup>

## Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von  $\mathit{Adr}$  nach  $\mathit{Val}$ 

Mem := Val<sup>Adr</sup>

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

Anmerkung:

## Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von *Adr* nach *Val* 

 $Mem := Val^{Adr}$ 

Anmerkung: Für zwei Mengen A, B gilt

Huffman Codierung

## Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von *Adr* nach *Val* 

Mem := Val<sup>Adr</sup>

Huffman Codierung

Anmerkung: Für zwei Mengen A, B gilt:  $A^B := \{f : B \to A\}$ .

## Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Mem

Übersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von *Adr* nach *Val* 

 $Mem := Val^{Adr}$ 

Anmerkung: Für zwei Mengen A, B gilt:  $A^B := \{f : B \to A\}$ .

memread

memread :  $Mem \times Adr \rightarrow Val \text{ mit } (m, a) \mapsto m(a)$ 

## Lesen und Speichern



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

> .. Jbersetzungen

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

#### Mem

Menge aller möglichen Speicherzustände, also Menge aller Abbildungen von *Adr* nach *Val* 

$$Mem := Val^{Adr}$$

Anmerkung: Für zwei Mengen A, B gilt:  $A^B := \{f : B \to A\}$ .

#### memread

memread :  $Mem \times Adr \rightarrow Val \text{ mit } (m, a) \mapsto m(a)$ 

#### memwrite

 $\textit{memwrite}: \textit{Mem} \times \textit{Adr} \times \textit{Val} \rightarrow \textit{Mem} \ \mathsf{mit} \ (\textit{m},\textit{a},\textit{v}) \mapsto \textit{m}'$ 

Für m' wird folgendes gefordert:

$$m(a') := egin{cases} v & ext{falls } a' = a \ m(a') & ext{falls } a' 
eq a \end{cases}$$

# **Eigenschaften von** *memread* **und** *memwrite*



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

# **Eigenschaften von** *memread* **und** *memwrite*



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Eigenschaften ("Invarianten")

lacktriangledown memread(memwrite(m, a, v), a) = v

# **Eigenschaften von** *memread* **und** *memwrite*



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungei

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Eigenschaften ("Invarianten")

• memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück

# **Eigenschaften von** *memread* **und** *memwrite*



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

### Eigenschaften ("Invarianten")

memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück ⇒ Konsistente Datenhaltung)

# Eigenschaften von memread und memwrite



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungei

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück ⇒ Konsistente Datenhaltung)
- memread(memwrite(m, a', v'), a) = memread(m, a)

# Eigenschaften von memread und memwrite



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungei

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück ⇒ Konsistente Datenhaltung)
- memread(memwrite(m, a', v'), a) = memread(m, a) (Also: Auslesen einer Speicherstelle ist unabhängig davon, was vorher an eine andere Adresse geschrieben wurde

# Eigenschaften von memread und memwrite



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzunger

Homomorphisme

Huffman Codierung

Speicher

- memread(memwrite(m, a, v), a) = v (Also: An a einen Wert v zu schreiben und danach bei a zu lesen gibt den Wert v zurück ⇒ Konsistente Datenhaltung)
- memread(memwrite(m, a', v'), a) = memread(m, a) (Also: Auslesen einer Speicherstelle ist unabhängig davon, was vorher an eine andere Adresse geschrieben wurde  $\Rightarrow$  Unabhängige Datenhaltung)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen
Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Aufgaben

Aktueller Speicherzustand:

Adresse	Wert
00000	01110
00001	00100
00010	00111
00011	00000

#### Was ist?

memread(memwrite(m, memread(m, 00011), 01010), 00000)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen
Homomorphismen

Huffman Codierung

Speicher

#### Aufgaben

Aktueller Speicherzustand:

Adresse	Wert	
00000	01110	
00001	00100	
00010	00111	
00011	00000	

#### Was ist?

- memread(memwrite(m, memread(m, 00011), 01010), 00000)
- $\rightarrow$  01010

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Übersetzungen

Homomorphismen

Huffman Codierung

