

Übungen zur Numerik und Modellierung, Wintersemester 2013/14

1. Serie, 01.11.13

Aufgaben für die Übungsstunde

Aufgabe 1

Untersuchen Sie, wie sich ein relativer Fehler $\frac{\delta x}{x}$ im Argument einer Funktion f auf das Ergebnis auswirkt, in dem Sie den Betrag des relativen Fehlers $|\frac{\delta f(x)}{f(x)}|$ im Ergebnis mit dem Betrag des relativen Fehlers in x vergleichen für

- a) $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \ln x$ b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \sin x$

Belegen Sie Ihre Feststellung mit je zwei Zahlenbeispielen.

Aufgabe 2

Begründen Sie, weshalb die folgenden Ausdrücke für die gegebenen $x \in \mathbb{R}$ rundungsfehleranfällig sind und bestimmen Sie jeweils einen mathematisch äquivalenten, aber weniger rundungsanfälligen Ausdruck.

- a) $\frac{1+x^2}{1-x^2} - \frac{1}{1+x^2} \quad |x| \ll 1$ b) $\sqrt{x^6+x^3} - \sqrt{x^6-x^3} \quad x \gg 1$

Vergleichen Sie jeweils beide Ausdrücke, in dem Sie deren Werte für geeignete x berechnen.

Aufgabe 3

Bestimmen Sie das Lagrangesche Interpolationspolynom $L_3(x)$ zu den Knoten x_i und Daten y_i , die Sie folgender Wertetabelle entnehmen:

x_i	-1	0	2	3
y_i	3	2	1	4

Hausaufgaben

Aufgabe 4

Untersuchen Sie, wie sich ein relativer Fehler $\frac{\delta x}{x}$ im Argument einer Funktion f auf das Ergebnis auswirkt, in dem Sie den Betrag des relativen Fehlers $|\frac{\delta f(x)}{f(x)}|$ im Ergebnis mit dem Betrag des relativen Fehlers in x vergleichen für

- a) $f :]0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \sqrt{x}$ b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \arctan x$

Belegen Sie Ihre Feststellung mit je zwei Zahlenbeispielen.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie das Lagrangesche Interpolationspolynom $L_4(x)$ zu den Knoten $x_i := i$ und Daten $y_i := f(x_i), i = 0, 1, 2, 3, 4$ für $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \cos(\frac{\pi}{4} x)$