

Grundbegriffe der Informatik

Tutorium 33

Lukas Bach, lukas.bach@student.kit.edu | 15.12.2016



Prädikatenlogik (PL)

Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von
“Prädikaten”

Prädikatenlogik

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.

Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)
- \exists Existenzquantor

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)
- \exists Existenzquantor ($\exists x$ heißt “es existiert min. ein x ... für das gilt...”)

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)
- \exists Existenzquantor ($\exists x$ heißt “es existiert min. ein x ... für das gilt...”)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)
- \exists Existenzquantor ($\exists x$ heißt “es existiert min. ein x ... für das gilt...”)
- $x, y, z, x_i \in \text{Var}_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in \text{Const}_{PL}$ Konstanten

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)
- \exists Existenzquantor ($\exists x$ heißt “es existiert min. ein x ... für das gilt...”)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)
- \exists Existenzquantor ($\exists x$ heißt “es existiert min. ein x ... für das gilt...”)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)
- \exists Existenzquantor ($\exists x$ heißt “es existiert min. ein x ... für das gilt...”)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)
- \doteq Objektgleichheit

Grundlagen zu Prädikatenlogik

Prädikatenlogik (PL) **erweitert** Aussagenlogik durch Ergänzen von “Prädikaten”, einer Art von Funktionen, die Wahrheitswerte zurückgeben.
Alphabet der Prädikatenlogik:

- $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, (,)$, also Alphabet der Aussagenlogik.
- \forall Allquantor ($\forall x$ heißt “für alle x gilt...”)
- \exists Existenzquantor ($\exists x$ heißt “es existiert min. ein x ... für das gilt...”)
- $x, y, z, x_i \in Var_{PL}$ Variablen
- $c, d, c_i \in Const_{PL}$ Konstanten
- $f, g, h, f_i \in Fun_{PL}$ Funktionen
- $R, S, R_i \in Rel_{PL}$ Relationen (funktionieren ähnlich wie Funktionen)
- \doteq Objektgleichheit
- $,$ Komma

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über

$$A_{Ter} := \{ (,), , \} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}.$$

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über

$$A_{Ter} := \{ (,), , \} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}.$$

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über

$$A_{Ter} := \{ (,), , \} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}.$$

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über

$$A_{Ter} := \{ (,), , \} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}.$$

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$
- Relation von Termen $R(t_1, t_2, \dots)$

Stelligkeit einer Funktion

Die Stelligkeit $ar(f) \in \mathbb{N}_+$ einer Funktion gibt die Anzahl der Parameter von f an.

Terme

Ein Term ist ein Element aus der Sprache über

$$A_{Ter} := \{ (,), , \} \cup Var_{PL} \cup Const_{PL} \cup Fun_{PL}.$$

Atomare Formeln

Atomare Formeln sind zum Beispiel

- Objektgleichheiten $f_1 \doteq f_2$
- Relation von Termen $R(t_1, t_2, \dots)$

Stelligkeit einer Funktion

Die Stelligkeit $ar(f) \in \mathbb{N}_+$ einer Funktion gibt die Anzahl der Parameter von f an. (Analog Stelligkeit von Relationen $ar(R)$)

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Prädikatenlogik

- Woraus kann ein Term bestehen?

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Prädikatenlogik

- Woraus kann ein Term bestehen?

→ Aus Klammern $(,)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Prädikatenlogik

- Woraus kann ein Term bestehen?
- Aus Klammern $(,)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.
- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$,
 $R(x, g(c, f(y, x)))$?

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Prädikatenlogik

- Woraus kann ein Term bestehen?
 - Aus Klammern $(,)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.
- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$,
 $R(x, g(c, f(y, x)))$?
 - Nein, ja.

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Prädikatenlogik

- Woraus kann ein Term bestehen?
 - Aus Klammern $(,)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.
- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$,
 $R(x, g(c, f(y, x)))$?
 - Nein, ja.
- Was sind die Stelligkeiten folgender Funktionen:
 $f(a, b, c)$, $g(a)$, $h(a, b)$?

Verständnis von Termen, Atomaren Formeln, Stelligkeit

Prädikatenlogik

- Woraus kann ein Term bestehen?
 - Aus Klammern $(,)$, Kommas $,$, Variablen, Konstanten, Funktionen.
- Was davon sind atomare Formeln: $R(x) \wedge S(f(x, c))$,
 $R(x, g(c, f(y, x)))$?
 - Nein, ja.
- Was sind die Stelligkeiten folgender Funktionen:
 $f(a, b, c)$, $g(a)$, $h(a, b)$?
 - 3, 1, 2.

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik
 $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

Prädikatenlogik

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik
 $G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

Prädikatenlogik

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik

$G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$
($m = \text{Maximale Stelligkeit von Funktionen}$)

Prädikatenlogik

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik

$G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$
(m = Maximale Stelligkeit von Funktionen)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind

Prädikatenlogik

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik

$G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$
($m = \text{Maximale Stelligkeit von Funktionen}$)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind
- Produktionen

$L_{i+1} \rightarrow L_i, T$ für jedes $i \in \mathbb{N}_+$ mit $i < m$

$L_1 \rightarrow T$

$T \rightarrow c_i$ für jedes $c_i \in \text{Const}_{PL}$

$T \rightarrow x_i$ für jedes $x_i \in \text{Var}_{PL}$

$T \rightarrow f_i(L_{ar(f_i)})$ für jedes $f_i \in \text{Fun}_{PL}$

Grammatik der Prädikatenlogik

Prädikatenlogische Formeln werden durch die Grammatik

$G := (N_{Ter}, A_{Ter}, T, P_{Ter})$ erzeugt mit:

- $m + 1$ Nichtterminalsymbolen $N_{Ter} := \{T\} \cup \{L_i | i \in \mathbb{N}_+ \text{ und } i \leq m\}$
(m = Maximale Stelligkeit von Funktionen)
- Terminalsymbolen: Alphabet, aus dem Terme erzeugbar sind
- Produktionen

$L_{i+1} \rightarrow L_i, T$ für jedes $i \in \mathbb{N}_+$ mit $i < m$

$L_1 \rightarrow T$

$T \rightarrow c_i$ für jedes $c_i \in Const_{PL}$

$T \rightarrow x_i$ für jedes $x_i \in Var_{PL}$

$T \rightarrow f_i(L_{ar(f_i)})$ für jedes $f_i \in Fun_{PL}$

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2$, $ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit
 $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und
Variablen x, y gegeben. Was kann man
damit machen?

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$

- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$

$$L_1 \rightarrow T$$

$$T \rightarrow c$$

$$T \rightarrow x$$

$$T \rightarrow y$$

$$T \rightarrow g(L_1)$$

$$T \rightarrow f(L_2)\}$$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$
 $L_1 \rightarrow T$
 $T \rightarrow c$
 $T \rightarrow x$
 $T \rightarrow y$
 $T \rightarrow g(L_1)$
 $T \rightarrow f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln
entsprechen dieser
Grammatik?

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2$, $ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$
 $L_1 \rightarrow T$
 $T \rightarrow c$
 $T \rightarrow x$
 $T \rightarrow y$
 $T \rightarrow g(L_1)$
 $T \rightarrow f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln
entsprechen dieser
Grammatik?

- $f(c, g(x))$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$
 $L_1 \rightarrow T$
 $T \rightarrow c$
 $T \rightarrow x$
 $T \rightarrow y$
 $T \rightarrow g(L_1)$
 $T \rightarrow f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln
entsprechen dieser
Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$
 $L_1 \rightarrow T$
 $T \rightarrow c$
 $T \rightarrow x$
 $T \rightarrow y$
 $T \rightarrow g(L_1)$
 $T \rightarrow f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln
entsprechen dieser
Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$
 $L_1 \rightarrow T$
 $T \rightarrow c$
 $T \rightarrow x$
 $T \rightarrow y$
 $T \rightarrow g(L_1)$
 $T \rightarrow f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln
entsprechen dieser
Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c))))$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$
 $L_1 \rightarrow T$
 $T \rightarrow c$
 $T \rightarrow x$
 $T \rightarrow y$
 $T \rightarrow g(L_1)$
 $T \rightarrow f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln
entsprechen dieser
Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c)$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$
 $L_1 \rightarrow T$
 $T \rightarrow c$
 $T \rightarrow x$
 $T \rightarrow y$
 $T \rightarrow g(L_1)$
 $T \rightarrow f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln
entsprechen dieser
Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c, f)c$

Grammatik der Prädikatenlogik

Beispiel: Seien Funktionen f, g mit $ar(f) = 2, ar(g) = 1$, Konstante c und Variablen x, y gegeben. Was kann man damit machen?

Dann:

- $N_{Ter} = \{T, L_1, L_2\}$
- $P_{Ter} = \{L_2 \rightarrow L_1, T$
 $L_1 \rightarrow T$
 $T \rightarrow c$
 $T \rightarrow x$
 $T \rightarrow y$
 $T \rightarrow g(L_1)$
 $T \rightarrow f(L_2)\}$

Aufgabe zu Grammatiken und Prädikatenlogik

Welche dieser Formeln
entsprechen dieser
Grammatik?

- $f(c, g(x))$
- $f(x, y, c)$
- $g(f(c, c))$
- $g(g(f(g(x), g(f(c, c)))))$
- $g(c, f)c$

Bilde die Ableitungsbäume zu
den korrekten Formeln.

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere.

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

■ \forall/\exists

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

■ $\forall/\exists, \neg$

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

■ $\forall/\exists, \neg, \wedge$

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

■ $\forall/\exists, \neg, \wedge, \vee$

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

■ $\forall/\exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow$

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

■ $\forall/\exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Bindungsstärke

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

■ $\forall/\exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Finde äquivalente Formeln, die mit möglichst wenig Klammern auskommen:

Bindungsstärken

Verschiedene Operanden “binden” stärker als andere. Wenn ein Operand stärker als die umliegenden Operanden bindet, tritt derselbe Effekt auf, wie wenn Klammerung geschehen würde.

Bindungsstärken absteigend:

- $\forall/\exists, \neg, \wedge, \vee, \rightarrow / \leftarrow, \leftrightarrow$

Finde äquivalente Formeln, die mit möglichst wenig Klammern auskommen:

- $\exists x \forall y (R(f(x), g(x)) \vee \forall z R(c, x))$

Lukas Bach, lu-
kas.bach@student.kit.edu

Prädikatenlogik

Lukas Bach, lu-
kas.bach@student.kit.edu

Prädikatenlogik

■ $\forall x p(x)$ heißt

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
 - Zum Beispiel $p(x, y) :=$ "Person x ist mit Person y verheiratet."

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \quad p(x, y) = \exists y \forall x \quad p(x, y)$?
 - Zum Beispiel $p(x, y) :=$ "Person x ist mit Person y verheiratet."
 - Also:

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \ p(x, y) = \exists y \forall x \ p(x, y)$?
 - Zum Beispiel $p(x, y) :=$ "Person x ist mit Person y verheiratet."
 - Also:
 - $\forall x \exists y \ p(x, y)$ = Für jede Person x gibt es eine Person y , mit der x verheiratet ist.

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \ p(x, y) = \exists y \forall x \ p(x, y)$?
 - Zum Beispiel $p(x, y) :=$ "Person x ist mit Person y verheiratet."
 - Also:
 - $\forall x \exists y \ p(x, y)$ = Für jede Person x gibt es eine Person y , mit der x verheiratet ist.
 - $\exists y \forall x \ p(x, y)$ = Es gibt eine Person y , sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \ p(x, y) = \exists y \forall x \ p(x, y)$?
 - Zum Beispiel $p(x, y) :=$ "Person x ist mit Person y verheiratet."
 - Also:
 - $\forall x \exists y \ p(x, y) =$ Für jede Person x gibt es eine Person y , mit der x verheiratet ist.
 - $\exists y \forall x \ p(x, y) =$ Es gibt eine Person y , sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.
 - Eher nicht.

Prädikatenlogik

- $\forall x p(x)$ heißt: für alle $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- $\exists x p(x)$ heißt: für (mindestens) ein $x \in D$ gilt die Aussage $p(x)$.
- Gilt $\forall x \exists y \ p(x, y) = \exists y \forall x \ p(x, y)$?
 - Zum Beispiel $p(x, y) :=$ "Person x ist mit Person y verheiratet."
 - Also:
 - $\forall x \exists y \ p(x, y)$ = Für jede Person x gibt es eine Person y , mit der x verheiratet ist.
 - $\exists y \forall x \ p(x, y)$ = Es gibt eine Person y , sodass für alle Personen x gilt, dass x mit allen Personen y verheiratet ist.
 - Eher nicht. Reihenfolge ist also wichtig!

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x))$

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x))$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y ?

Prädikatenlogik

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x))$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y ?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man **frei**.

Prädikatenlogik

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x))$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y ?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man **frei**.

Überschattung ist möglich

Prädikatenlogik

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x))$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y ?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man **frei**.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den **nächsten** Quantor.

Prädikatenlogik

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x))$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y ?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man **frei**.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den **nächsten** Quantor.

- Ist $\forall x (p(x) \wedge \forall x (\neg p(x)))$ erfüllbar?

Prädikatenlogik

Quantoren binden Variablen nur zu der zugehörigen Teilformel.

- Zum Beispiel: $p(x) \wedge \forall x \exists y (p(x) \wedge q(x, y, z) \rightarrow r(x))$
- Welcher Teil der Formel muss für alle x gelten? Welcher für alle y ?
- Variablen, die nicht im Wirkungsbereich eines Quantors liegen, nennt man **frei**.

Überschattung ist möglich, daher durch Quantoren definierte Variablen beziehen sich immer auf den **nächsten** Quantor.

- Ist $\forall x (p(x) \wedge \forall x (\neg p(x)))$ erfüllbar?
- Ja: $\forall x (p(x) \wedge \forall \hat{x} (\neg p(\hat{x})))$

Substitution ist möglich.

Prädikatenlogik

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y))$

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y)))$

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y))) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y))) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x, y))$

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y))) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x, y)) = p(f(z)) \wedge q(y, x)$

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y))) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x, y)) = p(f(z)) \wedge q(y, x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y))) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x, y)) = p(f(z)) \wedge q(y, x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

- $p(x) \rightarrow \forall x \exists y (p(x) \wedge q(y, z) \leftrightarrow \forall z (q(x, z)))$

Bindungsbereich von Quantoren

Substitution ist möglich. Dabei wird eine **freie** Variable durch einen Term ersetzt, die Substitution wird mit $\beta[a/b]$ bezeichnet, wobei a durch b ersetzt wird.

Führe die folgenden Substitutionen durch:

- $\beta[x/5](p(x) \vee q(x, y)) = p(5) \vee q(5, y)$
- $\beta[x/5](p(x) \vee \forall x(q(x, y))) = p(5) \vee \forall x(q(x, y))$
- $\beta[x/y, y/x, z/f(z)](p(z) \wedge q(x, y)) = p(f(z)) \wedge q(y, x)$

Welche der Variablen sind gebunden (und durch welche Quantoren), welche sind frei?

- $p(x) \rightarrow \forall x \exists y (p(x) \wedge q(y, z) \leftrightarrow \forall z (q(x, z)))$
- $\forall y (p(f(x, y))) \vee \exists z (q(z, f(y, z)))$

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

Prädikatenlogik

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I)

Prädikatenlogik

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...

Prädikatenlogik

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{\text{ar}(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{\text{ar}(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$
 - $I(R_i) \subseteq D^{\text{ar}(R_i)}$ für $R_i \in \text{Rel}_{PL}$

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{ar(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$
 - $I(R_i) \subseteq D^{ar(R_i)}$ für $R_i \in \text{Rel}_{PL}$
 - I weist also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{\text{ar}(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$
 - $I(R_i) \subseteq D^{\text{ar}(R_i)}$ für $R_i \in \text{Rel}_{PL}$
 - I weist also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
 - Variablenbelegung $\beta : \text{Var}_{PL} \rightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{\text{ar}(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$
 - $I(R_i) \subseteq D^{\text{ar}(R_i)}$ für $R_i \in \text{Rel}_{PL}$
 - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
 - Variablenbelegung $\beta : \text{Var}_{PL} \rightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
 - β definiert also Variablenwerte

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{\text{ar}(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$
 - $I(R_i) \subseteq D^{\text{ar}(R_i)}$ für $R_i \in \text{Rel}_{PL}$
 - I weist also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
 - Variablenbelegung $\beta : \text{Var}_{PL} \rightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
 - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{\text{ar}(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$
 - $I(R_i) \subseteq D^{\text{ar}(R_i)}$ für $R_i \in \text{Rel}_{PL}$
 - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
 - Variablenbelegung $\beta : \text{Var}_{PL} \rightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
 - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \rightarrow D \cup \mathbb{B}$

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{\text{ar}(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$
 - $I(R_i) \subseteq D^{\text{ar}(R_i)}$ für $R_i \in \text{Rel}_{PL}$
 - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
 - Variablenbelegung $\beta : \text{Var}_{PL} \rightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
 - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \rightarrow D \cup \mathbb{B}$ weißt einer prädikatenlogischen Formel eine Bedeutung

Semantik von prädikatenlogischen Formeln

Um prädikatenlogische Formeln zu interpretieren, brauchen wir einige neue Mengen:

- Interpretation (D, I) , bestehend aus...
 - Universum $D \neq \emptyset$ mit...
 - $I(c_i) \in D$ für $c_i \in \text{Const}_{PL}$
 - $I(f_i) : D^{\text{ar}(f_i)} \rightarrow D$ für $f_i \in \text{Fun}_{PL}$
 - $I(R_i) \subseteq D^{\text{ar}(R_i)}$ für $R_i \in \text{Rel}_{PL}$
 - I weißt also den Komponenten Bedeutungen zu, “definiert diese”
 - Variablenbelegung $\beta : \text{Var}_{PL} \rightarrow D$, z.B. $\beta(x) := 3, \beta(y) := 11$
 - β definiert also Variablenwerte
- Damit können wir prädikatenlogische Formeln definieren!

$val_{D,I,\beta}$

Die Funktion $val_{D,I,\beta} : L_{Ter} \cup L_{For} \rightarrow D \cup \mathbb{B}$ weißt einer prädikatenlogischen Formel eine Bedeutung (Wahrheitsgehalt für Formeln und Element des Universums für Terme) zu.

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I ?

Prädikatenlogik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I ? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Prädikatenlogik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I ? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Prädikatenlogik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I ? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Prädikatenlogik

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I ? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I ? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Unterschied zwischen $val_{D,I,\beta}$ und I ? I ist für Einzelteilen (Konstanten, Funktionen, Relationen) eine Bedeutung zuweist, und $val_{D,I,\beta}$ einer ganzen Formel eine Bedeutung zuweist.

Beispiel:

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w : \Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w : \Leftrightarrow x \geq y$.

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

■ $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_1)$?

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w : \Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w : \Leftrightarrow x \geq y$.

■ $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_1)$?

■ Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$.

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

■ $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_1)$?

■ Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

■ $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_1)$?

■ Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D, I, \beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D, I, \beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D, I, \beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \rightarrow \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_2)$?

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \rightarrow \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
 - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \rightarrow \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
 - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
 - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x))$

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \rightarrow \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
 - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
 - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x))$

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) \mid x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \rightarrow \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
 - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
 - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7))$

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) \mid x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D, I, \beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D, I, \beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \rightarrow \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D, I, \beta}(T_2)$?
 - $val_{D, I, \beta}(p(x)) = w$
 - $val_{D, I, \beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D, I, \beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D, I, \beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) \mid x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \rightarrow \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
 - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
 - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.
 - $val_{D,I,\beta}(p(y)) = w$ für $y \geq 5$.

Beispiel zur Semantik

Sei $D := \mathbb{N}_0$, $I(c) := 10$, $ar(f) := 2$, $ar(p) := 1$, $ar(q) := 2$, $\beta(x) := 7$.

Sei $I(f) : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(x, y) \mapsto x - y$.

Sei $ar(R) := 2$, $I(R) := \{(x, y) | x \leq y\}$.

Sei $I(p(x)) = w :\Leftrightarrow x \geq 5$, $I(q(x, y)) = w :\Leftrightarrow x \geq y$.

- $T_1 := p(x) \rightarrow \exists y(q(y, x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_1)$?
 - Wähle $y = 8 \in \mathbb{N}_0$. Dann: $I(q(8, 7)) = w$, $I(p(8)) = w$, also $val_{D,I,\beta}(\exists y(q(y, x) \wedge p(y))) = w$, und $val_{D,I,\beta}(T_1) = w$.
- $T_2 := p(x) \rightarrow \exists y(q(f(c, y), x) \wedge p(y))$, was ist $val_{D,I,\beta}(T_2)$?
 - $val_{D,I,\beta}(p(x)) = w$
 - $val_{D,I,\beta}(q(f(c, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(f(10, y), x)) = val_{D,I,\beta}(q(10 - y, 7)) = w$ für $y \in \{0, 1, 2\}$.
 - $val_{D,I,\beta}(p(y)) = w$ für $y \geq 5$.
 - Also: $val_{D,I,\beta}(T_2) = f$.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
■ $\forall x \exists y (Männlich(x) \rightarrow Mutter(y, x))$

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
 - $\forall x \exists y (Männlich(x) \rightarrow Mutter(y, x))$
 - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben?

Prädikatenlogik

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
 - $\forall x \exists y (Männlich(x) \rightarrow Mutter(y, x))$
 - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
 - $\forall x \exists y (Männlich(x) \rightarrow Mutter(y, x))$
 - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?
- Jeder Mann hat Kinder (plural!).

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede männliche Person hat eine Mutter.
 - $\forall x \exists y (Männlich(x) \rightarrow Mutter(y, x))$
 - Kann eine Person jetzt auch mehr als eine Mutter haben? Widerspricht das der ursprünglichen Aussage?
- Jeder Mann hat Kinder (plural!).
 - $\forall x \exists y \exists z (Männlich(x) \rightarrow (Vater(x, y) \wedge Vater(x, z) \wedge \neg(y = z)))$

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
 - $\forall x \forall y \forall z (Weiblich(x) \wedge ((Männlich(y) \wedge Männlich(z) \wedge \neg(y = z) \wedge Verheiratet(x, y)) \rightarrow \neg Verheiratet(x, z)))$

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
 - $\forall x \forall y \forall z (Weiblich(x) \wedge ((Männlich(y) \wedge Männlich(z) \wedge \neg(y = z) \wedge Verheiratet(x, y)) \rightarrow \neg Verheiratet(x, z)))$
- Wer männlich ist, ist nicht weiblich und umgekehrt.

Aufgaben zu Prädikatenlogik

Gegeben sind folgende Prädikate:

- $Vater(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ Vater von } y \text{ ist, analog } Mutter(x, y).$
- $Männlich(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ männlich ist, analog } Weiblich(x).$
- $Verheiratet(x, y) := \text{wahr, gdw. } x \text{ und } y \text{ verheiratet sind.}$

Drücke die folgenden Aussagen mit prädikatenlogischen Formeln aus:

- Jede Frau ist mit höchstens einem Mann verheiratet.
 - $\forall x \forall y \forall z (Weiblich(x) \wedge ((Männlich(y) \wedge Männlich(z) \wedge \neg(y = z) \wedge Verheiratet(x, y)) \rightarrow \neg Verheiratet(x, z)))$
- Wer männlich ist, ist nicht weiblich und umgekehrt.
 - $\forall x (Männlich(x) \rightarrow \neg Weiblich(x) \wedge Weiblich(x) \rightarrow \neg Männlich(x))$

Grundbegriffe der Informatik

Lukas Bach, lu-
kas.bach@student.kit.edu

Prädikatenlogik



That's all Folks!