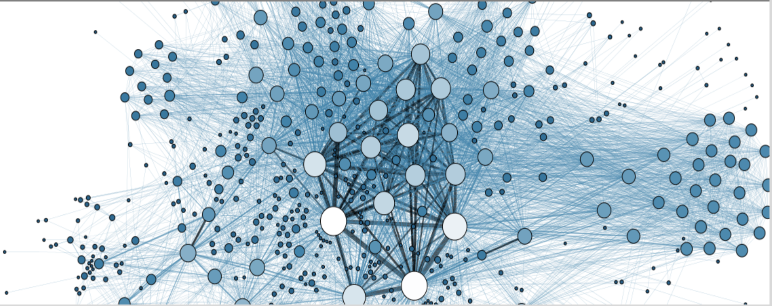
Grundbegriffe der Informatik
Tutorium 33

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu | 15.12.2016



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten"

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben. Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)
- $\doteq$ Objektgleichheit

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) erweitert Aussagenlogik durch Ergänzen von "Prädikaten", einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- $\forall$ Allquantor ($\forall x$ heißt "für alle x gilt...)
- $\exists$ Existenzquantor ($\exists x$ heißt "es existiert min. ein x... für das gilt...)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)
- $\doteq$ Objektgleichheit
- , Komma

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Gliederung der Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über $A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Gliederung der Prädikatenlogik

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über
$A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Gliederung der Prädikatenlogik

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über $A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$

Gliederung der Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über $A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$
- Relation von Termen $R(t_1, t_2, \ldots)$

Stelligkeit einer Funktion

Die Stelligkeit $ar(f) \in \mathbb{N}_+$ einer Funktion gibt die Anzahl der Parameter von f an.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Gliederung der Prädikatenlogik

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über $A_{Ter} := \{(,),,\} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}$.

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$
- Relation von Termen $R(t_1, t_2, \ldots)$

Stelligkeit einer Funktion

Die Stelligkeit $ar(f) \in \mathbb{N}_+$ einer Funktion gibt die Anzahl der Parameter von f an. (Analog Stelligkeit von Relationen $ar(R)$)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

- Woraus kann ein Term bestehen?

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\rightarrow$ Aus Klammern $($, $)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\rightarrow$ Aus Klammern $($, $)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.

- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$, $R(x, g(c, f(y, x)))$?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\rightarrow$ Aus Klammern $($, $)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.

- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \land S(f(x, c))$, $R(x, g(c, f(y, x)))$?

$\rightarrow$ Nein, ja.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\rightarrow$ Aus Klammern (,), Kommas ,, Variablen, Konstanten, Funktionen.

- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$, $R(x, g(c, f(y, x)))$?

$\rightarrow$ Nein, ja.

- Was sind die Stelligkeiten folgender Funktionen: $f(a, b, c)$, $g(a)$, $h(a, b)$?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

- Woraus kann ein Term bestehen?

$\rightarrow$ Aus Klammern (,), Kommas ,, Variablen, Konstanten, Funktionen.

- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$, $R(x, g(c, f(y, x)))$?

$\rightarrow$ Nein, ja.

- Was sind die Stelligkeiten folgender Funktionen: $f(a, b, c), g(a), h(a, b)$?

$\rightarrow$ $4, 1, 2$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$ ($m =$ Maximale Stelligkeit von Funktionen)

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$ ($m =$ Maximale Stelligkeit von Funktionen)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$ ($m =$ Maximale Stelligkeit von Funktionen)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind
- Produktionen

$$
\begin{aligned}
L_{i+1} &\to L_i, T && \text{für jedes } i \in \mathbb{N}_+ \text{ mit } i < m \\
L_1 &\to T && \\
T &\to c_i && \text{für jedes } c_i \in Const_{PL} \\
T &\to x_i && \text{für jedes } x_i \in Var_{PL} \\
T &\to f_i(L_{ar(f_i)}) && \text{für jedes } f_i \in Fun_{PL}
\end{aligned}
$$

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$ ($m =$ Maximale Stelligkeit von Funktionen)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind
- Produktionen

$$\begin{aligned}
L_{i+1} &\to L_i, T && \text{für jedes } i \in \mathbb{N}_+ \text{ mit } i < m \\
L_1 &\to T && \\
T &\to c_i && \text{für jedes } c_i \in Const_{PL} \\
T &\to x_i && \text{für jedes } x_i \in Var_{PL} \\
T &\to f_i(L_{ar(f_i)}) && \text{für jedes } f_i \in Fun_{PL}
\end{aligned}$$

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2$, $ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Grammatik der Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $$\begin{aligned} P_{Ter} = \{L_2 &\to L_1, T \\ L_1 &\to T \\ T &\to c \\ T &\to x \\ T &\to y \\ T &\to g(L_1) \\ T &\to f(L_2)\} \end{aligned}$$

Grammatik der Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $$P_{Ter} = \{L_2 \to L_1, T \\ L_1 \to T \\ T \to c \\ T \to x \\ T \to y \\ T \to g(L_1) \\ T \to f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

Grammatik der Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$\begin{aligned} L_1 &\rightarrow T \\ T &\rightarrow c \\ T &\rightarrow x \\ T &\rightarrow y \\ T &\rightarrow g(L_1) \\ T &\rightarrow f(L_2)\} \end{aligned}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$

Grammatik der Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$L_1 \rightarrow T$$
$$T \rightarrow c$$
$$T \rightarrow x$$
$$T \rightarrow y$$
$$T \rightarrow g(L_1)$$
$$T \rightarrow f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $$P_{Ter} = \{L_2 \to L_1, T \\ L_1 \to T \\ T \to c \\ T \to x \\ T \to y \\ T \to g(L_1) \\ T \to f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $$P_{Ter} = \{L_2 \to L_1, T \\ L_1 \to T \\ T \to c \\ T \to x \\ T \to y \\ T \to g(L_1) \\ T \to f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$

Grammatik der Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \to L_1, T$
  $L_1 \to T$
  $T \to c$
  $T \to x$
  $T \to y$
  $T \to g(L_1)$
  $T \to f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $$P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T \\ L_1 \rightarrow T \\ T \rightarrow c \\ T \rightarrow x \\ T \rightarrow y \\ T \rightarrow g(L_1) \\ T \rightarrow f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c, f)c)$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $$P_{Ter} = \{L_2 \to L_1, T \\ L_1 \to T \\ T \to c \\ T \to x \\ T \to y \\ T \to g(L_1) \\ T \to f(L_2)\}$$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln entsprechen dieser Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c, f)c)$

Bilde die Ableitungsbäume zu den korrekten Formeln.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärken

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärken

Karlsruher Institut für Technologie

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärken

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärken

Karlsruher Institut für Technologie

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

- $\forall / \exists$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärken

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

- $\forall/\exists, \neg$

Bindungsstärken

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge$

Bindungsstärken

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge, \vee$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärken

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow$

Bindungsstärken

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärken

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden "binden" stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

- $\forall/\exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Finde äquivalente Formeln, die mit möglichst wenig Klammern auskommen:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsstärken

Karlsruher Institut für Technologie

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigen:

- $\forall / \exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Finde äquivalente Formeln, die mit möglichst wenig Klammern auskommen:

- $\exists x \forall y (R(f(x), g(x)) \vee \forall z R(c, x))$

Quantoren

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren

- $\forall x p(x)$ heißt

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren

Karlsruher Institut für Technologie

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt

Quantoren

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.

Quantoren

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren

Karlsruher Institut für Technologie

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y) :=$“Person x ist mit Person y verheiratet.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y) :=$"Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x,y) = \exists y \forall x \quad p(x,y)$?
  - Zum Beispiel $p(x,y) :=$“Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:
    - $\forall x \exists y \quad p(x,y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y, mit der x verheiratet ist.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x,y) = \exists y \forall x \quad p(x,y)$?
  - Zum Beispiel $p(x,y) :=$"Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:
    - $\forall x \exists y \quad p(x,y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y, mit der x verheiratet ist.
    - $\exists y \forall x \quad p(x,y) =$ Es gibt eine Person y, sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.

Quantoren

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y) :=$"Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:
    - $\forall x \exists y \quad p(x, y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y, mit der x verheiratet ist.
    - $\exists y \forall x \quad p(x, y) =$ Es gibt eine Person y, sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.
  - Eher nicht.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Quantoren

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
  - Zum Beispiel $p(x, y) :=$"Person x ist mit Person y verheiratet.
  - Also:
    - $\forall x \exists y \quad p(x, y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y, mit der x verheiratet ist.
    - $\exists y \forall x \quad p(x, y) =$ Es gibt eine Person y, sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.
  - Eher nicht. Reihenfolge ist also wichtig!

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z)) \rightarrow r(x)$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Karlsruher Institut für Technologie

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z)) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Karlsruher Institut für Technologie

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z)) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Überschattung ist möglich

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den nächsten Quantor.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x))$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den nächsten Quantor.

- Ist $\forall x (p(x) \wedge \forall x (\neg p(x)))$ erfüllbar?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x)$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man frei.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den nächsten Quantor.

- Ist $\forall x(p(x) \wedge \forall x(\neg p(x))))$ erfüllbar?
- Ja: $\forall x(p(x) \wedge \forall \hat{x}(\neg p(\hat{x}))))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei *a* durch *b* ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y)) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y)) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(x) \wedge q(x, y))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Karlsruher Institut für Technologie

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x,y)) = p(5) \vee \forall x(q(x,y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(x) \wedge q(x,y)) = p(f(z)) \wedge q(y,x)$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y)) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(x) \wedge q(x, y)) = p(f(z)) \wedge q(y, x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y)) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(x) \wedge q(x, y)) = p(f(z)) \wedge q(y, x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

- $p(x) \rightarrow \forall x \exists y(p(x) \wedge q(y, z) \leftrightarrow \forall z(q(x, z)))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich.Dabei wird eine freie Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Subsitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x,y)) = p(5) \vee q(5,y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x,y)) = p(5) \vee \forall x(q(x,y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(x) \wedge q(x,y)) = p(f(z)) \wedge q(y,x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

- $p(x) \rightarrow \forall x \exists y(p(x) \wedge q(y,z) \leftrightarrow \forall z(q(x,z)))$
- $\forall y(p(f(x,y))) \vee \exists z(q(z, f(y,z)))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I)

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I bildet weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I bildet weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, "definiert diese"
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \to D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I bildet weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \to D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I bildet weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \to D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I bildet weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \to D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \to D \cup \mathbb{B}$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I bildet weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \to D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \to D \cup \mathbb{B}$ weißt einer prädikatenlogischen Formel eine Bedeutung

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I), bestehend aus...
  - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
    - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in Const_{PL}$
    - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \to D$ für $f_i \in Fun_{PL}$
    - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in Rel_{PL}$
    - I bildet weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, "definiert diese"
  - Variablenbelegung $\beta : Var_{PL} \to D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
    - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \to D \cup \mathbb{B}$ weißt einer prädikatenlogischen Formel eine Bedeutung (Wahrheitsgehalt für Formeln und Element des Universums für Terme) zu.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \land p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w, I(p(8)) = w$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w, I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \land p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \land p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \land p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Karlsruher Institut für Technologie

Sei $D := \mathbb{N}_0, I(c) := 10, ar(f) := 2, ar(p) := 1, ar(q) := 2, \beta(x) := 7.$
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y.$
Sei $ar(R) := 2, I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}.$
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5, I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y.$

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.
  - $val_{D,I,\beta}(p(y)) = w$ für $y \geq 5$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.
Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0, (x, y) \mapsto x - y$.
Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.
Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \to \exists y(q(y, x) \land p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
  - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \land p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \to \exists y(q(f(c, y), x) \land p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
  - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
  - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.
  - $val_{D,I,\beta}(p(y)) = w$ für $y \geq 5$.
  - Also: $val_{D,I,\beta}(T_2) = f$.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \to \mathit{Mutter}(y, x))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{M\ddot{a}nnlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{M\ddot{a}nnlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$
  - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$
  - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$
  - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?
- Jeder Mann hat Kinder (plural!).

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
  - $\forall x \exists y (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \mathit{Mutter}(y, x))$
  - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?
- Jeder Mann hat Kinder (plural!).
  - $\forall x \exists y \exists z (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow (\mathit{Vater}(x, y) \wedge \mathit{Vater}(x, z) \wedge \neg(y \doteq z)))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Karlsruher Institut für Technologie

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
  - $\forall x \forall y \forall z (\mathit{Weiblich}(x) \wedge ((\mathit{Männlich}(y) \wedge \mathit{Männlich}(z) \wedge \neg(y \doteq z) \wedge \mathit{Verheiratet}(x, y)) \rightarrow \neg \mathit{Verheiratet}(x, z)))$

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
  - $\forall x \forall y \forall z (\mathit{Weiblich}(x) \land ((\mathit{Männlich}(y) \land \mathit{Männlich}(z) \land \neg(y \doteq z) \land \mathit{Verheiratet}(x, y)) \rightarrow \neg \mathit{Verheiratet}(x, z)))$
- Wer männlich ist, ist nicht weiblich und umgekehrt.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $\mathit{Vater}(x, y) :=$ wahr, gdw. x Vater von y ist, analog $\mathit{Mutter}(x, y)$.
- $\mathit{Männlich}(x, y) :=$ wahr, gdw. x männlich ist, analog $\mathit{Weiblich}(x)$.
- $\mathit{Verheiratet}(x, y) :=$ wahr, gdw. x und y verheiratet sind.

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
  - $\forall x \forall y \forall z (\mathit{Weiblich}(x) \wedge ((\mathit{Männlich}(y) \wedge \mathit{Männlich}(z) \wedge \neg(y \doteq z) \wedge \mathit{Verheiratet}(x, y)) \rightarrow \neg \mathit{Verheiratet}(x, z)))$
- Wer männlich ist, ist nicht weiblich und umgekehrt.
  - $\forall x (\mathit{Männlich}(x) \rightarrow \neg \mathit{Weiblich}(x) \wedge \mathit{Weiblich}(x) \rightarrow \neg \mathit{Männlich}(x))$

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu