Cvičení

7) a) $\mathbb{F}_5$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3&0&2&0\\ 1&2&2&0\\ 4&1&0&0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3&0&2&0\\ 0&1&4&0\\ 0&3&2&0 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ 3\cdot R_2 - R_1\\ 3R_3 - 4R_1 \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 3&0&2&0\\ 0&1&4&0\\ 0&0&0&0 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ R_2\\ R_3 - 3R_2 \end{matrix}$$

b) $\mathbb{F}_2$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1&0&1&1&0\\ 1&0&0&0&0\\ 1&0&1&0&0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1&0&1&1&0\\ 0&0&1&1&0\\ 0&0&0&1&0 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ R_2 - R_1\\ R_3 - R_1 \end{matrix} \sim$$

c) $\mathbb{Q}$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0&1&2&3&0\\ 0&3&0&1&0\\ 0&4&3&1&0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 0&1&2&3&0\\ 0&0&-6&-8&0\\ 0&0&-5&-11&0 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ R_2 - 3R_1\\ R_3 - 4R_1 \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 0&1&2&3&0\\ 0&0&-6&-8&0\\ 0&0&0&-26&0 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ R_2\\ 6R_3 - 5R_2 \end{matrix}$$

2) a) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + \operatorname{span}\left(\begin{pmatrix}-3\\-4\\1\end{pmatrix}\right)$ nebo spíš $\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix} + \operatorname{span}\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right)$ nad $\mathbb{F}_5$

b) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix} + \operatorname{span}\left(\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix}\right)$ nebo spíš $\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix} + \operatorname{span}\left(\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}\right)$ nad $\mathbb{F}_2$

c) $\begin{pmatrix}0\\0\\0\\0\end{pmatrix} + \operatorname{span}\left(\begin{pmatrix}1\\0\\0\\0\end{pmatrix}\right)$ nad $\mathbb{Q}$

3) a) $\mathbb{Q}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1&2&1&13\\ -2&1&2&9\\ 1&3&-1&6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1&2&1&13\\ 0&5&4&35\\ 0&1&-2&-7 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ R_2 + 2R_1\\ R_3 - R_1 \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1&2&1&13\\ 0&5&4&35\\ 0&0&-14&-70 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ R_2\\ 5R_3 - R_2 \end{matrix}$$

řešení: $\begin{pmatrix}2\\3\\5\end{pmatrix} + \operatorname{span}\left(\left(\vec{0}\right)\right)$

b) $\mathbb{Q}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0&1&1&2\\ 1&2&3&1\\ 1&1&2&1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1&1&2&1\\ 0&1&3&2\\ 1&2&3&1 \end{array}\right) \begin{matrix} R_3\\ R_1\\ R_2 \end{matrix} \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1&1&2&1\\ 0&1&1&2\\ 0&1&1&0 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ R_2 - R_1\\ R_3 - R_1 \end{matrix} \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1&1&2&1\\ 0&1&1&2\\ 0&0&0&-2 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1\\ R_2\\ R_3 - R_2 \end{matrix}$$

řešení neex.

c) F_7 $\left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 6 & 0 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 3 & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 6 & 4 & 1 \\ 0 & 6 & 1 & 3 & 6 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1 \\ R_2 - R_1 \\ 3R_3 - 2R_1 \end{matrix}$

Cafoucek

$\sim$

$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} \underline{3} & 1 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & \underline{1} & 6 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 - 6R_2 \end{matrix}$

řešení: $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \text{span}\left(\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$

---

4) a) F_5 (i) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} \underline{1} & 2 & 3 & 0 \\ 0 & \underline{-1} & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1 \\ R_2 - 2R_1 \\ R_3 - 3R_1 \end{matrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \text{span}\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$ $\quad \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

F_5 (ii) $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} \underline{1} & 2 & 3 & 3 \\ 0 & \underline{-1} & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{1} \end{array}\right) \begin{matrix} R_1 \\ R_2 - 2R_1 \\ R_3 - 3R_1 \end{matrix}$ nemá řešení

b) F_3 $\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 0 & 2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} \underline{1} & 2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & \underline{1} & 1 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right) \begin{matrix} R_1 \\ R_2 - R_1 \end{matrix}$

řešení $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \text{span}\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$

c) asi ano

5)