Cafourek

6.1.

$L = \{a^n b^m a^n \mid m, n \geq 0\}$

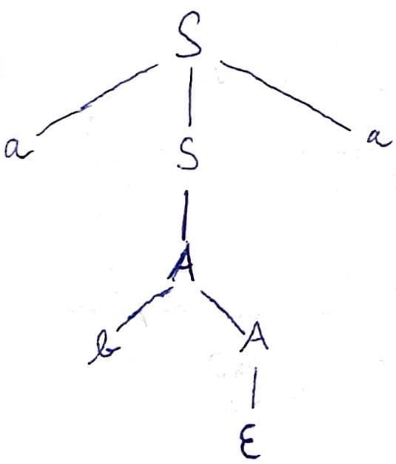
bezkontextová gramatika $G = (N, \Sigma, S, P)$, kde

$N = (S, A)$, $\Sigma = \{a, b)$ a

P: $S \to aSa \mid A$

$A \to bA \mid \varepsilon$

derivační strom:



1) Všechna slova z L jsou generována G:
Vezměme si slovo $w = a^i b^j a^i$, $i, j \geq 0$, které patří do jazyka L.
Kdybychom si pro něj udělali derivační strom, tak by se pro složky a^i i-krát opakovalo pravidlo $S \to aSa$ a pro složku b^j j-krát opakovalo pravidlo $A \to bA$. Tzn., že hloubka stromu by se zvyšovala * a díky pravidlům gramatiky G by se vždy složka b^j ocitla mezi složkami a^i, takže slovo $w \in L$ je generováno gramatikou G.
($w = a^i b^j a^i$, $i, j \geq 0$)

$\boxed{* \text{ s narůstajícími } i \text{ a } j}$

2) Všechna slova generovaná G patří do L:
Obdobně si vezměme slovo generované gramatikou G. Tzn., že se bude i-krát opakovat $S \to aSa$ a j-krát opakovat $A \to bA$.
Toto slovo je tedy tvaru $w = a^i b^j a^i$, $i, j \geq 0$, protože s narůstajícími i a j se strom pouze prohlubuje a složka b^j bude vždy mezi složkami a^i.
Položíme $i = n$ a $j = m$ a dostaneme $w = a^n b^m a^n$, $n, m \geq 0$, což jsou podmínky z jazyka L. Toto slovo tedy patří do jazyka L.

6.2. Zredukujte

$G: P: S \to aA \mid bB \mid aSa \mid bSb \mid \varepsilon$

$A \to bCD \mid Dba$

$B \to Bb \mid AC$

$C \to aA \mid a$

$D \to DE$

$E \to \varepsilon$

---

1) ~~Zjistíme~~ Sestrojíme množinu V, ve které se budou nacházet jen ty neterminály, ze kterých se dá generovat terminální slovo (musí aspoň jedno slovo generovat):

$\underline{V_1 = \{S, C, E\} = V}$

ať už přímo jako $A \to w$ nebo nepřímo
$A \to wB$
$B \to w$ ...
...

2) Sestrojíme množinu U, ve které budou jen neterminály z množiny V, které jsou dosažitelné ze startovacího symbolu:

$\underline{U_0 = \{S\} = U}$

redukovaná gramatika G_1 s pravidly P_1:

P_1: $S \to aSa \mid bSb \mid \varepsilon$