

DMA Domáci úkol č. 3b

Tento úkol vypracujte a pak přineste na cvičení č. 4.

1. Nechť $n \in \mathbb{N}$. Dokažte, že
jestliže $a, b \in \mathbb{Z}$ splňují $a \equiv b \pmod{n}$, pak $13a \equiv 13b \pmod{n}$.
2. Nechť $n \in \mathbb{N}$. Dokažte, že
jestliže $a, b, c \in \mathbb{Z}$ splňují $a \equiv b \pmod{n}$ a $b \equiv c \pmod{n}$, pak $a \equiv c \pmod{n}$.

Řešení:

1. Dk: Nechť $a, b \in \mathbb{Z}$. Z předpokladu $a \equiv b \pmod{n}$ dostáváme $\exists k \in \mathbb{Z}: b = a + kn$. Pak $13b = 13a + (13k)n$ a $13k \in \mathbb{Z}$, tedy $13a \equiv 13b \pmod{n}$.
2. Dk: Nechť $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Z předpokladu $a \equiv b \pmod{n}$ a $b \equiv c \pmod{n}$ dostáváme $\exists k, l \in \mathbb{Z}: b = a + kn$ a $c = b + ln$. Pak $c = a + (k+l)n$ a $k+l \in \mathbb{Z}$, tedy $a \equiv c \pmod{n}$.