



#### **Grundbegriffe der Informatik Tutorium 33**

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu | 17.11.2016





Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

### Quiz



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Was macht die Funktion val<sub>l</sub>?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

### Quiz



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

- Was macht die Funktion val<sub>l</sub>?
- Was bedeutet Äquivalenz?

### Quiz



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

- Was macht die Funktion val<sub>I</sub>?
- Was bedeutet Äquivalenz?
- Was bedeutet Tautologie und Erfüllbarkeit?

#### Quiz



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Was macht die Funktion val<sub>I</sub>?
- Was bedeutet Äquivalenz?
- Was bedeutet Tautologie und Erfüllbarkeit?
- Welche dieser Aussagen sind erfüllbar?

#### Quiz



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Was macht die Funktion val<sub>l</sub>?
- Was bedeutet Äquivalenz?
- Was bedeutet Tautologie und Erfüllbarkeit?
- Welche dieser Aussagen sind erfüllbar?

### Quiz



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

- Was macht die Funktion *val<sub>I</sub>*?
- Was bedeutet Äquivalenz?
- Was bedeutet Tautologie und Erfüllbarkeit?
- Welche dieser Aussagen sind erfüllbar?

  - ${\color{red} \bullet} \ P \wedge P \leftrightarrow P \vee P$

## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispielsituation:

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine.

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von



## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung:

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

Vollständige Induktion

■ Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

# Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable *n* dar:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

# Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
  - A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable *n* dar:
  - A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- Aussage A := "Alle Steine fallen um"  $\equiv A(i)$  ist wahr  $\forall i \in \mathbb{N}$ .

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

### Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
  - A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- Aussage A := "Alle Steine fallen um"  $\equiv A(i)$  ist wahr  $\forall i \in \mathbb{N}$ .

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

# Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
  - A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- Aussage A := "Alle Steine fallen um"  $\equiv A(i)$  ist wahr  $\forall i \in \mathbb{N}$ .

Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

Zeige: A(1) ist wahr

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

# Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
  - A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- Aussage A := "Alle Steine fallen um"  $\equiv A(i)$  ist wahr  $\forall i \in \mathbb{N}$ .

Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

■ Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt  $\rightarrow A(i+1)$  gilt für beliebiges  $i \in \mathbb{N}$ .

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

# Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
  - A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- Aussage A := "Alle Steine fallen um"  $\equiv A(i)$  ist wahr  $\forall i \in \mathbb{N}$ .

- Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt  $\rightarrow A(i+1)$  gilt für beliebiges  $i \in \mathbb{N}$ .
- Also:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
  - A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- Aussage A := "Alle Steine fallen um"  $\equiv A(i)$  ist wahr  $\forall i \in \mathbb{N}$ .

- Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt  $\rightarrow A(i+1)$  gilt für beliebiges  $i \in \mathbb{N}$ .
- Also: Der erste Stein fällt, sowie:

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

# Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

- Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}
- Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable n dar:
  - A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- Aussage A := "Alle Steine fallen um"  $\equiv A(i)$  ist wahr  $\forall i \in \mathbb{N}$ .

- Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt  $\rightarrow A(i+1)$  gilt für beliebiges  $i \in \mathbb{N}$ .
- Also: Der erste Stein fällt, sowie: falls der i-te Stein fällt, so fällt auch der i + 1-te Stein.

## Wahrheitsgehalt von unendlich Aussagen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Beispielsituation: Wir haben unendlich viele Dominosteine. Behauptung: Alle Dominosteine fallen um.

Vollständige Induktion

• Wir haben Aussagen: {"1. Stein fällt um", "2. Stein fällt um", ...}

Formale Sprache

Wie zeigen wir unendlich viele Aussagen?

- Übersetzung und Kodierung
- Stelle Aussagen in Abhängigkeit einer Laufvariable *n* dar:

odierung

• A(n) := "n-ter Stein fällt um"  $\forall n \in \mathbb{N}$ .

Kodierung von Zahlen

■ Aussage A := "Alle Steine fallen um"  $\equiv A(i)$  ist wahr  $\forall i \in \mathbb{N}$ .

Repräsentation vo Zahlen Wir haben immernoch unendlich viele Aussagen...

- Zeige: A(1) ist wahr, sowie A(i) gilt  $\rightarrow A(i+1)$  gilt für beliebiges  $i \in \mathbb{N}$ .
- Also: Der erste Stein fällt, sowie: falls der i-te Stein fällt, so fällt auch der i + 1-te Stein.
- Nach dem Prinzip der vollständigen Induktion fallen dann alle Steine um.



#### Vollständige Induktion



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von Zahlen

#### Vollständige Induktion



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Beweisverfahren

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung

<□ > < □ > < □ > < 亘 > < 亘 > □ ≥ 9 < ℃

#### Vollständige Induktion



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

- Beweisverfahren
- In der Regel zu zeigen: Eine Aussage gilt für alle  $n \in \mathbb{N}_+$ , manchmal auch für alle  $n \in \mathbb{N}_0$

#### Vollständige Induktion



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Beweisverfahren
- In der Regel zu zeigen: Eine Aussage gilt für alle  $n \in \mathbb{N}_+$ , manchmal auch für alle  $n \in \mathbb{N}_0$
- Man schließt "induktiv" von einem n auf n+1

#### Vollständige Induktion



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

- Beweisverfahren
- In der Regel zu zeigen: Eine Aussage gilt für alle  $n \in \mathbb{N}_+$ , manchmal auch für alle  $n \in \mathbb{N}_0$
- Man schließt "induktiv" von einem n auf n+1
- Idee: Wenn die Behauptung für ein beliebiges festes n gilt, dann gilt sie auch für den Nachfolger n+1 (und somit auch für dessen Nachfolger und schließlich für alle n)

#### Struktur des Beweises



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

Zahlei

Zweierkomplement-

Darstellung

#### Struktur des Beweises



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Behauptung: (*kurz* **Beh.:**)
Beweis: (*kurz* **Bew.:**)

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Struktur des Beweises



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
  - lacktriangle Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n=1)
  - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### Struktur des Beweises

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
  - lacktriangle Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n=1)
  - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich
- Induktionsvoraussetzung: (kurz IV:)
  - Sei  $n \in \mathbb{N}_+$  (bzw.  $n \in \mathbb{N}_0$ ) fest aber beliebig und es gelte [Behauptung einsetzen]



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### Struktur des Beweises

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
  - lacktriangle Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n=1)
  - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich
- Induktionsvoraussetzung: (kurz IV:)
  - Sei  $n \in \mathbb{N}_+$  (bzw.  $n \in \mathbb{N}_0$ ) fest aber beliebig und es gelte [Behauptung einsetzen]
- Induktionsschritt: (kurz IS:)
  - Behauptung für n+1 auf n zurückführen
  - Wenn induktive Definition gegeben: verwenden!
  - Sonst: Versuche Ausdruck, in dem (n+1) vorkommt umzuformen in einen Ausdruck, in dem nur n vorkommt



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

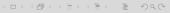
#### Struktur des Beweises

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
  - lacktriangle Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n=1)
  - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich
- Induktionsvoraussetzung: (kurz IV:)
  - Sei  $n \in \mathbb{N}_+$  (bzw.  $n \in \mathbb{N}_0$ ) fest aber beliebig und es gelte [Behauptung einsetzen]
- Induktionsschritt: (kurz IS:)
  - Behauptung für n+1 auf n zurückführen
  - Wenn induktive Definition gegeben: verwenden!
  - Sonst: Versuche Ausdruck, in dem (n+1) vorkommt umzuformen in einen Ausdruck, in dem nur n vorkommt

Vorhin:



kas.bach@student.kit.edu

Lukas Bach lu-

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### Struktur des Beweises

Behauptung: (kurz Beh.:)

Beweis: (kurz Bew.:)

- Induktionsanfang: (kurz IA:)
  - $\blacksquare$  Zeigen, dass Behauptung für Anfangswert gilt (oft n = 1)
  - Auch mehrere (z.B. zwei) Anfangswerte möglich
- Induktionsvoraussetzung: (kurz IV:)
  - Sei  $n \in \mathbb{N}_+$  (bzw.  $n \in \mathbb{N}_0$ ) fest aber beliebig und es gelte [Behauptung einsetzen]
- Induktionsschritt: (kurz IS:)
  - Behauptung für n+1 auf n zurückführen
  - Wenn induktive Definition gegeben: verwenden!
  - Sonst: Versuche Ausdruck, in dem (n+1) vorkommt umzuformen in einen Ausdruck, in dem nur n vorkommt

#### Vorhin:

 $\underbrace{A(1) \text{ ist wahr}}_{IA}$ , sowie  $\underbrace{A(i) \text{ gilt}}_{IV} \to \underbrace{A(i+1) \text{ gilt}}_{IS}$  für beliebiges i  $\in \mathbb{N}$ 



# Übung zu Vollständiger Induktion



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Aufgabe

Formale Sprache

 $x_0 := 0$ 

Übersetzung und Kodierung

Für alle  $n \in \mathbb{N}_0$ :  $x_{n+1} := x_n + 2n + 1$ 

Kodierung von

Zeige mithilfe vollständiger Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}_0$ 

Repräsentation vo

 $x_n = n^2$ 

Zahlen

gilt.

Zweierkomplement-Darstellung

# Übung zu vollständiger Induktion



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

### Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übungsaufgaben

Zeige die Wahrheit folgender Aussagen mit vollständiger Induktion:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \forall n \in \mathbb{N}$$

# Formale Sprache



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

20111011

Repräsentation von Zahlen

## **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

## **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

## **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung

## Formale Sprache

Eine Formale Sprache L

## **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo

Zweierkomplement-Darstellung

## Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

## **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

## **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

• 
$$A := \{b, n, a\}.$$

## **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

### Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

- $A := \{b, n, a\}.$ 
  - lacksquare  $L_1:=\{\mathit{ban},\mathit{baan},\mathit{nba},\mathit{aa}\}$  ist eine mögliche formale Sprache über  $\mathit{A}.$

# **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

### Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

- $A := \{b, n, a\}.$ 
  - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$  ist eine mögliche formale Sprache über A.
  - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$

## **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

- Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.
- Was war nochmal eine formale Sprache?

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

- $A := \{b, n, a\}.$ 
  - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$  ist eine mögliche formale Sprache über A.
  - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$ =  $\{w : w = bana(na)^k, k \in \mathbb{N}\}$  auch.

# **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

- $A := \{b, n, a\}.$ 
  - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$  ist eine mögliche formale Sprache über A.
  - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$ 
    - $= \{ w : w = bana(na)^k, k \in \mathbb{N} \}$  auch.
  - $L_3 := \{ban, baan, baaan, ...\}$  auch.

# **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.

Was war nochmal eine formale Sprache?

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

- $A := \{b, n, a\}.$ 
  - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$  ist eine mögliche formale Sprache über A.
  - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$ =  $\{w : w = bana(na)^k, k \in \mathbb{N}\}$  auch.
  - $L_3 := \{ban, baan, baaan, ...\}$  auch. Andere Schreibweise?

# **Formale Sprache**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

- Was war nochmal A\*? Menge aller Wörter beliebiger Länge über Alphabet A.
- Was war nochmal eine formale Sprache?

#### Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Formale Sprache

Eine Formale Sprache L über einem Alphabet A ist eine Teilmenge  $L \subseteq A^*$ .

- $A := \{b, n, a\}.$ 
  - $L_1 := \{ban, baan, nba, aa\}$  ist eine mögliche formale Sprache über A.
  - $L_2 := \{banana, bananana, banananana, ...\}$ =  $\{w : w = bana(na)^k, k \in \mathbb{N}\}$  auch.
  - $L_3 := \{ban, baan, baaan, ...\}$  auch. Andere Schreibweise?  $L_3 = \{w : w = ba^k n, k \in \mathbb{N}\}$

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Darstellung

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

## Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

## Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

## Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

Formale Sprache

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation voi

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1$ ,  $L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

Formale Sprache

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$ 

Kodierung

Kodierung

■ Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?  $L_2 = A \cdot A^*$

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1$ ,  $L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?  $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}$ .

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

#### Formale Sprache

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$ 

# Übersetzung und Kodierung

■ Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .

Kodierung von Zahlen

• Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?  $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}.$ 

Repräsentation vo Zahlen ■ Sprache  $L_3 \subseteq B^*$ , die alle Wörter über B enthält, mit:

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

#### Formale Sprache

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$ 

# Übersetzung und Kodierung

■ Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .

Kodierung von Zahlen

• Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?  $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}$ .

Repräsentation vo Zahlen ■ Sprache  $L_3 \subseteq B^*$ , die alle Wörter über B enthält, mit:

Zweierkomplement-Darstellung Zwei beliebigen Zweichen aus B.

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?  $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}$ .
- Sprache  $L_3 \subseteq B^*$ , die alle Wörter über B enthält, mit:
  - Zwei beliebigen Zweichen aus B.
  - Dann einem  $\varepsilon$  oder zwei  $\delta$ 's.

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

#### Formale Sprache

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$ 

# Ubersetzung und Kodierung

■ Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .

Kodierung von Zahlen

• Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?  $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}.$ 

Repräsentation vo Zahlen ■ Sprache  $L_3 \subseteq B^*$ , die alle Wörter über B enthält, mit:

- Zwei beliebigen Zweichen aus B.
- Dann einem  $\varepsilon$  oder zwei  $\delta$ 's.
- Dann vier Zeichen aus A.

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

Von zwei formalen Sprachen  $L_1$ ,  $L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

#### Formale Sprache

Sei 
$$A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$$

Ubersetzung und Kodierung

■ Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .

Kodierung von Zahlen

• Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?  $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}.$ 

Reprasentation vo Zahlen ■ Sprache  $L_3 \subseteq B^*$ , die alle Wörter über B enthält, mit:

- Zwei beliebigen Zweichen aus B.
- Dann einem  $\varepsilon$  oder zwei  $\delta$ 's.
- Dann vier Zeichen aus A.
- L<sub>3</sub>

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Vollständige Induktion

Produkt von formalen Sprachen

Von zwei formalen Sprachen  $L_1, L_2$  lässt sich das Produkt  $L_1 \cdot L_2$  bilden mit  $L_1 \cdot L_2 = \{w_1 w_2 : w_1 \in L_1 \text{ und } w_2 \in L_2\}.$ 

### Formale Sprache

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{\alpha, \beta, \gamma, \varepsilon, \delta\}.$ 

# Übersetzung und Kodierung

■ Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die zuerst drei a's enthält und dann entweder zwei b's oder vier a's?  $L_1 = \{aaa\} \cdot \{bb, aaaa\}$ .

Kodierung von Zahlen

• Sprache  $L_2 \subseteq A^*$ , die alle Wörter über A enthält außer  $\varepsilon$ ?  $L_2 = A \cdot A^* = A^* \setminus \{\varepsilon\}.$ 

Zahlen

■ Sprache  $L_3 \subseteq B^*$ , die alle Wörter über B enthält, mit:

- Zwei beliebigen Zweichen aus B.
- Dann einem  $\varepsilon$  oder zwei  $\delta$ 's.
- Dann vier Zeichen aus A.
- $L_3 = B \cdot B \cdot \{\varepsilon, \delta\delta\} \cdot A \cdot A \cdot A \cdot A$ .

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und  $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache "uber } A\}$ 

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und  $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache "uber } A\} = 2^A$ .

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und  $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache über } A\} = 2^A$ . Produkt von Sprachen lässt sich auch als Abbildung bzw. Verknüpfung  $\cdot : M \times M \to M$  darstellen. Zeige:

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und  $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache über } A\} = 2^A$ . Produkt von Sprachen lässt sich auch als Abbildung bzw. Verknüpfung  $\cdot : M \times M \to M$  darstellen.

### Zeige:

Die Verknüpfung · ist assoziativ.

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und  $M := \{L : L \text{ ist formale Sprache über } A\} = 2^A$ . Produkt von Sprachen lässt sich auch als Abbildung bzw. Verknüpfung  $\cdot : M \times M \to M$  darstellen.

### Zeige:

- Die Verknüpfung · ist assoziativ.
- Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:  $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (Neutrales Element)

## **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Produkt von formalen Sprachen

Sei A ein beliebiges Alphabet und  $M:=\{L:L \text{ ist formale Sprache über }A\}=2^A$ . Produkt von Sprachen lässt sich auch als Abbildung bzw. Verknüpfung  $\cdot:M\times M\to M$  darstellen.

### Zeige:

- Die Verknüpfung · ist assoziativ.
- Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:  $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (Neutrales Element)
- Es gibt ein Element  $o \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:  $x \cdot o = o = o \cdot x$ . (Absorbierendes Element)

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von Zahlen

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion ■ Die Verknüpfung · ist assoziativ:

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

 $\bullet (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

- Die Verknüpfung · ist assoziativ:
  - $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3$

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

•  $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

#### Formale Sprache

•  $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\})$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

#### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

#### Formale Sprache

 $\begin{array}{l} \bullet \quad (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3). \end{array}$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

#### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

•  $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3).$ 

Übersetzung und Kodierung

■ Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:  $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

#### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

Formale Sprache

•  $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3).$ 

Übersetzung und Kodierung

■ Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:

Kodierung von

 $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)

Repräsentation von Zahlen •  $e := \{\varepsilon\}.$ 

#### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

•  $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3).$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

- Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:
  - $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)
    - $e := \{\varepsilon\}.$
    - $L_1 \cdot \{\varepsilon\}$

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion ■ Die Verknüpfung · ist assoziativ:

• 
$$(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3).$$

#### Formale Sprache

■ Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:  $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)

Übersetzung und Kodierung

 $\bullet := \{\varepsilon\}.$ 

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige

Die Verknüpfung · ist assoziativ:

## Formale Sprache

$$(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1\})$$

Kodierung

 $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_2\}$  $L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3$  =  $L_1 \cdot (\{w_2w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3)$ .

Kodierung von

■ Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:

 $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)

• 
$$e := \{\varepsilon\}.$$

$$L_1 \cdot \{\varepsilon\} = L_1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1$$

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

• 
$$(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3).$$

#### Formale Sprache

■ Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:  $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)

Ubersetzung und Kodierung

 $\mathbf{e} := \{ \varepsilon \}.$ 

Kodierung von

 $L_1 \cdot \{\varepsilon\} = L_1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1$ 

Repräsentation vor Zahlen ■ Es gibt ein Element  $o \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:  $x \cdot o = o = o \cdot x$ . (Absorbierendes Element)

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

#### Formale Sprache

$$\begin{array}{l} \bullet \ (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = \big( \{ w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2 \} \big) \cdot L_3 = \{ w_1 w_2 w_3 : w_1 \in \\ L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3 \} = L_1 \cdot \big( \{ w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3 \} \big) = L_1 \cdot \big( L_2 \cdot L_3 \big). \end{array}$$

Übersetzung und Kodierung

■ Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:

. 10 0.101 0.119

 $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)

Kodierung von

 $e := \{\varepsilon\}.$ 

 $L_1 \cdot \{\varepsilon\} = L_1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1$ 

Repräsentation vor Zahlen ■ Es gibt ein Element  $o \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:

 $x \cdot o = o = o \cdot x$ . (Absorbierendes Element)

• o := ∅

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige Induktion Die Verknüpfung · ist assoziativ:

• 
$$(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3).$$

■ Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:

#### Formale Sprache

Kodierung und

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung •  $e := \{\varepsilon\}.$ •  $L_1 \cdot \{\varepsilon\} = L_1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1$ 

 $L_1 \cdot \{\varepsilon\} = L_1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1$ 

■ Es gibt ein Element  $o \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:

 $x \cdot o = o = o \cdot x$ . (Absorbierendes Element)

 $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)

**■** *o* := ∅

 $(M, \cdot)$  ist damit trotzdem keine Gruppe

### **Produkt von Sprachen**



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Seien  $L_1, L_2, L_3 \in M$ .

Vollständige

Die Verknüpfung · ist assoziativ:

• 
$$(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = (\{w_1 \cdot w_2 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}) \cdot L_3 = \{w_1 w_2 w_3 : w_1 \in L_1, w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\} = L_1 \cdot (\{w_2 w_3 : w_2 \in L_2, w_3 \in L_3\}) = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3).$$

■ Es gibt (mindestens) ein Element  $e \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:

#### Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-

 $L_1 \cdot \{\varepsilon\} = L_1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1$ 

■ Es gibt ein Element  $o \in M$ , sodass für alle  $x \in M$  gilt:

$$x \cdot o = o = o \cdot x$$
. (Absorbierendes Element)

 $x \cdot e = e \cdot x = x$ . (neutrales Element)

 $e := \{\varepsilon\}.$ 

 $(M, \cdot)$  ist damit trotzdem keine Gruppe, denn es existieren keine Invers-Element.

### Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

### Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

 $^{\bullet} L^{0} := \{ \varepsilon \}$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

### Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

$$^{\bullet} L^0 := \{ \varepsilon \}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

Formale Sprache

•  $L^0 := \{\varepsilon\}$ 

Übersetzung und Kodierung

•  $L_1 := \{a\}.$ 

Kodierung von

 $L_1^0 = \{\varepsilon\}.$ 

Repräsentation von Zahlen

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^0 := \{ \varepsilon \}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

• 
$$L_1 := \{a\}.$$
  
•  $L_1^0 = \{\varepsilon\}. L_1^1$ 

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

### Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

•  $L_1 := \{a\}.$ 

Kodierung von

Repräsentation von

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

### Potenz von Sprachen

Vollständige Potenz vo

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

• 
$$L_1 := \{a\}.$$

• 
$$L_1^0 = \{ \varepsilon \}$$
.  $L_1^1 = \{ \varepsilon \} \cdot L_1 = L_1$ .

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^{0} := \{ \varepsilon \}$

Formale Sprache
Übersetzung und

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

• 
$$L_1 := \{a\}.$$

$$L_1^0 = \{\varepsilon\}. L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1.$$

$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1$$

### Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^{0} := \{\varepsilon\}$
- Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Repräsentation vo

- $L_1 := \{a\}.$ •  $L_1^0 = \{\varepsilon\}. L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1.$ 
  - $L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$

### Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^{0} := \{\varepsilon\}$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

• 
$$L_1 := \{a\}.$$

• 
$$L_1^0 = \{\varepsilon\}$$
.  $L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1$ .

• 
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

• 
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

#### Potenz von Sprachen

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^0 := \{\varepsilon\}$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

$$L_1 := \{a\}.$$

$$L_0 = \{s\}, L_1 = \{s\}, L_2 = \{s\}, L_3 = \{s\}, L_4 =$$

$$L_1^0 = \{\varepsilon\}. L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1.$$

• 
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

• 
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

$$\ \ \, L_2^0=\{\varepsilon\}, L_2^1=...$$

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $^{\bullet} L^0 := \{\varepsilon\}$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung •  $L_1 := \{a\}.$ •  $L_1^0 = \{\varepsilon\}. L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1.$ 

• 
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

•  $L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$ 

• 
$$L_2^0 = \{\varepsilon\}, L_2^1 = \dots$$

 $L_2^2$ 

### Potenz von Sprachen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $L^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Kodierung von

Repräsentation von

• 
$$L_1 := \{a\}.$$

• 
$$L_1^0 = \{\varepsilon\}. L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1.$$

• 
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

• 
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

• 
$$L_2^0 = \{ \varepsilon \}, L_2^1 = \dots$$

• 
$$L_2^{\bar{2}} = (\{ab\}^{\bar{3}}\{c\}^4)^2$$

### Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Vadiarung van

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung •  $L_1 := \{a\}.$ •  $L_1^0 = \{\varepsilon\}, L_1^1 = \{\varepsilon\}, L_2^1 = \{\varepsilon\}$ 

•  $L_1^0 = \{\varepsilon\}$ .  $L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1$ .

•  $L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$ 

•  $L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$ 

•  $L_2^0 = \{\varepsilon\}, L_2^1 = \dots$ 

•  $L_2^{\bar{2}} = (\{ab\}^{\bar{3}}\{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3\{cccc\})^2$ 

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

Koalerung

Kodierung von

Repräsentation vo

Zweierkomplement-Darstellung •  $L_1 := \{a\}.$ •  $L_1^0 = \{\varepsilon\}. L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1.$ 

• 
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

 $L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$ 

• 
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

• 
$$L_2^0 = \{\varepsilon\}, L_2^1 = \dots$$

• 
$$L_2^{\overline{2}} = (\{ab\}^{\overline{3}}\{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3\{cccc\})^2 = \{abababcccc\}^2$$

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige Induktion Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

• 
$$L_1 := \{a\}.$$

• 
$$L_1^0 = \{\varepsilon\}$$
.  $L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1$ .

• 
$$L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$$

• 
$$L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$$

• 
$$L_2^0 = \{\varepsilon\}, L_2^1 = \dots$$

• 
$$L_2^{\frac{5}{2}} = (\{ab\}^{\frac{5}{3}}\{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3\{cccc\})^2 = \{abababccccabababcccc\}.$$

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $I^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodierung

Formale Sprache

•  $L_1 := \{a\}.$ 

•  $L_1^0 = \{\varepsilon\}$ .  $L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1$ . •  $L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$ 

Kodierung von

 $L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$ 

•  $L_2^0 = \{\varepsilon\}, L_2^1 = ...$ 

•  $L_2^2 = (\{ab\}^3 \{c\}^4)^2 = (\{ab\}^3 \{cccc\})^2 = \{abababcccc\}^2 = \{cccc\}^3 \{cccc\}^3 = \{cccc\}^3 = \{cccc\}^3 \{cccc\}^3 = \{c$ {abababccccabababcccc}.

•  $L_3 := (\{a\} \cup \{b\})^2$ 

## Potenz von Sprachen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

#### Potenz von Sprachen

Vollständige

Potenz von formellen Sprachen ist wie folgt definiert:

- $L^0 := \{\varepsilon\}$
- $I^{i+1} := L^i \cdot L \text{ für } i \in \mathbb{N}_0.$

Übersetzung und Kodieruna

Formale Sprache

•  $L_1 := \{a\}.$ 

•  $L_1^0 = \{\varepsilon\}$ .  $L_1^1 = \{\varepsilon\} \cdot L_1 = L_1$ .

Kodierung von

•  $L_1^2 = (\{\varepsilon\} \cdot L_1) \cdot L_1 = \{aa\}.$  $L_2 := \{ab\}^3 \{c\}^4$ 

•  $L_2^0 = \{\varepsilon\}, L_2^1 = ...$ 

Zweierkomplement-

{abababccccabababcccc}.

• 
$$L_3 := (\{a\} \cup \{b\})^2 = \{aa, ab, ba, bb\}$$

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

# Konkatenationsabschluss bei formalen **Sprachen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

# $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L

Kodierung von

Repräsentation vol

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

# $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der  $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss  $L^+$  definiert

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vol Zahlen

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

# $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der  $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss  $L^+$  definiert als  $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$ .

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vol Zahlen

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

# $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der  $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss  $L^+$  definiert als  $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$ .

Kodierung von Zahlen

■ Warum gilt  $\varepsilon \notin L^+$  bei formalen Sprache  $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$ ?

Repräsentation vo Zahlen

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

# $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der  $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss  $L^+$  definiert als  $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$ .

Kodierung von Zahlen

■ Warum gilt  $\varepsilon \notin L^+$  bei formalen Sprache  $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$ ?

Reprasentation vo Zahlen

•  $L := \{a, b, c\}.L^*$ 

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

## $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der  $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss  $L^+$  definiert als  $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$ .

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

- Warum gilt  $\varepsilon \notin L^+$  bei formalen Sprache  $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$ ?
- $L := \{a, b, c\}.L^* = \{\varepsilon, a, aa, ab, ac, aaa, aab, \dots, b, ba, bb, \dots\}$

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

# $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der  $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss  $L^+$  definiert als  $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$ .

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

- Warum gilt  $\varepsilon \notin L^+$  bei formalen Sprache  $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$ ?
- $L := \{a, b, c\}.L^* = \{\varepsilon, a, aa, ab, ac, aaa, aab, \dots, b, ba, bb, \dots\}$
- $L := \{aa, bc\}.L^*$

# Konkatenationsabschluss bei formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

# Konkatenationsabschluss

Vollständige Induktion

Zu einer formalen Sprache L ist der Konkatenationsabschluss  $L^*$  definiert als  $L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$ .

#### Formale Sprache

# $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss

Übersetzung und Kodierung

Zu einer formalen Sprache L ist der  $\varepsilon$ -freie Konkatenationsabschluss  $L^+$  definiert als  $L^+:=\bigcup_{i\in\mathbb{N}_+}L^i$ .

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

■ Warum gilt  $\varepsilon \notin L^+$  bei formalen Sprache  $L \subseteq A^* \setminus \{\varepsilon\}$ ?

•  $L := \{a, b, c\}.L^* = \{\varepsilon, a, aa, ab, ac, aaa, aab, \dots, b, ba, bb, \dots\}$ 

•  $L := \{aa, bc\}.L^* = \{\varepsilon, aa, bc, aa \cdot aa, aa \cdot bc, bc \cdot aa, bc \cdot bc, aa \cdot aa \cdot aa, \ldots\}$ 

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei 
$$A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$$

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$ 

Formale Sprache

■ Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die das Teilwort *ab* nicht enthält?

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$ 

Formale Sprache Sprache Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die das Teilwort *ab* nicht enthält?  $L_1 = \{b\}^* \{a\}^*$ .

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei  $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$ 

# Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die das Teilwort ab nicht enthält?  $L_1 = \{b\}^* \{a\}^*$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq B^*$ , die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei 
$$A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$$

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die das Teilwort *ab* nicht enthält?  $L_1 = \{b\}^* \{a\}^*$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq B^*$ , die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.
  - $B := \{\_, a, b, ..., z, A, B, ..., Z\}$

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

### Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

# Sei $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die das Teilwort ab nicht enthält?  $L_1 = \{b\}^* \{a\}^*$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq B^*$ , die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.
  - $B := \{\_, a, b, ..., z, A, B, ..., Z\}$
  - $C := B \cup \mathbb{Z}_9$

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Sei  $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$ 

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die das Teilwort ab nicht enthält?  $L_1 = \{b\}^* \{a\}^*$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq B^*$ , die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.
  - $B := \{\_, a, b, ..., z, A, B, ..., Z\}$
  - $C := B \cup \mathbb{Z}_9$
  - $L_2 \subseteq C$

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

## Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Sei  $A := \{a, b\}, B := \{A, B, C, D, E, F\}.$ 

- Sprache  $L_1 \subseteq A^*$ , die das Teilwort *ab* nicht enthält?  $L_1 = \{b\}^* \{a\}^*$ .
- Sprache  $L_2 \subseteq B^*$ , die alle erlaubten Java Variablennamen enthält.
  - $B := \{\_, a, b, ..., z, A, B, ..., Z\}$
  - $C := B \cup \mathbb{Z}_9$
  - $L_2 \subseteq C = (B \cdot C^*) \setminus \{if, class, while, ...\}$

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Sei  $L := \{a\}^* \{b\}^*$ .

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Sei  $L := \{a\}^* \{b\}^*$ .

Was ist alles in L drin?

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Sei  $L := \{a\}^* \{b\}^*$ .

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba?

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

Zahler

Zweierkomplement-

Darstellung

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Sei  $L := \{a\}^* \{b\}^*$ .

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Sei  $L := \{a\}^* \{b\}^*$ .

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahle

Zweierkomplement-

Darstellung

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor

Zweierkomplement-

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba?

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

## Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor

Zweierkomplement-

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor

Zweierkomplement-

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a?

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor

Zweierkomplement-

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in  $L^*$  drin?

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

## Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba?

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.
  - aaabb, abbaaabba?

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.
  - aaabb, abbaaabba? Ja.

# Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in *L*\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.
  - aaabb, abbaaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabba?

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.
  - aaabb, abbaaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja.

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.
  - aaabb, abbaaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabb, a?

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.
  - aaabb, abbaaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Ja.

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.
  - aaabb, abbaaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Ja.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Ja.
  - Alle Wörter aus {a, b}\*!

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- Was ist alles in L drin?
  - aaabbabbaaabba? Nein.
  - aaabb, abbaaabba? Ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja, ja, nein.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Alles drin.
- Was ist alles in L\* drin?
  - aaabbabbaaabba? Ja.
  - aaabb, abbaaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabba? Ja.
  - aaabb, abb, aaabb, a? Ja.
  - Alle Wörter aus  $\{a,b\}^*! \rightarrow L^* = \{a,b\}^*$ .

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

Voraussetzung:

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und

 $w'' \in L$ 

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

# Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

#### Formale Sprache

# Beweise: $L^* \cdot L = L^+$ .

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

 $\subset$ :

 $w'' \in L$ 

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ 

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

#### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Beweise: 
$$L^* \cdot L = L^+$$
.

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und

 $w'' \in L$ 

Repräsentation von

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit

 $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L$ 

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L$$

#### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit  $w = w'w'', w' \in L^*$  und

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

Kodierung von

 $w'' \in L$ 

 $\subset$ :

Repräsentation von

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit

 $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und

 $w'' \in L$ 

Repräsentation von

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit

 $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ 

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ 

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

Repräsentation von Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und  $\subset$ :

Kodierung

Kodierung von

Beweise: 
$$L^* \cdot L = L^+$$
.

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit  $\supseteq$ :

$$w = w'w'', w' \in L^*$$
 und  $w'' \in L$ .

Dann existiert ein 
$$i \in \mathbb{N}_0$$
 mit  $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement- 
$$w = w'w'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$$
.

Weil 
$$i + 1 \in \mathbb{N}_+$$
, gilt:

$$L^{i+1} \subseteq L^+$$
, also  $w \in L^+$ .

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Voraussetzung:

#### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und

 $w'' \in L$ .

 $w' \in L^i$ , also

 $\subset$ :

Repräsentation von

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

#### Formale Sprache

Übersetzung und  $\subset$ :

Kodierung

Kodierung von

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und

 $w'' \in L$ 

Repräsentation von

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subset L^+$ , also  $w \in L^+$ .

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

# Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und

 $w'' \in L$ 

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i$$
  $L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$ 

#### Formale Sprache

Übersetzung und  $\subset$ :

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ 

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subset L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ 



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

## Übung zu Konkatenationsabschluss



$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und

 $w'' \in L$ 

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subset L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ , existiert ein  $j \in \mathbb{N}_0$  mit i = j + 1



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

## Übung zu Konkatenationsabschluss



### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ 

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subset L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ , existiert ein  $j \in \mathbb{N}_0$  mit i = j + 1, also für ein solches  $j \in \mathbb{N}_0$ 



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung Kodierung von

Repräsentation von

Übung zu Konkatenationsabschluss

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ 

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subset L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ , existiert ein  $j \in \mathbb{N}_0$  mit i = j + 1, also für ein solches  $i \in \mathbb{N}_0$ :  $w \in L^{j+1}$ 



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Übung zu Konkatenationsabschluss



### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also Zweierkomplement-  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

> Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subset L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ , existiert ein  $j \in \mathbb{N}_0$  mit i = j + 1, also für ein solches  $j \in \mathbb{N}_0$ :  $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$ .

## Übung zu Konkatenationsabschluss



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-



### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ 

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also  $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:

 $L^{i+1} \subseteq L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ , existiert ein  $j \in \mathbb{N}_0$  mit i = j + 1, also für ein solches  $j \in \mathbb{N}_0$ :  $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$ .

Also w = w'w'' mit  $w' \in L^j$  und  $w'' \in L$ .



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Übung zu Konkatenationsabschluss



### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

 $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subseteq L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ , existiert ein  $j \in \mathbb{N}_0$  mit i = j + 1, also für ein solches  $j \in \mathbb{N}_0$ :  $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$ .

Also w = w'w'' mit  $w' \in L^j$  und  $w'' \in L^j$ 

Wegen  $L^j \subset L^*$ 



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

# Übung zu Konkatenationsabschluss

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ 

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

 $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subset L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ , existiert ein  $j \in \mathbb{N}_0$  mit i = j + 1, also für ein solches  $j \in \mathbb{N}_0$ :  $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$ .

Also w = w'w'' mit  $w' \in L^j$  und  $w'' \in L$ .

Wegen  $L^j \subseteq L^*$  ist w = w'w''



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

Übung zu Konkatenationsabschluss

### Erinnerung

$$L^* := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_0} L^i \qquad L^i$$

$$L^+ := \bigcup_{i \in \mathbb{N}_+} L^i$$

Beweise:  $L^* \cdot L = L^+$ .

 $\subset$ :

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$  mit

 $w = w'w'', w' \in L^*$  und  $w'' \in L$ 

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_0$  mit  $w' \in L^i$ , also

 $\mathbf{w} = \mathbf{w}'\mathbf{w}'' \in L^i \cdot L = L^{i+1}$ .

Weil  $i + 1 \in \mathbb{N}_+$ , gilt:  $L^{i+1} \subseteq L^+$ , also  $w \in L^+$ .

Voraussetzung:  $w \in L^* \cdot L$ .

Dann existiert ein  $i \in \mathbb{N}_+$  mit  $w \in L^i$ . Da  $i \in \mathbb{N}_+$ , existiert ein  $j \in \mathbb{N}_0$  mit i = j + 1, also für ein solches  $j \in \mathbb{N}_0$ :  $w \in L^{j+1} = L^j \cdot L$ .

Also w = w'w'' mit  $w' \in L^j$  und  $w'' \in L$ .

Wegen  $L^j \subseteq L^*$  ist  $w = w'w'' \in L^* \cdot L$ .

## Übung zu formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

 $L_1, L_2$  seien formale Sprachen.

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von Zahlen

## Übung zu formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

 $L_1, L_2$  seien formale Sprachen.

■ Wie sieht L<sub>1</sub> · L<sub>2</sub> aus?

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von

Zahlei

Zweierkomplement-

Darstellun

## Übung zu formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-

 $L_1, L_2$  seien formale Sprachen.

- Wie sieht  $L_1 \cdot L_2$  aus?
- Wie sieht L<sub>1</sub><sup>3</sup> aus?

## Übung zu formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

 $L_1, L_2$  seien formale Sprachen.

- Wie sieht  $L_1 \cdot L_2$  aus?
- Wie sieht L<sub>1</sub><sup>3</sup> aus?
- Wie sieht  $L_1^2 \cdot L_2 \cdot L_2^0 \cdot L_1^*$  aus?

## Übung zu formalen Sprachen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $L_1, L_2$  seien formale Sprachen.

- Wie sieht  $L_1 \cdot L_2$  aus?
- Wie sieht L<sub>1</sub><sup>3</sup> aus?
- Wie sieht  $L_1^2 \cdot L_2 \cdot L_2^0 \cdot L_1^*$  aus?
- Wie sieht  $(L_1^*)^0 \cdot L_2^+$  aus?

## Herführung zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

### Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

## Herführung zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Wir betrachten die Alphabete  $A_{dez} := \mathbb{Z}_{10}, A_{bin} := \{0, 1\}, A_{oct} := \mathbb{Z}_8.$ 

Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

## Herführung zu Zahlendarstellungen

Was können wir daraus machen?



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Wir betrachten die Alphabete  $A_{dez} := \mathbb{Z}_{10}, A_{bin} := \{0, 1\}, A_{oct} := \mathbb{Z}_{8}.$ 

Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

## Herführung zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Wir betrachten die Alphabete  $A_{dez} := \mathbb{Z}_{10}, A_{bin} := \{0, 1\}, A_{oct} := \mathbb{Z}_8.$ 

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$

# Herführung zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Wir betrachten die Alphabete  $A_{dez} := \mathbb{Z}_{10}, A_{bin} := \{0, 1\}, A_{oct} := \mathbb{Z}_8.$ 

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$
- $A_{bin}^* \supset \{101010, 10100111001, 1111100111\}.$

# Herführung zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Wir betrachten die Alphabete  $A_{\textit{dez}} := \mathbb{Z}_{10}, A_{\textit{bin}} := \{0, 1\}, A_{\textit{oct}} := \mathbb{Z}_{8}.$ 

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$
- $A_{bin}^* \supset \{101010, 101001111001, 11111100111\}.$
- $A_{oct}^* \supset \{52, 2471, 1747\}.$

# Herführung zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vol Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Wir betrachten die Alphabete  $A_{\textit{dez}} := \mathbb{Z}_{10}, A_{\textit{bin}} := \{0, 1\}, A_{\textit{oct}} := \mathbb{Z}_{8}.$ 

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$
- $A^*_{bin} \supset \{101010, 10100111001, 1111100111\}.$
- $A_{oct}^* \supset \{52, 2471, 1747\}.$
- Wir suchen eine Möglichkeit, diese Zahlen zu deuten.

# Herführung zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Wir betrachten die Alphabete  $A_{dez} := \mathbb{Z}_{10}, A_{bin} := \{0, 1\}, A_{oct} := \mathbb{Z}_8.$ 

- Was können wir daraus machen?
- $A_{dez}^* \supset \{42, 1337, 999\}.$
- $A_{bin}^* \supset \{101010, 101001111001, 11111100111\}.$
- $A_{oct}^* \supset \{52, 2471, 1747\}.$
- Wir suchen eine Möglichkeit, diese Zahlen zu deuten.
- Aber irgendwie so, dass  $42_{\in A_{dez}} \stackrel{Deutung}{=} 101010_{\in A_{bin}} \stackrel{Deutung}{=} 52_{\in A_{oct}}$

# Definition von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

## Definition von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung

## $Num_k$

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern

# Definition von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

## Num<sub>k</sub>

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

# Definition von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## $Num_k$

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

$$Num_k(\varepsilon)=0$$

# Definition von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num<sub>k</sub>

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

# **Definition von Zahlendarstellungen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Num<sub>k</sub>

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

#### $\overline{num_k}$

Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

# **Definition von Zahlendarstellungen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## $Num_k$

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

#### $\overline{num_k}$

Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

• Wichtig:  $Num_k(w) \neq num_k(w)$ !

# Definition von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Iständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Num<sub>k</sub>

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

#### $num_k$

Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

- Wichtig:  $Num_k(w) \neq num_k(w)$ !
- Was ist: num<sub>10</sub>(3)

## **Definition von Zahlendarstellungen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Numk

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

 $num_k$ 

Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

- Wichtig:  $Num_k(w) \neq num_k(w)$ !
- Was ist:  $num_{10}(3) = 3$

# **Definition von Zahlendarstellungen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion Num<sub>k</sub>

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

N .... (-)

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $Num_k(\varepsilon)=0$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

#### $\overline{num_k}$

Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

- Wichtig:  $Num_k(w) \neq num_k(w)$ !
- Was ist:  $num_{10}(3) = 3$ ,  $num_{10}(7)$

# **Definition von Zahlendarstellungen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Numk

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

 $num_k$ 

Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

- Wichtig:  $Num_k(w) \neq num_k(w)$ !
- Was ist:  $num_{10}(3) = 3$ ,  $num_{10}(7) = 7$

# **Definition von Zahlendarstellungen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Num<sub>k</sub>

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

 $\overline{num_k}$ 

Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

- Wichtig:  $Num_k(w) \neq num_k(w)$ !
- Was ist:  $num_{10}(3) = 3$ ,  $num_{10}(7) = 7$ ,  $num_{10}(11) = 7$

# **Definition von Zahlendarstellungen**



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

## Numk

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

#### $num_k$

Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

- Wichtig:  $Num_k(w) \neq num_k(w)!$
- Was ist:  $num_{10}(3) = 3$ ,  $num_{10}(7) = 7$ ,  $num_{10}(11) = nicht definiert.$

# Definition von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion  $Num_k$ 

Einer Zeichenkette  $Z_k$  aus Ziffern wird mit  $Num_k$  eine eindeutige Zahl zugeordnet:

Formale Sprache

 $Num_k(\varepsilon)=0$ 

Ubersetzung und Kodierung

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Kodierung von Zahlen  $\overline{num_k}$ 

Repräsentation vor Zahlen Einer einzelnen Ziffer  $x \in Z_k$  aus einem Alphabet von Ziffern  $Z_k$  wird mit  $num_k(x)$  der Wert der Zahl zugewiesen.

- Wichtig:  $Num_k(w) \neq num_k(w)$ !
- Was ist:  $num_{10}(3) = 3$ ,  $num_{10}(7) = 7$ ,  $num_{10}(11) =$  nicht definiert.
- Für Zahlen  $\geq k$ : Benutze  $Num_k$ !

## Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

## Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$$
 mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(x) = 0.$$
  
 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

■ *Num*<sub>10</sub>(123)

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$$
 mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

 $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3)$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon) = 0.$$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

Num<sub>10</sub>(123) =  $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$  $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3)$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

## Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$\operatorname{\textit{Num}}_k(\mathit{wx}) = k \cdot \operatorname{\textit{Num}}_k(\mathit{w}) + \operatorname{\textit{num}}_k(\mathit{x}) \text{ mit } \mathit{w} \in \mathit{Z}_k^* \text{ und } \mathit{x} \in \mathit{Z}_k.$$

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

■  $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3)$ 

Ubersetzung un Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu  $Num_k(\varepsilon)=0.$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

Num<sub>10</sub>(123) =  $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + num_{10}(3)) = 10 \cdot (num_{10}(1) + num_{10}(1) + num_{10}(1)) = 10 \cdot (num_{10}(1) + num_{10}(1) + num_{10}(1) + num_{10}(1) + num_{10}(1) + num_{10}(1) = 10 \cdot (num_{10}(1) + num_{10}(1) + num_{10}(1) = 10 \cdot$ 

Übersetzung und Kodierung

 $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3$ 

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu  $Num_k(\varepsilon)=0.$ 

 $\mathit{Num}_k(\mathit{wx}) = k \cdot \mathit{Num}_k(\mathit{w}) + \mathit{num}_k(\mathit{x}) \ \mathsf{mit} \ \mathit{w} \in \mathit{Z}_k^* \ \mathsf{und} \ \mathit{x} \in \mathit{Z}_k.$ 

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

Num<sub>10</sub>(123) =  $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + Num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + Num_{10}(3)) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + Num_{10}(1)) =$ 

Übersetzung und Kodierung

 $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu  $Num_k(\varepsilon)=0.$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

Num<sub>10</sub>(123) =  $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$  $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ 

Übersetzung und Kodieruna

 $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Kodierung von Zahlen

Yay?

Zweierkomplement-

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu  $Num_k(\varepsilon)=0.$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

■  $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ 

Kodierung un

 $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Kodierung von Zahlen Yay?

Repräsentation vo

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010?

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$$
 mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Num<sub>10</sub>(123) =  $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$ Formale Sprache  $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$  $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k=2.

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$$
 mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo

Zweierkomplement-Darstellung ■  $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k = 2.

■ Num<sub>2</sub>(1010)

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu  $Num_k(\varepsilon)=0.$ 

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$ 

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

■  $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Ubersetzung und Kodierung

Yay?

Kodierung von Zahlen Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k=2.

Zahlen

•  $Num_2(1010) = 2 \cdot Num_2(101) + num_2(0)$ 

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

 $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

 $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$  $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Kodierung

Yay?

Kodierung von Zahlen

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k=2.

Num<sub>2</sub>(1010) =  $2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) =$  $2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0)$ 

Num<sub>10</sub>(123) =  $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$ 

Zweierkomplement-

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$$

Vollständige

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Num<sub>10</sub>(123) =  $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$  $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ Formale Sprache  $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k=2.

Num<sub>2</sub>(1010) =  $2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) =$  $2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0) =$  $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot Num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0)$ 

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x) \text{ mit } w \in Z_k^* \text{ und } x \in Z_k.$$

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

■  $Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) = 10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$ 

Übersetzung und Kodierung

 $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Kodierung von Zahlen Yay?

k=2.

 $Num_2(1010) = 2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) =$ 

Repräsentation von Zahlen

 $2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0) =$ 

Zweierkomplement-Darstellung  $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot Num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$ 

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0)$ 

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$$
 mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige Induktion

Was ist 
$$Num_{10}(123)$$
?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

■ 
$$Num_{10}(123) = 10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$$
  
 $10 \cdot (Num_{10}(1) + num_{10}(2)) + num_{10}(3) =$   
 $10 \cdot (num_{10}(1) + 10 \cdot num_{10}(2)) + num_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123.$ 

Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k = 2.

Num<sub>2</sub>(1010) =  $2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) = 2 \cdot (2 \cdot Num_2(10)) + num_2(10) + num_2(10)$ 

 $2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0) =$ 

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot Num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$ 

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$ 

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 1 + 0) + 1) + 0) = 10.$ 

# Beispiel zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

$$Num_k(\varepsilon)=0.$$

$$Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$$
 mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

Vollständige Induktion

Was ist  $Num_{10}(123)$ ?

Formale Sprache

Num<sub>10</sub>(123) =  $10 \cdot Num_{10}(12) + num_{10}(3) =$ 

Übersetzung und Kodierung

 $\begin{array}{l} 10 \cdot (\textit{Num}_{10}(1) + \textit{num}_{10}(2)) + \textit{num}_{10}(3) = \\ 10 \cdot (\textit{num}_{10}(1) + 10 \cdot \textit{num}_{10}(2)) + \textit{num}_{10}(3) = 10 \cdot (1 + 10 \cdot 2) + 3 = 123. \end{array}$ 

Kodierung von Zahlen Yay?

Was ist der dezimale Zahlenwert der Binärzahl 1010? Diesmal Basis k = 2.

Repräsentation von Zahlen Num<sub>2</sub>(1010) =  $2 \cdot Num_2(101) + num_2(0) = 2 \cdot (2 \cdot Num_2(10) + num_2(1) + num_2(0) =$ 

Zweierkomplement-Darstellung  $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot Num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$ 

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot num_2(1) + num_2(0)) + num_2(1)) + num_2(0) =$ 

 $2 \cdot (2 \cdot (2 \cdot 1 + 0) + 1) + 0) = 10.$ 

Yay!

### Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Ubersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $Num_k(\varepsilon) = 0.$  $Num_k(wx) = k \cdot Num_k(w) + num_k(x)$  mit  $w \in Z_k^*$  und  $x \in Z_k$ .

### Übungen zu Zahlendarstellungen

Berechne den numerischen Wert der folgenden Zahlen anderer Zahlensysteme nach dem vorgestellten Schema:

- *Num*<sub>8</sub>(345).
- *Num*<sub>2</sub>(11001).
- Num<sub>2</sub>(1000).
- *Num*<sub>4</sub>(123).
- $\blacksquare$  Num<sub>16</sub>(4DF). (Zusatz)

Anmerkung: Hexadezimalzahlen sind zur Basis 16 und verwenden als Ziffern (in aufsteigender Reihenfolge: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

■ *Num*<sub>8</sub>(345)

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zahle

Zweierkomplement-

Darstellung

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

•  $Num_8(345) = 229$ .

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zahlen

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

•  $Num_8(345) = 229$ .

Übersetzung und Kodierung

■ *Num*<sub>2</sub>(11001)

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

•  $Num_8(345) = 229$ .

•  $Num_2(11001) = 25.$ 

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

•  $Num_8(345) = 229$ .

•  $Num_2(11001) = 25.$ 

■ *Num*<sub>2</sub>(1000)

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

•  $Num_8(345) = 229$ .

•  $Num_2(11001) = 25$ .

•  $Num_2(1000) = 8$ .

### Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- $Num_8(345) = 229$ .
- $Num_2(11001) = 25$ .
- $Num_2(1000) = 8$ .
- *Num*<sub>4</sub>(123)

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

- $Num_8(345) = 229$ .
- $Num_2(11001) = 25$ .
- $Num_2(1000) = 8$ .
- $Num_4(123) = 27$ .

## Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

- $Num_8(345) = 229$ .
- $Num_2(11001) = 25$ .
- $Num_2(1000) = 8$ .
- $Num_4(123) = 27$ .
- *Num*<sub>16</sub>(4*DF*)

### Aufgaben zu Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

#### Lösungen:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

- $Num_8(345) = 229$ .
- $Num_2(11001) = 25$ .
- $Num_2(1000) = 8$ .
- $Num_4(123) = 27$ .
- $Num_{16}(4DF) = 1247$ .

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Es gilt:

Formale Sprache

 $2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zahler

Zweierkomplement-

Darstellung

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

Es gilt:

Formale Sprache

 $2\big(2\big(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0\big)+1\big)+0=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

## **Einfachere Umrechnung von** Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Es gilt:

Formale Sprache

 $2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$ 

Daher, einfachere Rechenweise:

Übersetzung und Kodierung

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + ....$ 

Kodierung von

Zahlen

## **Einfachere Umrechnung von** Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Es gilt:

Formale Sprache

 $2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$ 

Daher, einfachere Rechenweise:

Übersetzung und

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + ....$ 

Kodierung

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

Kodierung von

Zahlen

## Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Es gilt:

$$2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + ....$ 

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

 $Num_2(10101)$ 

## Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Es gilt:

$$2(2(2(2(2(2(2(1+0)+1)+0)+1)+0)+1)+0)=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + ....$ 

Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

 $Num_2(10101) = 21.$ 

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Induktio

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Es gilt:

$$2(2(2(2(2(2 \cdot 1 + 0) + 1) + 0) + 1) + 0 = 2^4 \cdot 1 + 2^4 \cdot 0 + 2^3 \cdot 1 + 2^2 \cdot 0 + 2^1 \cdot 1 + 2^0 \cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + \dots$$

- $Num_2(10101) = 21.$
- *Num*<sub>2</sub>(11101)

## Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Zweierkomplement-

Es gilt:

$$2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + \dots$$

- $Num_2(10101) = 21.$
- $Num_2(11101) = 29.$

## Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Es gilt:

$$2(2(2(2(2\cdot 1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot 1+2^4\cdot 0+2^3\cdot 1+2^2\cdot 0+2^1\cdot 1+2^0\cdot 0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + \dots$$

- $Num_2(10101) = 21.$
- $Num_2(11101) = 29.$
- Num<sub>2</sub>(1111111111)

## Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Zweierkomplement-

Es gilt:

$$2(2(2(2(2\cdot1+0)+1)+0)+1)+0=2^4\cdot1+2^4\cdot0+2^3\cdot1+2^2\cdot0+2^1\cdot1+2^0\cdot0.$$

Daher, einfachere Rechenweise:

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + \dots$$

- $Num_2(10101) = 21.$
- $Num_2(11101) = 29.$
- $Num_2(11111111111) = 1023.$

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

$$Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + \dots$$

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + ....$  Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

## Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen

 $\blacksquare$  Num<sub>16</sub>(A1)



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

 $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + ....$  Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen



# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $Num_k(w) = k^0 \cdot w(0) + k^1 \cdot w(1) + k^2 \cdot w(2) + ....$  Was sind folgende Zahlen in Dezimal im Kopf gerechnet?

•  $Num_{16}(A1) = 161.$ 

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- $Num_{16}(A1) = 161.$
- *Num*<sub>16</sub>(*BC*)

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- $Num_{16}(A1) = 161.$
- $Num_{16}(BC) = 188.$

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- $Num_{16}(A1) = 161.$
- $Num_{16}(BC) = 188.$
- *Num*<sub>16</sub>(14)

# Einfachere Umrechnung von Zahlendarstellungen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

- $Num_{16}(A1) = 161.$
- $Num_{16}(BC) = 188.$
- $Num_{16}(14) = 20.$

#### Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

#### Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

#### Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Induktion

#### div Funktion

Vollständige

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

#### Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

#### mod Funktion

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

#### Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### mod Funktion

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

22 div 8

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Induktion

div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen ■ 22 div 8 = 2

Repräsentation vo Zahlen

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

## mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Repräsentation vor Zahlen

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Repräsentation vo Zahlen 22 mod 8

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## div Funktion

Vollständige Die Funktion *div* dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

## mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .
- 22 1110

Repräsentation vor Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung ■ 22 mod 8 = 6.

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division

zurück.

Übersetzung und Kodierung

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .

Kodierung von Zahlen

■ 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

Zweierkomplement-Darstellung x 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

x div 4

# **Rechnen mit div und mod**



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tabelle aus:

Zweierkomplement-

10 Χ x div 4 0

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

## mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .
- Repräsentation von
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re	1		-	_		_	^	_	_	_	40		40
Х	U	1	2	3	4	5	6	/	8	9	10	11	12
x div 4	0	0											

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

## mod Funktion

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

**22** div 
$$8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$$
.

Fülle die Tahelle aus:

i une ule re		c at	JJ.										
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4	0	0	0										

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

## div Funktion

Vollständige Induktion Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von 22 d

Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

■ 22 mod 8 = 6.

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re													
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4	0	0	0	0									

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von

Fülle die Tahelle aus:

rulle die 18														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1									

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-

## mod Funktion

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

**22** div 
$$8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$$
.

Fülle die Tahelle aus:

rulle ule 1													
Χ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4	0	0	0	0	1	1							

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### div Funktion

mod Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Übersetzung und Kodierung

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .

Kodierung von Zahlen

■ 22 mod 8 = 6.

Repräsentation vo

Fülle die Tabelle aus:

rulle die 12														
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1							

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

Zweierkomplement- x di

 x
 0
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7
 8
 9
 10

 x div 4
 0
 0
 0
 0
 1
 1
 1
 1

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division

zurück.

Übersetzung und Kodierung

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Kodierung von Zahlen

■ 22 mod 8 = 6.

Repräsentation vo Zahlen Fülle die Tabelle aus:

rulle die 12	abell	e ai	JS.											
Χ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2					

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division

zurück.

mod Funktion

#### Übersetzung und Kodierung

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .

Kodierung von Zahlen

22 mod 8 = 6.

Fülle die Tabelle aus:

I UIIE UIE I													
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2			

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .
- 22 mod 8 = 6.

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re													
												11	12
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2		

## Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .
- 22 mod 8 = 6.

Fülle die Tabelle aus:

i une ule re		c at	, J.										
											10		12
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .
- 22 mod 8 = 6.

Fülle die Tabelle aus:

rulle die 18														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4														

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

### div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

# Formale Sprache

### mod Funktion

Übersetzung und Kodierung Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation voi Zahlen Fülle die Tabelle aus:

rulle die 18														
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0													

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Zahlen 22

■ 22 mod 8 = 6.

Reprasentation vor Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

X				3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3
x mod 4	0	1											

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation vor Zahlen Fülle die Tabelle aus:

i une ule id														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2											

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion
Die Modulo Fur

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

- **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .
- 22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

n von Fülle die Tabelle aus:

i dile die it														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3										

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation vor Zahlen Fülle die Tabelle aus:

rulle die 18														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0									

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

# mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation vor Zahlen Fülle die Tabelle aus:

rulle die 18														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1								

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

# mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Zahlen **22 mod 8** = 6.

Fülle die Tabelle aus:

Repräsentation von Zahlen

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen Fülle die Tabelle aus:

I UIIE UIE I														
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3						

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen **22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

22 mod 8 = 6.

Repräsentation vo Zahlen Fülle die Tabelle aus:

i une ule re														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0					

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

#### Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Fülle die Tabelle aus:

I UIIE UIE I	וושטג	c au	JO.											
X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1				

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

# mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right)$ .

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Repräsentation von Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

X				3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2			

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion *mod* gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von Zahlen

 $22 \text{ div } 8 = 2 \left( \frac{22}{8} = 2,75 \right).$ 

22 mod 8 = 6.

Repräsentation vo Zahlen

Fülle die Tabelle aus:

i une ule ia	וושטג	c au	JO.											
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3		

# Rechnen mit div und mod



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

## div Funktion

Die Funktion div dividiert ganzzahlig. (Schneidet also den Rest ab).

### Formale Sprache

## mod Funktion

Übersetzung und Kodierung

Die Modulo Funktion mod gibt den Rest einer ganzzahligen Division zurück.

Kodierung von

**22** div  $8 = 2 \left( \frac{22}{9} = 2,75 \right)$ .

Zahlen

22 mod 8 = 6.

Fülle die Tabelle aus:

i une ule ia														
Х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
x div 4	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2	3	
x mod 4	0	1	2	3	0	1	2	3	0	1	2	3	0	

# Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101<sub>2</sub> ist also 29<sub>10</sub>.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

# Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101<sub>2</sub> ist also 29<sub>10</sub>. Was ist 29<sub>10</sub> in binär?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

# Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101<sub>2</sub> ist also 29<sub>10</sub>. Was ist 29<sub>10</sub> in binär?

Formale Sprache

k-äre Darstellung

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Die Repräsentation einer Zahl n

# Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101<sub>2</sub> ist also 29<sub>10</sub>. Was ist 29<sub>10</sub> in binär?

Formale Sprache

k-äre Darstellung

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zahlen

Zweierkomplement-

Die Repräsentation einer Zahl *n* zur Basis *k* 

# Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101<sub>2</sub> ist also 29<sub>10</sub>. Was ist 29<sub>10</sub> in binär?

Formale Sprache

k-äre Darstellung

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung Die Repräsentation einer Zahl n zur Basis k lässt sich wie folgt ermitteln:

## Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

11101<sub>2</sub> ist also 29<sub>10</sub>. Was ist 29<sub>10</sub> in binär?

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## k-äre Darstellung

Die Repräsentation einer Zahl n zur Basis k lässt sich wie folgt ermitteln:

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

## Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

11101<sub>2</sub> ist also 29<sub>10</sub>. Was ist 29<sub>10</sub> in binär?

Formale Sprache

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

## k-äre Darstellung

Die Repräsentation einer Zahl n zur Basis k lässt sich wie folgt ermitteln:

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Achtung!

## Von Zeichen zu Zahlen zurück zu Zahlen



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

11101<sub>2</sub> ist also 29<sub>10</sub>. Was ist 29<sub>10</sub> in binär?

Formale Sprache

k-äre Darstellung

Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

Die Repräsentation einer Zahl n zur Basis k lässt sich wie folgt ermitteln:

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Achtung! Das · Symbol steht für Konkatenation, nicht für Multiplikation!

## Beispiel zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

## Beispiel zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-

 $Repr_{2}(29) = Repr_{2}(29 \text{ div } 2) \cdot repr_{2}(29 \text{ mod } 2)$  $= \operatorname{Repr}_{2}(14) \cdot \operatorname{repr}_{2}(1)$ =  $\operatorname{Repr}_{2}(14 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(14 \operatorname{mod} 2) \cdot 1$  $= \operatorname{Repr}_{2}(7) \cdot \operatorname{repr}_{2}(0) \cdot 1$  $= \operatorname{Repr}_{2}(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$  $= \mathbf{Repr}_{2}(3) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 01$  $= \operatorname{Repr}_{2}(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$  $= \mathbf{Repr}_{2}(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101$ = 11101

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $Repr_{2}(29)$  $= \operatorname{Repr}_{2}(14) \cdot \operatorname{repr}_{2}(1)$  $= \operatorname{Repr}_{2}(14 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(14 \operatorname{mod} 2) \cdot 1$  $= \operatorname{Repr}_{2}(7) \cdot \operatorname{repr}_{2}(0) \cdot 1$ =  $\operatorname{Repr}_{2}(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$  $= \mathbf{Repr}_{2}(3) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 01$  $= \operatorname{Repr}_{2}(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$  $= \mathbf{Repr}_{2}(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101$ = 11101

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Repr<sub>2</sub>(

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung **Repr**<sub>2</sub>(29)

$$= \operatorname{Repr}_{2}(14 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(14 \operatorname{mod} 2) \cdot 1$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(7) \cdot \operatorname{repr}_{2}(0) \cdot 1$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(3) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 01$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(1) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 101$$

$$= 11101$$

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung **Repr**<sub>2</sub>(29)

$$= \operatorname{Repr}_{2}(7) \cdot \operatorname{repr}_{2}(0) \cdot 1$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(3) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 01$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$$

$$= \operatorname{Repr}_{2}(1) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 101$$

$$= 11101$$

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

Zum Beispiel:

Formale Sprache

 $Repr_2(29)$ 

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $= \operatorname{Repr}_{2}(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$   $= \operatorname{Repr}_{2}(3) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 01$   $= \operatorname{Repr}_{2}(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$   $= \operatorname{Repr}_{2}(1) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 101$  = 11101

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

 $Repr_2(29)$ 

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\begin{split} &= \text{Repr}_2(3) \cdot \text{repr}(1) \cdot 01 \\ &= \text{Repr}_2(3 \text{ div } 2) \cdot \text{repr}(3 \text{ mod } 2) \cdot 101 \\ &= \text{Repr}_2(1) \cdot \text{repr}(1) \cdot 101 \\ &= 11101 \end{split}$$

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

Zum Beispiel:

 $Repr_2(29)$ 

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung =  $\operatorname{Repr}_2(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$ =  $\operatorname{Repr}_2(1) \cdot \operatorname{repr}(1) \cdot 101$ = 11101

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

Zum Beispiel:

**Repr**<sub>2</sub>(29)

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$= \mathbf{Repr}_2(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101$$
$$= 11101$$

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Zum Beispiel:

 $Repr_2(29)$ 

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Beispiel zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

Zum Beispiel:

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $Repr_2(29) = Repr_2(29 \text{ div } 2) \cdot repr_2(29 \text{ mod } 2)$  $= \operatorname{Repr}_{2}(14) \cdot \operatorname{repr}_{2}(1)$ =  $\operatorname{Repr}_{2}(14 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(14 \operatorname{mod} 2) \cdot 1$  $= \operatorname{Repr}_{2}(7) \cdot \operatorname{repr}_{2}(0) \cdot 1$  $= \operatorname{Repr}_{2}(7 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}_{2}(7 \operatorname{mod} 2) \cdot 01$  $= \mathbf{Repr}_{2}(3) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 01$  $= \operatorname{Repr}_{2}(3 \operatorname{div} 2) \cdot \operatorname{repr}(3 \operatorname{mod} 2) \cdot 101$  $= \mathbf{Repr}_{2}(1) \cdot \mathbf{repr}(1) \cdot 101$ = 11101

## Beispiel zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$



## Beispiel zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

$$\begin{aligned} \text{Repr}_{16}(29) &= \text{Repr}_{16}(29 \text{ div } 16) \cdot \text{repr}_{16}(29 \text{ mod } 16) \\ &= \text{Repr}_{16}(1) \cdot \text{repr}_{16}(13) \\ &= 1 \cdot D = 1D \end{aligned}$$

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

Repr<sub>16</sub>(29)  
= Repr<sub>16</sub>(1) · repr<sub>16</sub>(13)  
= 1 · 
$$D = 1D$$

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $\operatorname{\mathbf{Repr}}_k(n) = egin{cases} \operatorname{\mathbf{repr}}_k(n) & \operatorname{falls} \ n < k \\ \operatorname{\mathbf{Repr}}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \operatorname{\mathbf{repr}}_k(n \operatorname{mod} k) & \operatorname{falls} \ n \ge k \end{cases}$ 

$$Repr_{16}(29)$$

$$= 1 \cdot D = 1D$$

# Beispiel zu Reprk

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $\operatorname{\mathbf{Repr}}_k(n) = egin{cases} \operatorname{\mathbf{repr}}_k(n) & \operatorname{falls} \ n < k \\ \operatorname{\mathbf{Repr}}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \operatorname{\mathbf{repr}}_k(n \operatorname{mod} k) & \operatorname{falls} \ n \ge k \end{cases}$ 

$$Repr_{16}(29)$$

$$= 1D$$



## Beispiel zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$ 

$$\begin{aligned} \text{Repr}_{16}(29) &= \text{Repr}_{16}(29 \text{ div } 16) \cdot \text{repr}_{16}(29 \text{ mod } 16) \\ &= \text{Repr}_{16}(1) \cdot \text{repr}_{16}(13) \\ &= 1 \cdot D = 1D \end{aligned}$$

# Übung zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**<sub>2</sub>(13).
- **Repr**<sub>4</sub>(15).
- **Repr**<sub>16</sub>(268).

# Übung zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**<sub>2</sub>(13).
- **Repr**<sub>4</sub>(15).
- **Repr**<sub>16</sub>(268).

# Übung zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

### Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**<sub>2</sub>(13).
- **Repr**<sub>4</sub>(15).
- **Repr**<sub>16</sub>(268).

## Lösungen:

Repr<sub>2</sub>(13)

# Übung zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**<sub>2</sub>(13).
- **Repr**<sub>4</sub>(15).
- **Repr**<sub>16</sub>(268).

## Lösungen:

**Repr**<sub>2</sub>(13) = 1101.

# Übung zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Repr<sub>k</sub>

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**<sub>2</sub>(13).
- **Repr**<sub>4</sub>(15).
- **Repr**<sub>16</sub>(268).

- $Repr_2(13) = 1101.$
- Repr₄(15)

# Übung zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \operatorname{div} k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \operatorname{mod} k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

### Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**<sub>2</sub>(13).
- **Repr**<sub>4</sub>(15).
- **Repr**<sub>16</sub>(268).

- $Repr_2(13) = 1101.$
- **Repr**<sub>4</sub>(15) = 33.

# Übung zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

#### Formale Sprache

# Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Reprk

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**<sub>2</sub>(13).
- **Repr**<sub>4</sub>(15).
- Repr<sub>16</sub>(268).

- $Repr_2(13) = 1101.$
- **Repr**<sub>4</sub>(15) = 33.
- Repr<sub>16</sub>(268)



# Übung zu Reprk



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

$$\mathbf{Repr}_k(n) = \begin{cases} \mathbf{repr}_k(n) & \text{falls } n < k \\ \mathbf{Repr}_k(n \text{ div } k) \cdot \mathbf{repr}_k(n \text{ mod } k) & \text{falls } n \ge k \end{cases}$$

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Übung zu Repr<sub>k</sub>

Berechne die Repräsentationen folgender Zahlen in gegebenen Zahlensystemen:

- **Repr**<sub>2</sub>(13).
- **Repr**<sub>4</sub>(15).
- Repr<sub>16</sub>(268).

- $Repr_2(13) = 1101.$
- **Repr**<sub>4</sub>(15) = 33.
- **Repr**<sub>16</sub>(268) = 10C.



## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

## $bin_\ell$

Die Funktion **bin** $_\ell \colon \mathbb{Z}_{2^\ell} \to \{0,1\}^\ell$ 

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung



## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## $bin_\ell$

Die Funktion  $\textbf{bin}_\ell\colon\mathbb{Z}_{2^\ell}\to\{0,1\}^\ell$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## $bin_\ell$

Die Funktion  $bin_\ell \colon \mathbb{Z}_{2^\ell} \to \{0,1\}^\ell$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird.

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## $bin_\ell$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_\ell\colon\mathbb{Z}_{2^\ell}\to\{0,1\}^\ell$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

## $bin_{\ell}$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_\ell\colon\mathbb{Z}_{2^\ell}\to\{0,1\}^\ell$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\textbf{bin}_{\ell}(\textit{n}) = 0^{\ell - |\textbf{Repr}_2(\textit{n})|} \textbf{Repr}_2(\textit{n})$$

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### $bin_\ell$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_\ell\colon\mathbb{Z}_{2^\ell}\to\{0,1\}^\ell$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### $bin_{\ell}$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

Beispiel:

■ **bin**<sub>8</sub>(3)

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### $bin_{\ell}$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

• 
$$bin_8(3) = 0^{8-|Repr_2(3)|}Repr_2(3)$$

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### $bin_{\ell}$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

$$ullet$$
 bin<sub>8</sub>(3) =  $0^{8-|\mathbf{Repr}_2(3)|}\mathbf{Repr}_2(3) = 0^{8-|11|} \cdot 11$ 

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### $bin_{\ell}$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

■ 
$$bin_8(3) = 0^{8-|Repr_2(3)|}Repr_2(3) = 0^{8-|11|} \cdot 11 = 0^{8-2} \cdot 11$$

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### $bin_{\ell}$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

#### Beispiel:

**bin**<sub>8</sub>(3) =  $0^{8-|\text{Repr}_2(3)|}\text{Repr}_2(3) = 0^{8-|11|} \cdot 11 = 0^{8-2} \cdot 11 = 0^6 \cdot 11 = 00000011$ .

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### $bin_{\ell}$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

- **bin**<sub>8</sub>(3) =  $0^{8-|\mathbf{Repr}_2(3)|}\mathbf{Repr}_2(3) = 0^{8-|11|} \cdot 11 = 0^{8-2} \cdot 11 = 0^6 \cdot 11 = 00000011$ .
- **bin** $_{16}(3)$

## Feste Länge von Binärzahlen



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

#### $bin_{\ell}$

Die Funktion  $\mathbf{bin}_{\ell} \colon \mathbb{Z}_{2^{\ell}} \to \{0,1\}^{\ell}$  bringt eine gegebene Binärzahl auf eine feste Länge, indem sie mit Nullen vorne aufgefüllt wird. Formell wird sie definiert als:

$$\mathsf{bin}_\ell(n) = 0^{\ell - |\mathsf{Repr}_2(n)|} \mathsf{Repr}_2(n)$$

- **bin**<sub>8</sub>(3) =  $0^{8-|\mathbf{Repr}_2(3)|}\mathbf{Repr}_2(3) = 0^{8-|11|} \cdot 11 = 0^{8-2} \cdot 11 = 0^6 \cdot 11 = 00000011$ .
- **bin**<sub>16</sub>(3) = 000000000000011.

## Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahler

Repräsentation von Zahlen

## Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

## Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

## Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

Beispiel:

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von Zahlen

### Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Was ist mit negative Zahlen?

- Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.
- Beispiel: 5 = 0101<sub>zkpl</sub>

## Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Was ist mit negative Zahlen?

Vollständige Induktion Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.

Formale Sprache

■ Beispiel:  $5 = 0101_{zkpl}$ ,  $-5 = 1101_{zkpl}$ .

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo Zahlen

## Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Was ist mit negative Zahlen?

- Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.
- Beispiel:  $5 = 0101_{zkpl}$ ,  $-5 = 1101_{zkpl}$ .

#### Zweierkomplement Darstellung

Die Zweierkomplementdarstellung einer Zahl x

## Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Was ist mit negative Zahlen?

- Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.
- Beispiel:  $5 = 0101_{zkpl}$ ,  $-5 = 1101_{zkpl}$ .

#### Zweierkomplement Darstellung

Die Zweierkomplementdarstellung einer Zahl x mit der Länge  $\ell$  ist wie folgt definiert:

## Zweierkomplement



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation vo Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung Was ist mit negative Zahlen?

- Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.
- Beispiel:  $5 = 0101_{zkpl}$ ,  $-5 = 1101_{zkpl}$ .

#### Zweierkomplement Darstellung

Die Zweierkomplementdarstellung einer Zahl x mit der Länge  $\ell$  ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \geq 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

## Zweierkomplement



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-Darstellung

Was ist mit negative Zahlen?

- Idee: Verwende das erste Bit, um zu speichern, ob die Zahl positiv oder negativ ist.
- Beispiel:  $5 = 0101_{zkpl}$ ,  $-5 = 1101_{zkpl}$ .

### Zweierkomplement Darstellung

Die Zweierkomplementdarstellung einer Zahl x mit der Länge  $\ell$  ist wie folgt definiert:

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \geq 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

Wieso ℓ − 1?

## Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zahlen

Repräsentation voi Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung  $\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \geq 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$ 

- **Zkpl**<sub>4</sub>(3) = 0011.
- Zkpl<sub>4</sub>(7)
- Zkpl₄(-5)
- Zkpl<sub>8</sub>(13)
- **Zkpl** $_{8}(-34)$
- Zkpl<sub>8</sub>(-9)

# Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Torriale opracin

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation vo

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- Zkpl<sub>4</sub>(3)
- **Zkpl**<sub>4</sub>(7) = 0111.
- Zkpl₄(-5)
- **Zkpl**<sub>8</sub>(13)
- **Zkpl** $_{8}(-34)$
- **Zkpl** $_{8}(-9)$

## Aufgaben zu **Zweierkomplement-Darstellung**



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \geq 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- $\blacksquare$  **Zkpl**<sub>4</sub>(3)
- $\blacksquare$  **Zkpl**<sub>4</sub>(7)
- **Zkpl**<sub>4</sub>(-5) = 1101.
- **Zkpl**<sub>8</sub>(13)
- **Zkpl**<sub>8</sub>(-34)
- $\blacksquare$  Zkpl<sub>8</sub>(-9)

# Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Repräsentation von

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- Zkpl<sub>4</sub>(3)
- **Zkpl**<sub>4</sub>(7)
- Zkpl₄(-5)
- **Zkpl**<sub>8</sub>(13) = 00001101.
- **Zkpl** $_{8}(-34)$
- **Zkpl** $_{8}(-9)$

# Aufgaben zu Zweierkomplement-Darstellung



Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und

Kodierung

Kodierung von

Danië a satati a sasa

Zahlen

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \geq 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- Zkpl<sub>4</sub>(3)
- **Zkpl**<sub>4</sub>(7)
- **Zkpl**<sub>4</sub>(-5)
- **Zkpl**<sub>8</sub>(13)
- **Zkpl**<sub>8</sub>(-34) = 10100010.
- Zkpl<sub>8</sub>(-9)

## Aufgaben zu **Zweierkomplement-Darstellung**



Lukas Bach Jukas.bach@student.kit.edu

Vollständige

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von

Zweierkomplement-Darstellung

$$\mathbf{Zkpl}_{\ell}(x) = \begin{cases} 0\mathbf{bin}_{\ell-1}(x) & \text{falls } x \ge 0 \\ 1\mathbf{bin}_{\ell-1}(2^{\ell-1} + x) & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

- $\blacksquare$  **Zkpl**<sub>4</sub>(3)
- $\blacksquare$  **Zkpl**<sub>4</sub>(7)
- $\blacksquare$  **Zkpl**<sub>4</sub>(-5)
- **Zkpl** $_{8}(13)$
- **Zkpl**<sub>8</sub>(-34)
- **Zkpl**<sub>8</sub>(-9) = 10001001.

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu

Vollständige Induktion

Formale Sprache

Übersetzung und Kodierung

Kodierung von Zahlen

Repräsentation von Zahlen

