

## Übungen zur Numerik und Modellierung, Wintersemester 2013/14

8. Serie, 08.01.14

### Aufgabe 29

Berechnen Sie Näherungswerte für  $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{1}{\sin x} dx$  mit Hilfe

- a) der (einfachen) Trapezregel      b) der zusammengesetzten Trapezregel (Trapezsumme)  $T_3(f)$
  - c) der (einfachen) Simpsonregel      d) der zusammengesetzten Simpsonregel  $S_4(f)$
- und schätzen Sie jeweils den möglichen Fehler ab.

### Aufgabe 30

Bestimmen Sie Näherungen  $x_n$  für die Nullstelle von  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) := \cos x - x$  mit

- a) dem Bisektionsverfahren und dem Anfangsintervall  $[0, 1]$  für  $n=0,1,\dots,5$ ,
- b) der regula falsi und dem Anfangsintervall  $[0, 1]$  für  $n=0,1,2,3,4$ ,
- c) dem Newton-Verfahren und  $x_0 = 0$  für  $n=1,2,3,4$ ,
- d) dem Sekantenverfahren und  $x_0 = 0, x_1 = 1$  für  $n=2,3,4,5$ .

### Hausaufgaben

### Aufgabe 31

- a) Berechnen Sie Näherungswerte für  $\int_1^5 \frac{1}{x} dx (= \ln 5)$  mit Hilfe der Trapezregel und der Simpsonregel und wenden Sie jeweils die zugehörige Fehlerabschätzung an.
- b) Berechnen Sie näherungsweise  $\ln 5$  durch eine Trapezsumme  $T_N(f)$ , wobei  $h = \frac{b-a}{N}$  so zu wählen sei, dass der mögliche Fehler betragsmäßig kleiner als 0.2 sei.
- c) Wie b), aber mit der zusammengesetzten Simpsonregel mit einem geeigneten  $h = \frac{b-a}{2N}$ .

### Aufgabe 32

Bestimmen Sie Näherungen  $x_n$  für die Nullstelle von  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) := e^x - 2(e-1)x$  mit

- a) dem Bisektionsverfahren und dem Anfangsintervall  $[0, 1]$  für  $n=0,1,\dots,5$ ,
- b) der regula falsi und dem Anfangsintervall  $[0, 1]$  für  $n=0,1,2,3,4$ ,
- c) dem Newton-Verfahren und  $x_0 = 1$  für  $n=1,2,3,4$ ,
- d) dem Sekantenverfahren und  $x_0 = 0, x_1 = 1$  für  $n=2,3,4,5$ .

Geben Sie jeweils auch  $f(x_n)$  und in c)  $f'(x_n)$  an und rechnen Sie die Näherungen  $x_n$  auf mindestens 6 Stellen genau aus.