Übungen zur Numerik und Modellierung, Wintersemester 2013/14

6. Serie, 06.12.13

Aufgaben für die Übungsstunde

Aufgabe 22

Bestimmen Sie zu $f : [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) := e^x$ die Bernstein-Polynome

$$B_m f(x) = \sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} f(\frac{k}{m}) x^k (1-x)^{m-k}$$

für $m = 1$ und $m = 2$, berechnen Sie (für $m = 2$ näherungsweise) $||B_m f - f||_\infty$ und skizzieren Sie $B_2 f$.

Aufgabe 23

Bestimmen Sie mit Hilfe des Alternantensatzes die Bestapproximationen zu $f : [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) := e^x$ im Sinne des Maximumsnorm im Raume

a) der konstanten Funktionen, b) der Parabeln $p(x) = ax^2 + b$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

c) wie b), aber für $f : [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) := x^3$.

Wie groß ist $||f - p||_\infty$ für die Bestapproximationen ?

Hausaufgaben

Aufgabe 24

Bestimmen Sie zu $f : [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) := \frac{1}{x+1}$ die Bernstein-Polynome

$$B_m f(x) = \sum_{k=0}^{m} \binom{m}{k} f(\frac{k}{m}) x^k (1-x)^{m-k}$$

für $m = 1$ und $m = 2$, berechnen Sie (für $m = 2$ näherungsweise) $||B_m f - f||_\infty$ und skizzieren Sie $B_2 f$.

Aufgabe 25

Bestimmen Sie mit Hilfe des Alternantensatzes die Gerade $p(x) = ax + b$, die die Funktion $f : [0,1] \to \mathbb{R}, f(x) := \frac{1}{x+1}$ im Sinne des Maximumsnorm am besten approximiert.
Wie groß ist $||f - p||_\infty$?