

Institut für Meteorologie und Geophysik
der Universität Wien

Analyse eines Fehlers in der Definition der Hitzemetrik *Cumulative Heat*

Bachelorarbeit im Wintersemester 2023/24

von

Stephan Hajek

Betreuer: Dr. Lukas Brunner
Univ.-Prof. Dr. Aiko Voigt

Meteorologie (Bachelor)

Wien, 16. Februar, 2024

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	2
1.1 Motivation	2
1.2 Die Definition eines Hitzetages	2
1.2.1 Die Berechnung eines auf eine Perzentile basierenden Schwellwertes für den <i>Cumulative Heat Index</i>	3
1.3 Der Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen nach <i>Brunner</i> und <i>Voigt</i>	5
2 Daten und Methoden	7
2.1 ERA5 Reanalysedaten	7
2.2 Desaisonalisierung des Datensatzes	7
2.3 Definition eines Hitzetages	8
2.4 Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen	8
2.5 Definition der <i>Cumulative Heat</i>	8
2.6 <i>Cumulative Heat Bias</i>	10
2.6.1 Globale Verteilung	10
2.6.2 Komponentenweise Darstellung	10
3 Resultate	13
3.1 Globale Verteilung des <i>Cumulative Heat Bias</i>	13
3.2 Aufteilung des <i>Cumulative Heat Bias</i> in seine Komponenten	14
4 Diskussion und Zusammenfassung	17
5 Anhang	19

¹ Abstract

² Vor dem Hintergrund des vom Menschen verursachten Klimawandels ist die Erforschung
³ der räumlichen und zeitlichen Verteilung von Extremtemperaturen von großer Relevanz.
⁴ Eine in diesem Zusammenhang häufig betrachtete Größe ist der Hitzetag, der durch die
⁵ Überschreitung einer Perzentile definiert ist. Seine Definition ist Ausgangspunkt weiter-
⁶ führender Hitzemetriken wie dem *Cumulative Heat Index*. Brunner und Voigt ([akzeptiert](#))
⁷ konnten bereits feststellen, dass die Wahl eines 31 Tage Fensters bei der Berechnung der
⁸ Perzentilen zu einer systematischen Unterschätzung in der globalen Häufigkeit von Hitze-
⁹ tagen führt. Darauf aufbauend sollen die Auswirkungen auf den *Cumulative Heat Index*
¹⁰ an Hand des eingeführten *Cumulative Heat Bias* untersucht werden.
¹¹ Es kann gezeigt werden, dass der *Cumulative Heat Index*, mit einem globalen Bias von
¹² -13.7%, ebenfalls unterschätzt wird. Regional steigt der Bias auf über -50% an.
¹³ In einem nächsten Schritt werden die Komponenten des *Cumulative Heat Bias* ermittelt.
¹⁴ Diese lassen sich auf ein fehlerhaftes Abbilden der Häufigkeit sowie der Intensität von Hit-
¹⁵ zetagen zurückführen.
¹⁶ Die Ergebnisse dieser Arbeit unterstreichen die zentrale Bedeutung einer von Brunner und
¹⁷ Voigt ([akzeptiert](#)) beschriebenen Biaskorrektur bei der Wahl eines Zeitfenster zu Berech-
¹⁸ nung von Perzentilwerten. In Anbetracht der klimawandelbedingten Intensivierung von
¹⁹ Extremwetterereignissen ist die Biaskorrektur für die Erforschung des aktuellen und zu-
²⁰ künftigen Klimas in den meisten Fällen unerlässlich.

21 1 Einleitung

22 1.1 Motivation

23 Auf Grund anthropogener Treibhausgasemissionen und dem daraus resultierenden Klima-
24 wandel nehmen Extremereignisse in Wetter und Klima, sowohl in der Frequenz als auch in
25 der Intensität, in Bezug auf das vorindustrielle Niveau zu (IPCC AR6 WG1 2023). Davon
26 besonders betroffen sind Temperaturextrema, die bereits das gegenwärtige Klima prägen
27 (IPCC AR6 WG1 2023). Deren Häufigkeit und Intensität werden mit steigender globaler
28 Durchschnittstemperatur auf globalem und kontinentalem Maßstab sowie in fast allen
29 bewohnten Regionen weiter ansteigen. (IPCC AR6 WG1 2023).

30 Bei der räumlichen und zeitlichen Erforschung der Temperaturextrema spielt die Definition
31 des Hitzetages eine entscheidende Rolle. Sie bildet die Grundlage für in der Fachliteratur
32 gängige Hitzewellenmetriken, wie beispielsweise dem *Cumulative Heat Index* in Perkins-
33 Kirkpatrick und Lewis (2020) oder dem *Warm Spell Duration Index* sowie dem *Heat Wave*
34 *Magnitude Index* in Russo u. a. (2014). Verlässliche Ergebnisse dieser Metriken sind sowohl
35 für das heutige Klima als auch im Kontext des voranschreitenden Klimawandels essentiell.
36 Die Überprüfung auf mögliche systematische Fehler, die sich in weiterer Folge auf abgeleitete
37 Metriken auswirken könnten, ist daher von großer Bedeutung.

38 Brunner und Voigt (akzeptiert) konnten bereits an Hand der Analyse von Reanalyse- und
39 Klimamodelldaten zeigen, dass ein solcher Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen, unter
40 Verwendung einer in der Fachliteratur gängigen Definition eines Hitzetages, tatsächlich
41 existiert. Darauf aufbauend lautet die Fragestellung hinter dieser Arbeit:

42 Wie wirkt sich der von Brunner und Voigt (akzeptiert) beschriebene Bias in der
43 Definition eines Hitzetages auf den *Cumulative Heat Index* aus?

44 Diesbezüglich soll ein *Cumulative Heat Bias* formuliert und dieser in seine Komponenten
45 aufgespaltet werden. In Anbetracht der Ergebnisse von Brunner und Voigt (akzeptiert) für
46 Klimamodelldaten sollen anschließend auch die Auswirkungen des Bias auf das zukünftige
47 Klima diskutiert werden.

48 In einem ersten Schritt gilt es jedoch die Definition eines Hitzetages zu klären und in den
49 von Brunner und Voigt (akzeptiert) beschriebenen Bias einzuführen.

50 1.2 Die Definition eines Hitzetages

51 Für die Definition eines Hitzetages als Größe zur Beschreibung von Temperaturextrema
52 existieren in der Fachliteratur unterschiedliche Ansätze (Ummenhofer und Meehl 2017).
53 Die Wahl des Ansatzes ist von den Effekten abhängig, die aus einem Hitzetag resultieren

54 und in weiterer Folge untersucht werden sollen. Von großer Relevanz ist hierbei die glo-
55 bale Betrachtung der Auswirkungen auf regionale Ökosysteme, da diese an die jeweiligen
56 klimatischen Bedingungen angepasst sind (Ummenhofer und Meehl 2017). Extreme Ab-
57 weichungen von den klimatischen Bedingungen stellen für ihre Individuen eine existenzielle
58 Bedrohung dar (Ummenhofer und Meehl 2017).

59 Um besagte globale Auswirkungen ermitteln zu können, bedarf es einer Definition eines
60 Hitzetages, die an das Klima der jeweiligen Region angepasst ist. Dies ermöglicht, dass
61 Hitzetage sowohl an jedem Tag im Jahr als auch an jedem Punkt der Erde gleichermaßen
62 auftreten können. Somit kann ihre zeitliche sowie räumliche Verteilung erforscht werden.

63 Laut dem sechsten IPCC Bericht, in Zusammenfassung der Fachliteratur, sind Extrema
64 im Allgemeinen durch das Überschreiten eines Schwellwertes gekennzeichnet (IPCC AR6
65 WG1 2023). Dieser ist entweder absolut oder relativ, das heißt über eine bestimmte Per-
66 zentile, definiert (IPCC AR6 WG1 2023). Übertragen auf die gesuchte Definition eines
67 Hitzetages, kann also für den Schwellwert beispielsweise ein fixer Absolutwert von 35°C
68 für das Tagesmaximum der 2m Temperatur TX oder als Relativwert die 90. Perzentile für
69 TX gewählt werden (IPCC AR6 WG1 2023; Xu und Zhang 2022).

70 Anhand dieser beiden Beispiele ist gut erkennbar, dass der erste Ansatz die geforderten
71 Bedingungen von zeitlicher beziehungsweise räumlicher Vergleichbarkeit nicht erfüllt und
72 somit die Wahl eines absoluten Schwellwertes für die Definition eines Hitzetages in dem
73 hier geforderten Sinne nicht geeignet ist (Xu und Zhang 2022). Dieser Umstand wird bei
74 der Betrachtung zweier Extrembeispiele besonders offensichtlich. So erscheint ein Schwell-
75 wert für TX von 35°C in den Polregionen, aber auch in den Wintermonaten der mittleren
76 Breiten, bei dem derzeitig vorherrschenden Klima kaum erreichbar. Laut dieser Definition
77 gibt es in jenen Regionen beziehungsweise Jahreszeiten so gut wie keine Hitzetage.

78 Ein auf eine Perzentile basierender Schwellwert hingegen soll eine Anpassung des Schwell-
79 wertes an den Jahresgang und an die regionalen klimatischen Gegebenheiten ermöglichen,
80 indem die Perzentile für jeden Tag im Jahr und für jeden Punkt der Erde getrennt berech-
81 netzt wird (Brunner und Voigt akzeptiert). Aus diesem Grund ist der zweite Ansatz ein in
82 der Fachliteratur häufig gewählter Schwellwert zur Definition eines Hitzetages (Hirsch u. a.
83 2021; Russo u. a. 2014; Vogel u. a. 2020). Ebenso ist der *Cumulative Heat Index* auf einen
84 relativ definierten Schwellwert gestützt (Russo und Domeisen 2023).

85 **1.2.1 Die Berechnung eines auf eine Perzentile basierenden Schwellwertes für den**
86 ***Cumulative Heat Index***

87 *Cumulative Heat* ist ein in der Fachliteratur gängiger Index zur Erforschung von Hitzeereignis-
88 sen (Hirsch u. a. 2021; Perkins-Kirkpatrick und Lewis 2020; Russo und Domeisen 2023;
89 Vogel u. a. 2020). Auf Grund seines kummulativen Charakters eignet er sich gegenüber auf
90 zeitlichen Mittel basierenden Indizes besser zur Erfassung der Intensität von Hitzeereignis-
91 sen (Russo und Domeisen 2023). Er betrachtet alle Hitzetage innerhalb eines definierten
92 Zeitraums und resultiert aus der Summe der Abweichungen von der gemessenen TX zum
93 Schwellwert der TX aller im Zeitraum enthaltener Hitzetage (für eine detaillierte Erklä-

94 rung siehe Kapitel 2.5) (Russo und Domeisen 2023).
 95 Ein Hitzetag ist hierbei über einen relativen Schwellwert, konkret über die 90. Perzentile,
 96 definiert (Russo und Domeisen 2023). Im Folgenden wird die Vorgehensweise bei der
 97 Berechnung der 90. Perzentile skizziert, da diese wichtig für das Verständnis des im nach-
 98 folgenden Kapitel 1.3 eingeführten und von Brunner und Voigt (akzeptiert) festgestellten
 99 Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen ist.
 100 Die Berechnung erfolgt exemplarisch für den 7.12., also den 341. Tag im Jahr. Als Gitter-
 101 zelle wird jene Zelle mit den Koordinaten 48.75°N sowie 16.25°O (Wien) gewählt.
 102 Bei den verwendeten Daten handelt es sich um die TX des ERA5 Reanalyse Datensatzes
 103 im Zeitraum von 1981 bis 2010 (siehe Kapitel 2.1).
 104 Bei der Berechnung der 90. Perzentile könnte zunächst analog zu Abbildung 1a vorgegan-
 105 gen werden und für den Stichprobenumfang lediglich die 30 Werte der TX für den 7.12.
 106 innerhalb der 30 Jahre des besagten Zeitraums herangezogen werden. Dieser Ansatz hätte
 107 einen Schwellwert von 5.7°C zur Folge. Um einen statistisch aussagekräftigeren Schwellwert
 108 zu erhalten, ist es allerdings notwendig, analog zu Abbildung 1b, ein Zeitfenster um den
 109 zu betrachtenden Tag zu definieren, innerhalb dessen die Werte der TX in die Berechnung
 110 miteinbezogen werden (Brunner und Voigt akzeptiert). Dies ist auch beim *Cumulative Heat*
 111 Index der Fall (Perkins-Kirkpatrick und Lewis 2020).
 112 Das besagte Zeitfenster wird für dieses Beispiel auf 31 Tage festgelegt, wodurch sich der
 113 Stichprobenumfang für 30 Jahre auf 930 Werte erhöht. Berechnet man aus den 930 Wer-
 114 ten die 90. Perzentile, so erhält man einen Schwellwert von 7.9°C zur Definition eines
 115 Hitzetages.

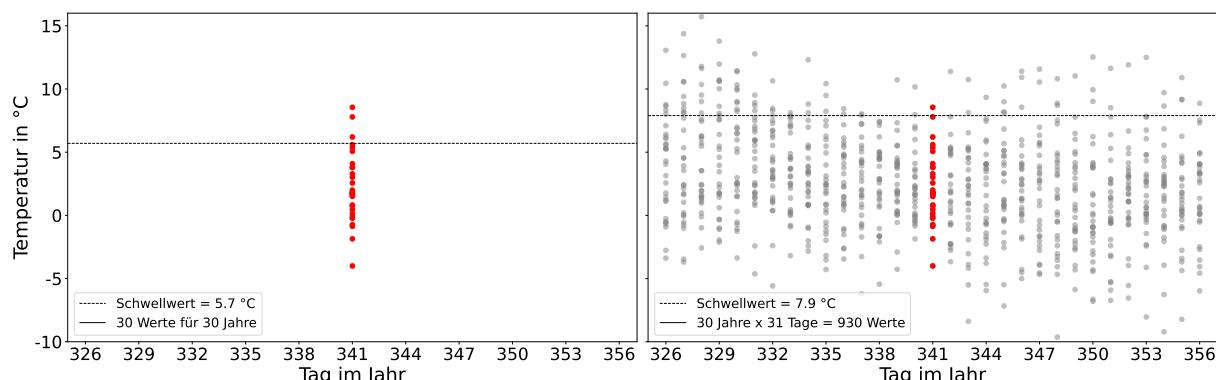


Abbildung 1: Berechnung der 90. Perzentile für den 7.12 (341. Tag im Jahr) für den *Cumulative Heat Index*. (a) In rot gekennzeichnet sind die Werte für TX für den 7.12, während in (b) in grauer Farbe die übrigen Werte des 31 Tage Fensters innerhalb der 30 Jahre dargestellt sind. Die horizontale Linie in (a) beziehungsweise (b) markiert den Schwellwert für einen Hitzetag von 5.7°C beziehungsweise 7.9°C.

116 Zusammenfassend ist der *Cumulative Heat Index* auf einen über die 90. Perzentile und
 117 einem Zeitfenster definierten Schwellwert gestützt (Russo und Domeisen 2023). Einerseits
 118 soll dies eine Anpassung des Schwellwertes an Ort und Zeit ermöglichen, andererseits die
 119 statistische Aussagekraft der Perzentile durch einen größeren Stichprobenumfang erhöhen

¹²⁰ (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)).
¹²¹ Allerdings beschreiben Brunner und Voigt ([akzeptiert](#)) in ihrer Arbeit *Pitfalls in diagnosing*
¹²² *temperature extremes* auch einen negativen Effekt, der aus der Hinzunahme eines solchen
¹²³ Zeitfensters resultiert. So führt diese zu einem Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen, wie
¹²⁴ das nachfolgende Kapitel zeigen soll (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)).

¹²⁵ 1.3 Der Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen nach *Brunner und* ¹²⁶ *Voigt*

¹²⁷ Brunner und Voigt ([akzeptiert](#)) zeigen, dass die zu erwartende Häufigkeit von Hitzetagen
¹²⁸ von 10% bei einem auf eine 90. Perzentile basierenden Schwellwert, unter Hinzunahme
¹²⁹ eines 31 Tage Fensters, systematisch unterschätzt wird. Die räumliche Verteilung des Bias
¹³⁰ ist in der untenstehenden Abbildung [2a](#) illustriert.

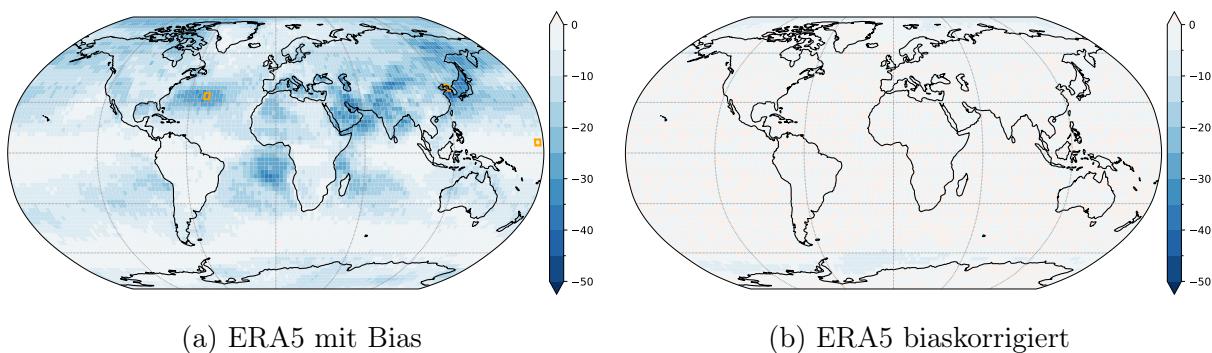


Abbildung 2: **Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen (%)** für (a) den unkorrigierten Datensatz und (b) den biaskorrigierten Datensatz. In (a) sind in orangener Umrahmung von West nach Ost die Gitterzellen für das Beispiel im Nordatlantik ($33.75^{\circ}\text{N}, 48.25^{\circ}\text{W}$), das Minimum an der Ostküste Chinas ($38.75^{\circ}\text{N}, 123.75^{\circ}\text{O}$) sowie für das Maximum im Pazifik ($6.25^{\circ}\text{N}, 176.25^{\circ}\text{O}$) gekennzeichnet. Die Daten stammen aus dem ERA5 Reanalyse Datensatz der TX im Zeitraum von 1981 bis 2010 (für Details siehe Kapitel [2.1](#)).

¹³¹ Global und für den Zeitraum von 1981 bis 2010 gemittelt beträgt der Bias -10.2%, regional
¹³² fällt er jedoch mit einem Minimum von -49.2% noch deutlich höher aus. Der Wert für das
¹³³ Maximum liegt bei 0.8%, jener der in Abbildung [2a](#) orange markierten Beispielzelle im
¹³⁴ Nordatlantik bei -31.8%.
¹³⁵ Diese durchaus starke Unterschätzung der Häufigkeit von Hitzetagen resultiert aus einer
¹³⁶ ungewollten Einbeziehung des mittleren Jahresganges in die Berechnung der 90. Perzentile,
¹³⁷ da diese von den jahreszeitlich bedingt wärmeren Tagen, die meistens am Rand des Zeit-
¹³⁸ fensters zu finden sind, dominiert wird (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)). Dieser Effekt wird
¹³⁹ durch einen starken Jahresgang begünstigt und durch eine hohe Tag-zu-Tag Variabilität
¹⁴⁰ der TX abgeschwächt, wodurch sich auch die regionalen Unterschiede im Bias erklären
¹⁴¹ lassen (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)).
¹⁴² Brunner und Voigt ([akzeptiert](#)) zeigen allerdings auch, dass die Unterschätzung in der

- 143 Häufigkeit von Hitzetagen durch eine Biaskorrektur weitestgehend entfernt werden kann.
 144 Dabei wird der mittlere Jahresgang der TX vom Temperaturdatensatz der TX abgezogen
 145 und somit Letzterer sozusagen desaisonalisiert (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)). Der mitt-
 146 lere Jahresgang wird dabei auf einer Tag-im-Jahr Basis und für jede Gitterzelle getrennt
 147 berechnet (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)).
 148 Die Auswirkungen der Biaskorrektur sind der Abbildung [2b](#) zu entnehmen. Diese zeigt,
 149 analog zu Abbildung [2a](#), die räumliche Verteilung der Unterschätzung in der Häufigkeit
 150 von Hitzetagen in Bezug auf die zu erwartenden 10%, nun allerdings für den korrigierten
 151 Datensatz. Diese ist sehr klein, was die hohe Effektivität der Biaskorrektur unterstreicht.
 152 In Abbildung [3](#) sollen zwei wichtige Effekte der Biaskorrektur konkret an Hand des Beispiels
 153 einer Gitterzelle im Nordatlantik gezeigt werden. Die Biaskorrektur bewirkt hier einerseits
 154 eine Zunahme an Hitzetagen (Tage 164, 165, 167 bis 172 und 177) und andererseits eine
 155 Zunahme in der Abweichung der TX zum Schwellwert, falls in beiden Datensätzen ein
 156 Hitzetag vorliegt (Tage 175 und 176).

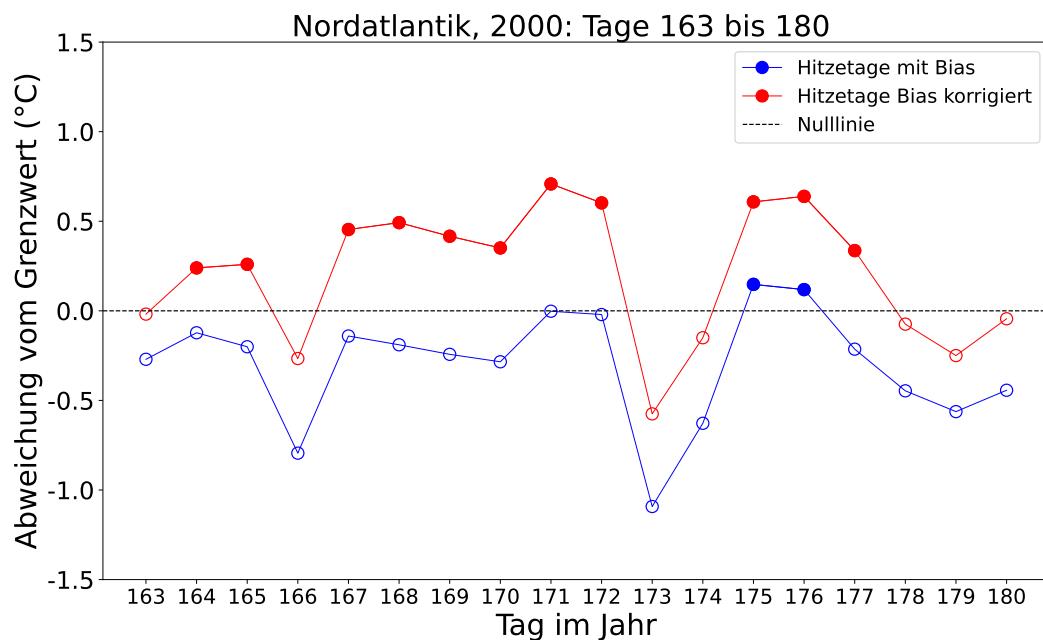


Abbildung 3: **Auswirkungen der Biaskorrektur an Hand des Beispiels Nordatlantik.** Zu sehen sind die Abweichungen der TX zum Schwellwert für die Tage 163 bis 180 im Jahr 2000. In rot markiert sind die Abweichungen des biaskorrigierten Datensatzes, in blau jene des unkorrigierten Datensatzes. Ausgefüllte Kreise kennzeichnen Hitzetage. Die Daten stammen aus dem ERA5 Reanalyse Datensatz der TX im Zeitraum von 1981 bis 2010 (für eine detaillierte Erklärung siehe Kapitel [2.1](#)).

- 157 Wie in Kapitel [1.2.1](#) beschrieben, sieht die Definition des *Cumulative Heat* Index vor,
 158 dass eben jene hier behandelten Abweichungen der TX zum Schwellwert aller Hitzeta-
 159 ge innerhalb eines definierten Zeitraums aufsummiert werden. Des Weiteren ist der global

160 betrachtete Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen mit -10.2% ebenfalls negativ. In An-
161 betracht dessen liegt die Vermutung einer globalen Unterschätzung der *Cumulative Heat*,
162 also eines negativen *Cumulative Heat* Bias, nahe. Ob diese These zutrifft und, falls ja,
163 aus welchen Komponenten ein solcher *Cumulative Heat* Bias zusammengesetzt ist, gilt es
164 im Zuge dieser Arbeit zu untersuchen. Die diesbezüglich benötigten Daten und Methoden
165 werden im folgenden Kapitel vorgestellt.

166 2 Daten und Methoden

167 Die Ergebnisse dieser Arbeit basieren auf einer Datenauswertung des ERA5 Reanalysedaten-
168 satzes (Kapitel 2.1). Zudem sind alle in dieser Arbeit gezeigten Abbildungen mit diesem
169 Datensatz erstellt worden.

170 Die benötigten Daten, sowie ein Skript zur Berechnung und graphischen Darstellung des
171 Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen (Kapitel 2.4), wurden dankenswerterweise von Dr.
172 Brunner zur Verfügung gestellt.

173 2.1 ERA5 Reanalysedaten

174 Bei dem verwendeten Datensatz handelt es sich um den ERA5 Reanalysedatensatz. Dieser
175 wurde vom *Copernicus Climate Change Service* (C3S) des *European Centre for Medium-
176 Range Weather Forecasts* (ECMWF) erstellt und beinhaltet globale Zeitreihen zahlreicher
177 Klimavariablen für die Atmosphäre, den Ozean und die Bodenoberfläche (Hersbach u. a.
178 2020). Der Datensatz reicht vom Jänner 1940 bis in die Gegenwart und besitzt für die
179 Atmosphäre eine räumliche Auflösung von 0.25° Breite x 0.25° Länge, bei 137 Höhenlevels
180 (Hersbach u. a. 2020). Die zeitliche Auflösung ist stündlich (Hersbach u. a. 2020).

181 Für die Datenauswertung dieser Arbeit werden die Tagesmaxima der 2m Temperatur TX
182 zwischen 1981 und 2010 betrachtet. Zur Vereinfachung werden die 29. Februar in Schalt-
183 Jahren entfernt, sodass jedes Jahr die Daten von 365 Tagen enthält. Außerdem wird die
184 räumliche Auflösung auf 2.5° Breite x 2.5° Länge interpoliert.

185 2.2 Desaisonalisierung des Datensatzes

186 Die Desaisonalisierung des Datensatzes erfolgt nach dem Ansatz von Brunner und Voigt
187 ([akzeptiert](#)). Für jede Gitterzelle und für jeden Tag im Jahr wird der Mittelwert der TX
188 aus den 30 Werten zwischen 1981 und 2010 berechnet. Die erhaltenen 365 Mittelwerte pro
189 Gitterpunkt repräsentieren den mittleren Jahresgang der TX an dem jeweiligen Gitter-
190 punkt. Die Desaisonalisierung des Datensatzes erfolgt schließlich durch die Bildung der
191 Differenz aus dem Temperaturdatensatz der TX und dem mittleren Jahresgang.

¹⁹² 2.3 Definition eines Hitzetages

¹⁹³ Hitzetage werden analog zur Definition aus Kapitel 1.2.1 ermittelt. Dementsprechend wird
¹⁹⁴ für jeden Tag im Jahr und für jede Gitterzelle ein Schwellwert über die Berechnung der 90.
¹⁹⁵ Perzentile festgelegt. Zur Berechnung der 90. Perzentile kommt zudem ein 31 Tage Fenster
¹⁹⁶ zur Anwendung. Ein entsprechendes Beispiel kann ebenfalls in Kapitel 1.2.1 nachgelesen
¹⁹⁷ werden.

¹⁹⁸ 2.4 Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen

¹⁹⁹ Der von Brunner und Voigt ([akzeptiert](#)) festgestellte Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen,
²⁰⁰ f_{Bias} , wurde bereits im Kapitel 1.3 motiviert. Er beschreibt die relative Abweichung in der
²⁰¹ Häufigkeit von Hitzetagen $f_{Hitzetage}$, bezogen auf die zu erwartende Häufigkeit (Brunner
²⁰² und Voigt [akzeptiert](#)). Die Frequenz, $f_{Hitzetage}$, ergibt sich aus dem Verhältnis aus der
²⁰³ Anzahl an Hitzetagen und der Gesamtanzahl der betrachteten Tage (Brunner und Voigt
²⁰⁴ [akzeptiert](#)).

$$f_{Hitzetage} = \frac{Hitzetage}{\text{Tagen, gesamt}} \cdot 100\% \quad (1)$$

²⁰⁵ Da der Schwellwert für einen Hitzetag über die 90. Perzentile definiert ist (vgl. Kapitel
²⁰⁶ 2.3), kann die zu erwartende Häufigkeit exakt auf 10% festgelegt werden (Brunner und
²⁰⁷ Voigt [akzeptiert](#)). Sie dient als die zu erreichende Referenz.
²⁰⁸ Aus dem Verhältnis aus Abweichung von $f_{Hitzetage}$ minus Referenz und der Referenz selbst
²⁰⁹ resultiert f_{Bias} als relative Abweichung von der Referenz in %. (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)).

$$f_{bias} = \frac{f_{Hitzetage} - 10\%}{10\%} \cdot 100\% \quad (2)$$

²¹¹ f_{Bias} wird für jede Gitterzelle und für den Zeitraum zwischen 1981 und 2010 bestimmt und
²¹² graphisch dargestellt (siehe Abb. 2). Außerdem werden die Werte sowie die Koordinaten
²¹³ der Gitterzellen für das Maximum sowie für das Minimum ermittelt.

²¹⁴ 2.5 Definition der Cumulative Heat

²¹⁵ Der Cumulative Heat Index (*CumHeat*) wird bereits im Kapitel 1.2.1 eingeführt. Er re-
²¹⁶ sultiert aus der Summe der Abweichungen, ΔT , der *TX* zum Schwellwert der *TX* aller
²¹⁷ Hitzetage in einem festgelegten Zeitraum (Russo und Domeisen [2023](#)).

218 Die Definition eines Hitzestages erfolgt dabei nach Kapitel 2.3. Ein Beispiel einer Berech-
 219 nung der 90. Perzentile als Schwellwert eines Hitzetages, kann ebenfalls im Kapitel 1.2.1
 220 nachgelesen werden. Für den Zeitraum der Berechnung werden die Jahre 1981 bis 2010
 221 gewählt.

$$CumHeat = \sum_{n=1981}^{2010} \Delta T_n \quad \text{für } \Delta T_n > 0 \quad (3)$$

222 Anhand des schon aus Kapitel 1.2.1 bekannten Beispiels einer Gitterzelle im Nordatlantik,
 223 soll die Berechnung der *CumHeat* veranschaulicht werden. Diesbezüglich werden die Tage
 224 163 bis 180 des Jahres 2000 betrachtet.

225 Die *CumHeat* wird in Abbildung 4b sowohl für den biaskorrigierten (desasonalisierten)
 226 Datensatz in rot als auch für den unkorrigierten Datensatz in blau graphisch dargestellt.
 227 Dabei sind die abzulesenden Werte stets für den jeweiligen Tag und ab Tag 163 im Jahr
 228 zu verstehen. Die zur Berechnung der *CumHeat* benötigten Abweichungen der *TX* zum
 229 Schwellwert sind für alle Hitzetage in Abbildung 4a gezeigt (strichlierte Linien).

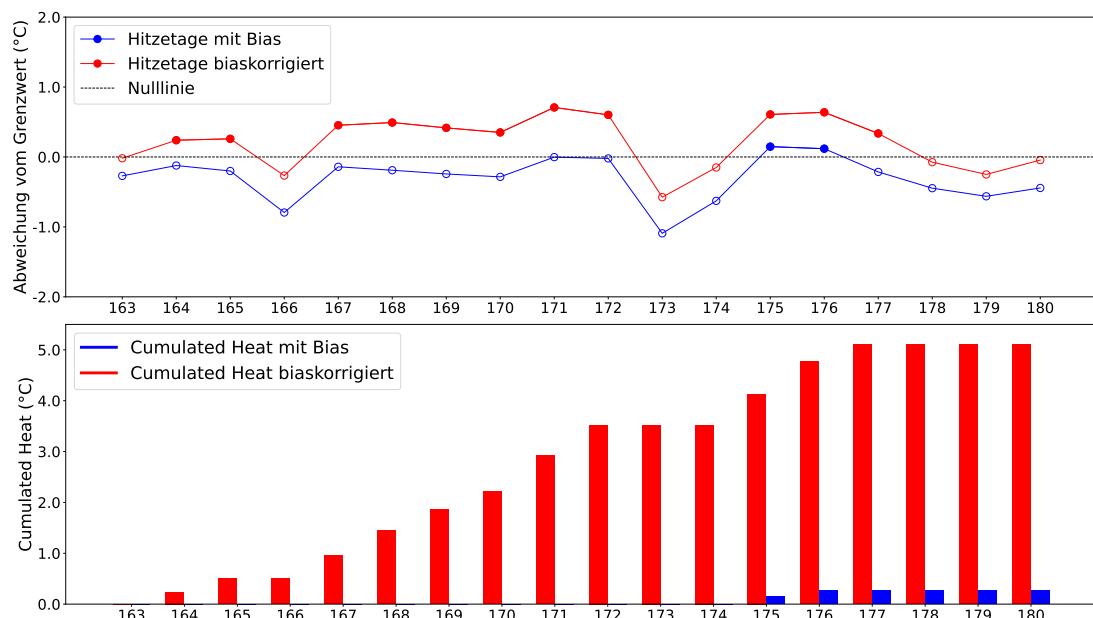


Abbildung 4: Die Berechnung der *Cumulative Heat* am Beispiel Nordatlantik. Abgebildet in (a) sind die Abweichungen der *TX* zum Schwellwert für alle Hitzetage der Tage 163 bis 180 im Jahr 2000 (strichlierte Linien). In rot markiert sind die Abweichungen des biaskorrigierten Datensatzes, in blau jene des unkorrigierten Datensatzes. Ausgemalte Kreise kennzeichnen Hitzetage. In (b) sind die aufsummierten Abweichungen als Säulendiagramme dargestellt. Sie entsprechen der *Cumulative Heat* seit Tag 163 für den biaskorrigierten Datensatz, in rot, und den unkorrigierten Datensatz, in blau.

230 Auffällig ist die große Differenz in der *CumHeat* zwischen dem unkorrigierten und dem
 231 korrigierten Datensatz. Diese ist zu dem im nachfolgenden Kapitel 2.6 definierten *Cumu-*

²³² *lative Heat Bias proportional.* Ist der Ausmaß des Bias zwar diesem Musterfall geschuldet,
²³³ so dient er dennoch als gutes Beispiel, um seine Ursachen beziehungsweise Komponenten
²³⁴ zu veranschaulichen. Diese sind Gegenstand des Kapitels 2.6.1.

²³⁵ 2.6 Cumulative Heat Bias

²³⁶ Der *Cumulative Heat Bias* ($CumHeat_{bias}$) wird in dieser Arbeit als die relative Abwei-
²³⁷ chung der *CumHeat* des unkorrigierten Datensatzes ($CumHeat_{unkorr}$) zu einer *CumHeat*
²³⁸ Referenz definiert. Da diese Referenz, anders als zuvor beim Bias in der Häufigkeit von Hit-
²³⁹ zetagen (Kapitel 2.4), nicht exakt bekannt ist, wird sie durch die *CumHeat* des korrigierten
²⁴⁰ Datensatzes ($CumHeat_{korr}$) approximiert.

$$CumHeat_{bias} = \frac{CumHeat_{unkorr} - CumHeat_{korr}}{CumHeat_{korr}} \cdot 100\% \quad (4)$$

²⁴¹ Die Gültigkeit der Approximation wird dadurch gestützt, dass die Biaskorrektur den global
²⁴² gemittelten Bias in der Häufigkeit an Hitzetagen von 10.2% auf 0.5% reduziert. Dieser
²⁴³ Umstand wurde bereits in Abbildung 2 gezeigt.

²⁴⁴ 2.6.1 Globale Verteilung

²⁴⁵ Um die globale Verteilung des $CumHeat_{bias}$ zu bestimmen, werden sowohl $CumHeat_{korr}$
²⁴⁶ als auch $CumHeat_{unkorr}$ nach Gleichung 3 für jede Gitterzelle berechnet. Anschließend
²⁴⁷ wird der $CumHeat_{bias}$ nach Gleichung 4 ermittelt und als globale Verteilung graphisch
²⁴⁸ dargestellt. Außerdem werden die Werte sowie die Koordinaten der Gitterzellen für das
²⁴⁹ Maximum sowie das Minimum ermittelt.

²⁵⁰ 2.6.2 Komponentenweise Darstellung

²⁵¹ Wie schon am Ende des Kapitels 2.5 angekündigt, sollen auch die Ursachen des $CumHeat_{bias}$
²⁵² erkundet, dieser also in seine Komponenten aufgespaltet werden. Die beiden Beispiele aus
²⁵³ Kapitel 1.3 sowie 2.5 liefern diesbezüglich erste Hinweise.
²⁵⁴ So ist in Abbildung 4 zu sehen, wie sich Unterschiede zwischen dem unkorrigierten und dem
²⁵⁵ korrigierten Datensatz auf die jeweilige *CumHeat* auswirken können. Einerseits bewirkt
²⁵⁶ die Biaskorrektur eine Zunahme an Hitzetagen, andererseits aber auch eine Zunahme in
²⁵⁷ der Abweichung der *TX* zum Schwellwert, falls in beiden Datensätzen ein Hitzetag vor-
²⁵⁸ liegt. Beide dieser Effekte führen zu einer Unterschätzung der $CumHeat_{unkorr}$ in Bezug
²⁵⁹ auf die als Referenz dienende $CumHeat_{korr}$.
²⁶⁰ Ganz allgemein haben also Unterschiede in der Häufigkeit von Hitzetagen, Δf , sowie Un-
²⁶¹ terschiede in der Abweichung zum Schwellwert, ΔA , Differenzen zwischen $CumHeat_{unkorr}$

²⁶² und $CumHeat_{korr}$ zu Folge. Diese Differenzen, $\Delta CumHeat$, können nach Gleichung ⁵
²⁶³ durch die Terme $CumHeat_{\Delta f}$ und $CumHeat_{\Delta A}$ beschrieben werden.

$$\Delta CumHeat = CumHeat_{unkorr} - CumHeat_{korr} = CumHeat_{\Delta f} + CumHeat_{\Delta A} \quad (5)$$

²⁶⁴ $CumHeat_{\Delta A}$ resultiert aus der $\Delta CumHeat$ jener Tage, an denen sowohl im korrigierten
²⁶⁵ als auch im unkorrigierten Datensatz ein Hitzetag zu beobachten ist. Die entsprechende
²⁶⁶ mathematische Beschreibung ist in Gleichung ⁶ ausgedrückt.

$$CumHeat_{\Delta A} = \sum_{n=1981}^{2010} \Delta T_{n,unkorr} - \sum_{n=1981}^{2010} \Delta T_{n,korr} \quad \text{für } \Delta T_{n,unkorr} > 0 \text{ und } \Delta T_{n,korr} > 0 \quad (6)$$

²⁶⁷ Bei der Berechnung von $CumHeat_{\Delta f}$ werden hingegen nur jene Tage der $\Delta CumHeat$
²⁶⁸ betrachtet, an denen genau in einem der beiden Datensätzen ein Hitzetag vorliegt. Es
²⁶⁹ handelt sich also um die Hitzetage, die durch die Biaskorrektur neu hinzugekommen oder
²⁷⁰ herausgefallen sind. Die mathematische Beschreibung von $CumHeat_{\Delta f}$ ist der Gleichung
²⁷¹ ⁷ zu entnehmen.

$$CumHeat_{\Delta f} = \sum_{n=1981}^{2010} \Delta T_{n,unkorr} \quad \text{für } \Delta T_{n,unkorr} > 0 \text{ und } \Delta T_{n,korr} \leq 0 \\ - \sum_{n=1981}^{2010} \Delta T_{n,korr} \quad \text{für } \Delta T_{n,korr} > 0 \text{ und } \Delta T_{n,unkorr} \leq 0 \quad (7)$$

²⁷² Nach Gleichung ⁴ ist die Differenz aus $CumHeat_{unkorr}$ und $CumHeat_{korr}$ proportional
²⁷³ zum $CumHeat_{bias}$. Um die komponentenweise Darstellung des $CumHeat_{bias}$ zu erhalten,
²⁷⁴ wird Gleichung ⁵ durch $CumHeat_{korr}$ dividiert sowie mit dem Faktor 100% multipliziert,
²⁷⁵ sodass schließlich der $CumHeat_{bias}$ (%) auf der linken Seite der Gleichung angeschrieben
²⁷⁶ steht.

$$CumHeat_{bias} = \frac{CumHeat_{\Delta f}}{CumHeat_{korr}} \cdot 100\% + \frac{CumHeat_{\Delta A}}{CumHeat_{korr}} \cdot 100\% \quad (8)$$

²⁷⁷ Die zwei Terme auf der rechten Seite der Gleichung ⁸ beschreiben einerseits den Anteil
²⁷⁸ des $CumHeat_{bias}$ durch Unterschiede in der Häufigkeit von Hitzetagen, $CumHeat_{bias,\Delta f}$
²⁷⁹ (%), und andererseits, falls in beide Datensätzen ein Hitzetag vorliegt, den Anteil durch
²⁸⁰ die Unterschiede in der Abweichung zum Schwellwert, $CumHeat_{bias,\Delta A}$ (%). Nach dem
²⁸¹ Einsetzen der eingeführten Nomenklatur, lässt sich die Gleichung ⁸ vereinfacht anschreiben.
²⁸² Es erfolgt außerdem die Definition eines Residuums, Res , in % zur Angabe der Abweichung
²⁸³ von 100%.

$$CumHeat_{bias} = CumHeat_{bias,\Delta f} + CumHeat_{bias,\Delta A} + Res \quad (9)$$

284 Beide Komponenten des $CumHeat_{bias}$ können sowohl positive als auch negative Anteile
 285 besitzen (vgl. Glg. 6 und 7). Im Regelfall überwiegen jedoch die negativen Anteile, die fol-
 286 gerichtig einen negativen $CumHeat_{bias}$ bewirken. So führt die Biaskorrektur für gewöhnlich
 287 zu zusätzlichen Hitzetagen (vgl. Abb. 3 und 4), welche zu einem negativen $CumHeat_{bias}$
 288 beitragen ($CumHeat_{bias, pos\Delta f}$). In seltenen Fällen bewirkt die Biaskorrektur aber auch ei-
 289 ne Reduzierung der Hitzetage und wirkt dementsprechend einem negativen $CumHeat_{bias}$
 290 entgegen ($CumHeat_{bias, neg\Delta f}$). Für den Fall, dass in beiden Datensätzen ein Hitzetag vor-
 291 liegt, kann die Überschreitung des Schwellwertes durch die Biaskorrektur vergrößert, aber
 292 auch verkleinert werden. Diese Unterscheidung wird durch die Terme $CumHeat_{bias, pos\Delta A}$
 293 und $CumHeat_{bias, neg\Delta A}$ beschrieben ¹.
 294 Eingesetzt in Gleichung 9, resultiert die Gleichung 10 zur Beschreibung der Komponenten
 295 des $CumHeat_{bias}$.

$$\begin{aligned} CumHeat_{bias} = & CumHeat_{bias, pos\Delta f} + CumHeat_{bias, neg\Delta f} \\ & + CumHeat_{bias, pos\Delta A} + CumHeat_{bias, neg\Delta A} + Res \end{aligned} \quad (10)$$

296 In einem finalen Schritt werden die Gleichungen 9 und 10 durch den $CumHeat_{bias}$ dividiert
 297 und mit dem Faktor 100% multipliziert, um jeweils den relativen Anteil der Komponenten
 298 (%) am $CumHeat_{bias}$ zu ermitteln.
 299 Diese relativen Anteile werden zunächst für jede Gitterzelle einzeln berechnet und als
 300 globale Verteilung graphisch dargestellt. In den Resultaten (Kapitel 3) werden dabei al-
 301 lerdings nur jene Gitterzellen abgebildet, an denen der $CumHeat_{bias}$ einen Wert von 5%
 302 übertrifft. Dies ermöglicht eine bessere Übersicht bei der Analyse der Karten, da es in
 303 den ausgeschlossenen Regionen zu sehr großen einander kompensierenden Werten der re-
 304 lativen Anteile kommt. Gerechtfertigt wird dieses Vorgehen durch den Umstand, dass der
 305 $CumHeat_{bias}$ in diesen Regionen ohnehin gering ist und somit auch die Bedeutung der re-
 306 lativen Anteile seiner Komponenten limitiert ist. Die Werte aller Gitterzellen können den
 307 Abbildungen 9 und 10 im Anhang entnommen werden.
 308 Abschließend wird eine Summe über alle Gitterzellen gebildet und die global und zeitlich
 309 gemittelten relativen Anteile der Komponenten des $CumHeat_{bias}$ berechnet. Bei der Bil-
 310 dung des globalen Mittels werden die Gitterzellen notwendigerweise mit dem Cosinus ihres
 311 jeweiligen Breitengrades gewichtet.

¹**Ann. zur Nomenklatur:** Die Bezeichnungen $CumHeat_{bias, pos\Delta f}$ und $CumHeat_{bias, pos\Delta A}$ werden gewählt, da der relative Anteil dieser Terme an einem negativen $CumHeat_{bias}$ positiv ist, während die relativen Beiträge von $CumHeat_{bias, neg\Delta f}$ und $CumHeat_{bias, neg\Delta A}$ an einem negativen $CumHeat_{bias}$ negativ sind. Damit soll verdeutlicht werden, dass die ersten beiden Terme zu einem negativen Bias beitragen, während letztere diesem entgegenwirken.

3 Resultate

Der *Cumulative Heat Index* zur Betrachtung von Temperaturextrema, ist nach Kapitel 2.5 über einen auf die 90. Perzentile basierenden Schwellwert eines Hitzetages definiert. Die besagte 90. Perzentile wird dabei mittels Hinzunahme eines 31 Tage Fensters berechnet, um die statistische Aussagekraft der Perzentile zu erhöhen (Brunner und Voigt akzeptiert). Allerdings hat ein solches Zeitfenster auch eine systematische Unterschätzung in der Häufigkeit von Hitzetagen zu Folge (Brunner und Voigt akzeptiert). Die Auswirkungen dieser Unterschätzung auf den *Cumulative Heat Index* werden in diesem Kapitel an Hand des eingeführten *Cumulative Heat Bias* gezeigt.

Der *Cumulative Heat Bias* ist nach Kapitel 2.6 als die relative Abweichung der *CumHeat* des unkorrigierten Datensatzes, $\text{CumHeat}_{\text{unkorr}}$, zur *CumHeat* des korrigierten Datensatzes, $\text{CumHeat}_{\text{corr}}$, definiert.

Zunächst wird die globale Verteilung des *Cumulative Heat Bias* untersucht, anschließend erfolgt seine komponentenweise Beschreibung.

3.1 Globale Verteilung des *Cumulative Heat Bias*

In Abbildung 5 ist die globale Verteilung des *Cumulative Heat Bias* zu sehen. Diese wurde für den Zeitraum von 1981 bis 2010 mit Hilfe des ERA5 Datensatzes berechnet.

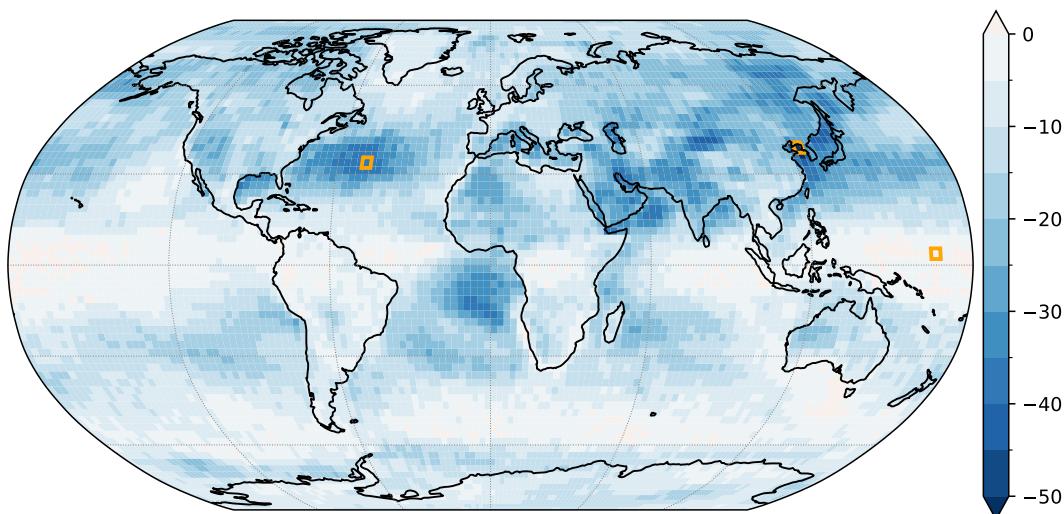


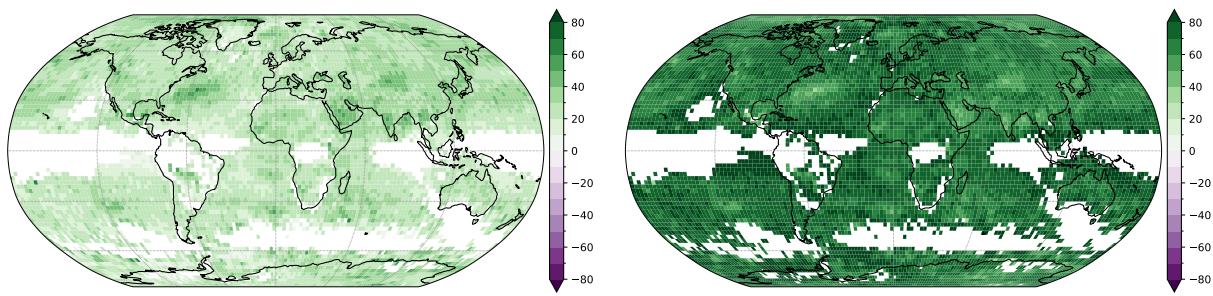
Abbildung 5: Die globale Verteilung des *Cumulative Heat Bias* in ERA5. In orangener Umrahmung sind von West nach Ost die Gitterzellen für das Beispiel im Nordatlantik (33.75°N , 48.25°W), das Minimum an der Ostküste Chinas (38.75°N , 123.75°E) sowie für das Maximum im Pazifik (3.75°N , 166.25°E) gekennzeichnet.

Zu erkennen ist eine deutliche Unterschätzung des *Cumulative Heat Index* in Bezug auf

330 die als Referenz dienende *CumHeat* des korrigierten Datensatzes. So beträgt der global
 331 gemittelte *CumHeat_{bias}* -13.7%. Regional fällt der Bias aber noch deutlich höher aus.
 332 Das Minimum von -53.2% ist dabei an der Ostküste Chinas zu finden. Das Maximum
 333 von 3.9% befindet sich im Pazifik in Äquatornähe, nördlich von Nauru und südlich der
 334 Marshallinseln. Der *CumHeat_{bias}* jener Gitterzelle im Nordatlantik, die in vorangehenden
 335 Kapiteln des öfteren als Beispiel dient, beträgt -38.4%.

336 3.2 Aufteilung des *Cumulative Heat Bias* in seine Komponenten

337 Der *Cumulative Heat Bias* lässt sich nach Gleichung 9 in seine Komponenten aufspalten.
 338 Deren relativer Anteil am *Cumulative Heat Bias* ist in Abbildung 6 für den Zeitraum
 339 von 1981 bis 2010 mit Hilfe des ERA5 Datensatzes graphisch dargestellt. Zur besseren
 340 Übersicht werden nur jene Gitterzellen mit einem *CumHeat_{bias}* > 5% gezeigt. Für eine
 341 Gesamtbetrachtung wird auf Abbildung 9 im Anhang verwiesen.
 342 Der Anteil des Residuums beträgt über alle Gitterzellen gemittelt lediglich 0.002%, weshalb
 343 es an dieser Stelle vernachlässigt wird. Seine globale Verteilung kann ebenfalls im Anhang
 344 (Abb. 11) betrachtet werden.



(a) Anteil $\text{CumHeat}_{\text{bias},\Delta f}$ (%)

(b) Anteil $\text{CumHeat}_{\text{bias},\Delta A}$ (%)

Abbildung 6: **Relative Anteile der *Cumulative Heat Bias* Komponenten in ERA5.**
 In (a) ist der Anteil des *Cumulative Heat Bias* dargestellt, der durch einen Unterschied
 in der Häufigkeit von Hitzetagen zustandekommt. (b) beschreibt den Anteil des *CumHeat*
 Bias auf Grund von Unterschieden in der Überschreitung des Schwellwertes für den Fall,
 dass in beiden Datensätzen ein Hitzetag vorliegt. Für eine bessere Übersicht werden in (a)
 und (b) nur jene Gitterzellen mit einem $\text{CumHeat}_{\text{bias}} > 5\%$ gezeigt.

345 Wie in Abbildung 6 zu sehen ist, tragen sowohl $\text{CumHeat}_{\text{bias},\Delta f}$ als auch $\text{CumHeat}_{\text{bias},\Delta A}$
 346 zum *Cumulative Heat Bias* bei. Zudem fällt auf, dass der relative Beitrag von $\text{CumHeat}_{\text{bias},\Delta A}$
 347 überwiegend größer als jener von $\text{CumHeat}_{\text{bias},\Delta f}$ ist. Es gibt jedoch auch einige Ausnah-
 348 men wie beispielsweise im Nordatlantik an der Ostküste Nordamerikas, über der Arabi-
 349 schen Halbinsel sowie in und nördlich von Indien, wo sich ein umgekehrtes Bild zeigt.
 350 Eine Erklärung dafür könnte der ausgeprägte Jahresgang in diesen Regionen sein. Die Be-
 351 rechnung der Perzentile wird demnach stark von den am Rand des Zeitfensters liegenden
 352 Werten dominiert. Das führt dazu, dass in vielen Fällen nicht bloß die Überschreitung des

353 Schwellwertes unterschätzt, sondern sogar das Auftreten von Hitzetagen verhindert wird.
 354 Im Einklang damit stehen erhöhte der Werte des Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen in
 355 Abbildung 2.

356 Gemittelt über alle Gitterzellen, ergibt sich nach Gleichung 9 folgende Zusammensetzung
 357 der relativen Beiträge des *Cumulative Heat Bias*:

$$\frac{CumHeat_{bias}}{CumHeat_{bias}} \cdot 100\% = \frac{CumHeat_{bias,\Delta f} + CumHeat_{bias,\Delta A}}{CumHeat_{bias}} \cdot 100\% = 30.2\% + 69.8\% \quad (11)$$

358 Analog zu Gleichung 10 werden im Anschluss die beiden Komponenten des *Cumulative*
 359 *Heat Bias* aus Gleichung 9 in ihre positiven und negativen Anteile unterteilt. Deren relativer
 360 Beitrag am *Cumulative Heat Bias* ist in Abbildung 7, ebenfalls für den Zeitraum von 1981
 361 bis 2010 und mit Hilfe des ERA5 Datensatzes, graphisch dargestellt. Abgebildet werden nur
 362 jene Gitterzellen mit einem $CumHeat_{bias} > 5\%$. Eine Gesamtbetrachtung ist in Abbildung
 363 10 im Anhang möglich. Das Residuum wird erneut vernachlässigt.

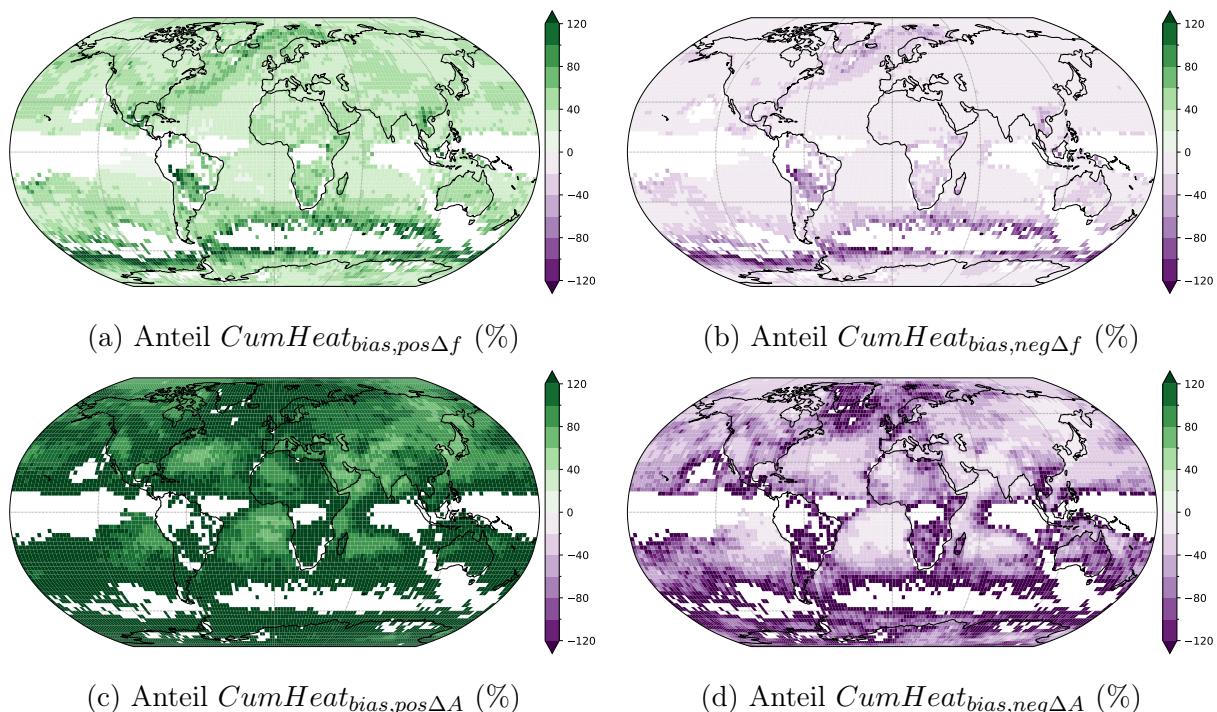


Abbildung 7: Relative Anteile der aufgeteilten Cumulative Heat Bias Komponenten in ERA5. Zu sehen sind die Anteile der durch die Biaskorrektur gewonnener (a) beziehungsweise verlorener (b) Hitzetage. (c) zeigt den Anteil der Bias Komponente auf Grund einer höheren Abweichung zum Schwellwert, (d) den Anteil der Komponente auf Grund einer geringeren Abweichung zum Schwellwert. In (c) und (b) werden jene Tage betrachtet, bei denen in beiden Datensätzen ein Hitzetag vorliegt. Für eine bessere Übersicht werden in (a), (b), (c) und (d) nur jene Gitterzellen mit einem $CumHeat_{bias} > 5\%$ gezeigt. Zu beachten ist die unterschiedlich gewählte Farbskala in Bezug auf Abbildung 6.

364 Wie nach Betrachtung von Abbildung 6 zu erwarten ist, überwiegen die positiven relativen
 365 Anteile von $CumHeat_{bias,\Delta f}$ (Abb. 7a) und $CumHeat_{bias,\Delta A}$ (Abb. 7c) die negativen relativen
 366 Anteile (Abb. 7b und 7d). Das Vorhandensein eines negativen Beitrags am *Cumulative*
 367 *Heat Bias* erscheint auf den ersten Blick durchaus überraschend. Es bedeutet schließlich
 368 für einen negativen $CumHeat_{bias}$, dass der *Cumulative Heat Index* durch die Biaskorrektur
 369 auf einen geringeren Wert korrigiert wird. Demnach kommt es zu einer Reduzierung von
 370 Hitzetagen beziehungsweise zu einer geringeren Überschreitung des Schwellwertes, für den
 371 Fall, dass in beiden Datensätzen ein Hitzetag vorliegt.

372 Dies wird zum einen durch einen ungewollten Effekt bei der Biaskorrektur in Regionen wie
 373 dem Südpolarmeer oder der Arktis ermöglicht (Brunner und Voigt akzeptiert). Das obere
 374 Ende der Temperaturverteilung liegt dort das gesamte Jahr über konstant bei circa 0°C
 375 (Brunner und Voigt akzeptiert). Allerdings schwankt die Tag-zu-Tag Variabilität stark,
 376 mit höheren Amplituden im Winter (Brunner und Voigt akzeptiert). Bei Abziehen des
 377 mittleren Jahresganges im Zuge der Biaskorrektur, wird der Jahresgang des Schwellwertes
 378 verstärkt (Brunner und Voigt akzeptiert). Dies führt, wie Brunner und Voigt (akzeptiert)
 379 bereits zeigten, zu einer leichten Reduzierung in der Häufigkeit von Hitzetagen. Die Ergeb-
 380 nisse dieser Arbeit veranschaulichen darüber hinaus, dass es in den genannten Regionen
 381 auch zu einer Reduzierung der Überschreitung des Schwellwertes kommt, falls in beiden
 382 Datensätzen ein Hitzetag vorliegt. Generell ist jedoch zu erwähnen, dass der *Cumulative*
 383 *Heat Bias* (Abb. 5) in den genannten Regionen relativ gering ist.

384 Zum anderen resultieren negative relative Anteile am *Cumulative Heat Bias* aus einer
 385 Überschätzung von Hitzetagen in Regionen mit scharfen Maxima des Jahresganges. Die
 386 berechneten Perzentilen während dieser Maxima fallen auf Grund der jahreszeitlich be-
 387 dingt geringeren Werte der TX an den Rändern der Zeitfenster zu gering aus. Dies hat
 388 eine Überschätzung der Häufigkeit von Hitzetagen sowie der Abweichungen vom Schwell-
 389 wert und somit der *Cumulative Heat* zur Folge.

390 Abschließend werden die relativen Beiträge der Komponenten des *Cumulative Heat Bi-*
 391 *as* für alle Gitterzellen nach Gleichung 10 global gemittelt betrachtet und in Tabelle 1
 392 dargestellt. Bei einer Aufsummierung der aufgespalteten Terme von $CumHeat_{bias,\Delta f}$ und
 393 $CumHeat_{bias,\Delta A}$ resultieren erneut die in Gleichung 11 gezeigten relativen Beiträge.

Komponenten	pos.	neg.	\sum
$CumHeat_{bias,\Delta f}$	45.1	-14.9	30.2
$CumHeat_{bias,\Delta A}$	130.5	-60.7	69.8

Tabelle 1: **Relative Anteile der aufgeteilten Cumulative Heat Bias Komponenten in ERA5 (%)**. Die bezüglich des negativen $CumHeat_{Bias}$ positiven (pos.) sowie negativen (neg.) relativen Beiträge von $CumHeat_{bias,\Delta f}$ und $CumHeat_{bias,\Delta A}$ werden global gemittelt und in aufgeteilter Form dargestellt. Abgebildet ist außerdem die Summe der relativen Beiträge beider Komponenten, welche den Ergebnissen aus Gleichung 11 entspricht. Die globale Verteilung der relativen Beiträge ist in den Abbildungen 6 und 7 ersichtlich.

394 4 Diskussion und Zusammenfassung

395 Die Definition eines Hitzetages über einen auf die 90. Perzentile basierenden Schwellwert
396 führt bei der Wahl eines 31 Tage Fensters zu einer Unterschätzung in der Häufigkeit von
397 Hitzetagen (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)). Davon ausgehend wurden die Auswirkungen
398 auf die Hitzemetrik *Cumulative Heat* untersucht und an Hand des eingeführten *Cumulative*
399 *Heat Bias* beschrieben.

400 Diesbezüglich konnte ein Bias der globalen *Cumulative Heat* von -13.7%, mit einem re-
401 gionalen Minimum von -53.2%, festgestellt werden. Im Vergleich dazu beträgt der global
402 ermittelte Bias in der Häufigkeit von Hitzetagen -10.2%, mit einem regionalen Minimum
403 von -49.2%. Die Differenzen lassen sich in der Definition der *Cumulative Heat* begründen,
404 welche nicht nur die Häufigkeit, sondern auch die Intensität von Hitzetagen berücksichtigt.

405 Bei der Analyse des *Cumulative Heat Bias* konnten vier Komponenten identifiziert werden.
406 Sowohl Unterschiede in der Häufigkeit von Hitzetagen, Δf , als auch in der Überschreitung
407 des Schwellwertes, ΔA , führen zu Abweichungen von der als Referenz dienenden *Cumu-*
408 *lative Heat* des desaisonalierten Datensatzes. Die besagten zwei Abweichungen können
409 entweder positiv oder negativ sein und stellen so, nach entsprechender Aufspaltung, die
410 vier Komponenten des *Cumulative Heat Bias* dar. In Summe überwiegen jedoch die ne-
411 gativen Abweichungen von der Referenz, was einen negativen *Cumulative Heat Bias* zur
412 Folge hat. Die relativen Anteile seiner Komponenten betragen $CumHeat_{bias,\Delta f} = 30.2\%$
413 und $CumHeat_{bias,\Delta A} = 69.8\%$.

414 Zum einen unerwünschte Effekte der Biaskorrektur und zum anderen scharfe Maxima im
415 Jahresgang sind die Gründe für jene relativen Anteile des *Cumulative Heat Bias*, welche
416 dem Bias entgegenwirken.

417 An dieser Stelle sei noch einmal betont, dass die als Referenz gewählte *Cumulative Heat* des
418 desaisonalierten Datensatzes eine Approximation ist, die von der unbekannten, wahren
419 Referenz der *Cumulative Heat* abweichen kann. Ihre Gültigkeit wird dadurch gestützt, dass
420 der desaisonalierte Datensatz die Häufigkeit von Hitzetagen in den meisten Regionen
421 in einer guten Näherung abbildet. So wird der global gemittelte Bias in der Häufigkeit
422 von Hitzetagen durch die Biaskorrektur von 10.2% auf 0.5% reduziert. Die Abweichung
423 von der wahren Referenz der *Cumulative Heat* kann in einer ähnlichen Größenordnung
424 angenommen werden.

425 Die Ergebnisse dieser Arbeit beruhen auf der Auswertung des ERA5 Reanalysedatensat-
426 zes. Eine Wiederholung der Berechnungen für weitere Datensätze könnte eine zusätzliche
427 Absicherung der Resultate gewährleisten.

428 Ein ebenso wichtiger Inhalt zukünftiger Forschung ist die Analyse des *Cumulative Heat*
429 Bias für Klimamodelldaten. Diesbezüglich stellt die Änderungsrate der *Cumulative Heat*
430 zwischen den Perioden 1961 bis 1990 und 2071 bis 2100 eine Größe von besonderem Inter-
431 esse dar. Brunner und Voigt ([akzeptiert](#)) konnten für den CMIP6 Datensatz bereits zeigen,
432 dass die Änderungsrate der Häufigkeit von Hitzetagen zwischen den genannten Perioden
433 überschätzt wird. Dies lässt vermuten, dass jene der *Cumulative Heat* ebenfalls mit einem
434 positiven Bias behaftet ist.

Abschließend soll die von Brunner und Voigt ([akzeptiert](#)) ausgesprochene Warnung der Verwendung eines Zeitfensters zur Berechnung eines Perzentile basierenden Schwellwertes, ohne durchgeführte Biaskorrektur, unterstrichen werden (Brunner und Voigt [akzeptiert](#)). Brunner und Voigt ([akzeptiert](#)) sowie diese Arbeit konnten bereits eine starke Unterschätzung der Häufigkeit von Hitzetagen beziehungsweise des *Cumulative Heat Index* zeigen. Aber auch bei weiteren abgeleiteten Hitzemetriken wie beispielsweise dem *Warm Spell Duration Index* oder dem *Heat Wave Magnitude Index* in Russo u. a. ([2014](#)) ist mit einem Bias zu rechnen, den es jedoch erst zu quantifizieren gilt. Eine Bereitstellung von möglichst verlässlichen Ergebnissen dieser Metriken ist von großer Bedeutung. Die Durchführung einer Biaskorrektur, im Kontext des voranschreitenden Klimawandels und der damit verbundenen Intensivierung von Extremereignissen, ist somit in den meisten Fällen unerlässlich.

446 5 Anhang

447 Zur Übersicht ist in Abbildung 8 die globale Verteilung des *Cumulative Heat Bias* in
 448 unveränderter Form (analog zu Abb.5) dargestellt.

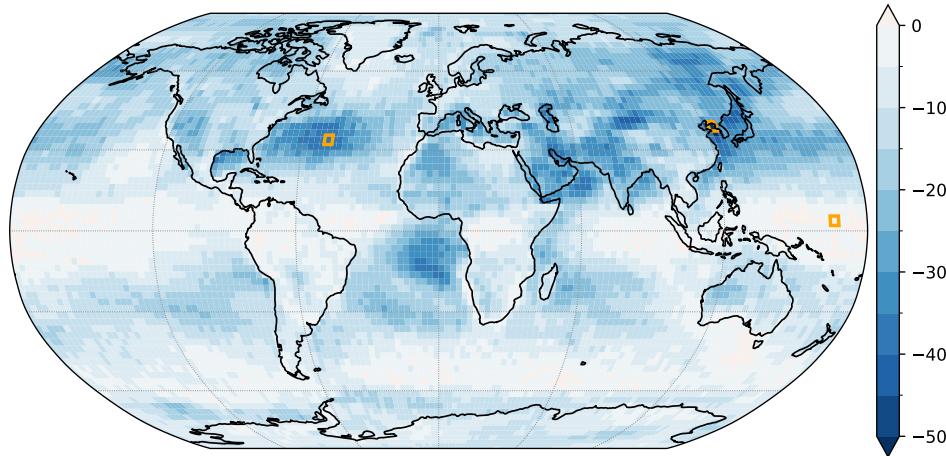


Abbildung 8: **Die globale Verteilung des *Cumulative Heat Bias* in ERA5.** In orangener Umrahmung sind von West nach Ost die Gitterzellen für das Beispiel im Nordatlantik ($33.75^{\circ}\text{N}, 48.25^{\circ}\text{W}$), das Minimum an der Ostküste Chinas ($38.75^{\circ}\text{N}, 123.75^{\circ}\text{O}$) sowie für das Maximum im Pazifik ($3.75^{\circ}\text{N}, 166.25^{\circ}\text{O}$) gekennzeichnet.

449 Nachfolgend können die relativen Beiträge der Komponenten des *Cumulative Heat Bias* in
 450 adaptierter Form betrachtet werden. Zunächst für die Komponenten nach Gleichung 9:

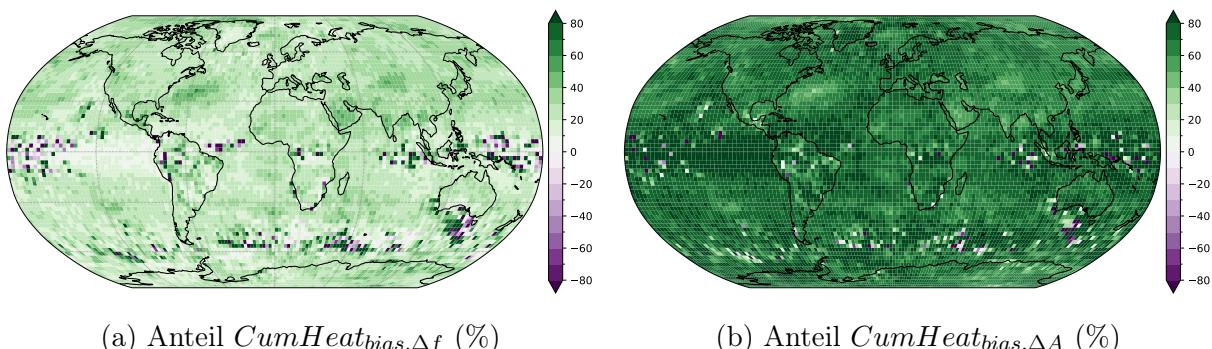


Abbildung 9: **Relative Anteile der *Cumulative Heat Bias* Komponenten in ERA5.** Die Abbildung zeigt selbiges wie Abb.6. Allerdings sind die Werte aller Gitterzellen abgebildet (und nicht nur jene, an denen der *Cumulative Heat Bias* 5% übersteigt).

451 Im Anschluss sind die relativen Beiträge des *Cumulative Heat Bias* nach Gleichung 10
 452 dargestellt.

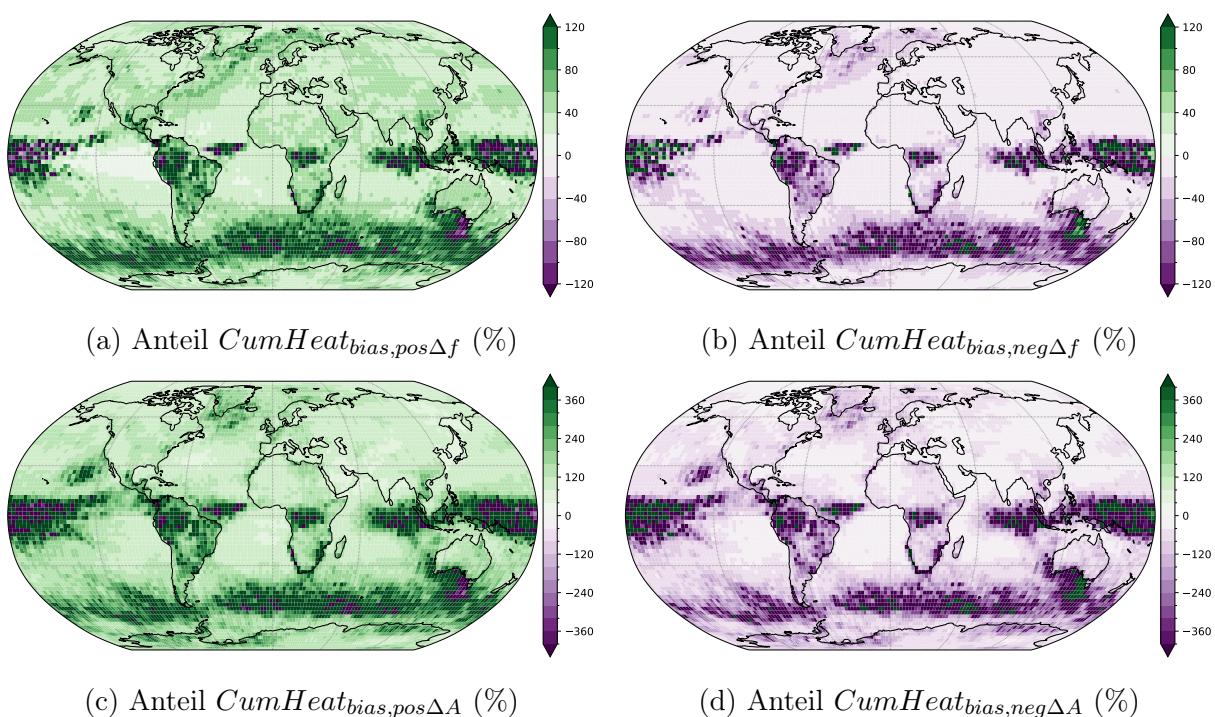


Abbildung 10: **Relative Anteile der aufgeteilten Cumulative Heat Bias Komponenten in ERA5.** Die Abbildung ist analog zu Abb. 7. Allerdings sind die Werte aller Gitterzellen abgebildet (und nicht nur jene, an denen der Cumulative Heat Bias 5% übersteigt) und die Farbskalen an die jeweilige Komponente angepasst. Positive Werte des $CumHeat_{Bias}$ in Regionen im Südpolarmeer sowie in Äquatornähe bewirken, dass die relativen Beiträge seiner Komponenten in eben diesen Regionen das Vorzeichen wechseln.

453 Abschließend zeigt Abbildung 11 den relativen Beitrag des Residuums aus Glg. 9 und 10.

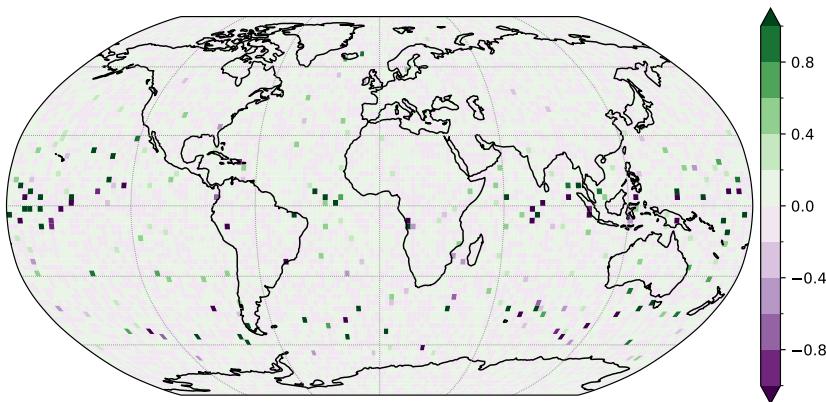


Abbildung 11: **Relativer Anteil des Cumulative Heat Bias Residuums in ERA5 (%)**. Das Residuum wird in den Gleichungen 9 und 10 definiert. Es dient zur Angabe der Abweichung der aufsummierten Komponenten von den erwarteten 100%. Das Residuum der globalen Cumulative Heat beträgt 0.002% und wird deshalb in Kapitel 3.2 nicht berücksichtigt.

454 Literatur

- 455 Brunner, L. und A. Voigt (akzeptiert). "Pitfalls in diagnosing temperature extremes". In:
456 *Nature Communications*.
- 457 Hersbach, H. u. a. (2020). "The ERA5 global reanalysis". In: *Quarterly Journal of the Royal*
458 *Meteorological Society* 146.730, S. 1999–2049. DOI: [10.1002/qj.3803](https://doi.org/10.1002/qj.3803).
- 459 Hirsch, A. L., N. N. Ridder, S. E. Perkins-Kirkpatrick und A. Ukkola (2021). "CMIP6
460 MultiModel Evaluation of Present-Day Heatwave Attributes". In: *Geophysical Research*
461 *Letters* 48.22. DOI: [10.1029/2021GL095161](https://doi.org/10.1029/2021GL095161).
- 462 IPCC AR6 WG1 (2023). "Weather and Climate Extreme Events in a Changing Climate".
463 In: Climate Change 2021 – The Physical Science Basis: Working Group I Contribution
464 to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change,
465 S. 1513–1766. DOI: [10.1017/9781009157896.013](https://doi.org/10.1017/9781009157896.013).
- 466 Perkins-Kirkpatrick, S. E. und S. C. Lewis (Juli 2020). "Increasing trends in regional
467 heatwaves". In: *Nature Communications* 11.1. DOI: [10.1038/s41467-020-16970-7](https://doi.org/10.1038/s41467-020-16970-7).
- 468 Russo, E. und D. I. V. Domeisen (2023). "Increasing Intensity of Extreme Heatwaves:
469 The Crucial Role of Metrics". In: *Geophysical Research Letters* 50.14. DOI: [10.1029/2023GL103540](https://doi.org/10.1029/2023GL103540).
- 470 Russo, S., A. Dosio, R. G. Graversen, J. Sillmann, H. Carrao, M. B. Dunbar, A. Singleton,
471 P. Montagna, P. Barbola und J. V. Vogt (2014). "Magnitude of extreme heat waves in
472 present climate and their projection in a warming world". In: *Journal of Geophysical*
473 *Research: Atmospheres* 119.22, S. 12.500–12.512. DOI: [10.1002/2014JD022098](https://doi.org/10.1002/2014JD022098).
- 474 Ummenhofer, C. C. und G. A. Meehl (2017). "Extreme weather and climate events with
475 ecological relevance: a review". In: *Philosophical Transactions of the Royal Society B:*
476 *Biological Sciences* 372.1723, S. 20160135. DOI: [10.1098/rstb.2016.0135](https://doi.org/10.1098/rstb.2016.0135).
- 477 Vogel, M. M., J. Zscheischler, E. M. Fischer und S. I. Seneviratne (2020). "Development of
478 Future Heatwaves for Different Hazard Thresholds". In: *Journal of Geophysical Research:*
479 *Atmospheres* 125.9. DOI: [10.1029/2019JD032070](https://doi.org/10.1029/2019JD032070).
- 480 Xu, H. und G. Zhang (2022). "Comparison of Relative and Absolute Heatwaves in Eastern
481 China: Observations, Simulations and Future Projections". In: *Atmosphere* 13.5. DOI:
482 [10.3390/atmos13050649](https://doi.org/10.3390/atmos13050649).
- 483