

# Übungen zur Numerik und Modellierung, Wintersemester 2013/14

4. Serie, 22.11.13

## Aufgaben für die Übungsstunde

### Aufgabe 14

Berechnen Sie zu  $f : ]0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$ , die kubische natürliche Splinefunktion, die  $f$  an den Knoten  $x_0 = 1, x_1 = 2$  und  $x_2 = 3$  interpoliert. Ansatz:

$$S(x) := \begin{cases} c_0x + d_0 & \text{für } x \leq 1 \\ a_1x^3 + b_1x^2 + c_1x + d_1 & \text{für } 1 < x \leq 2 \\ a_2x^3 + b_2x^2 + c_2x + d_2 & \text{für } 2 < x \leq 3 \\ c_3x + d_3 & \text{für } 3 < x \end{cases}$$

mit geeigneten Koeffizienten  $a_i, b_i, c_i, d_i \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabe 15

Leiten Sie für die kubische natürliche Splinefunktion von Aufgabe 15 eine Darstellung der Form

$$S(x) = P(x) + \sum_{j=0}^2 c_j(x - x_j)_+^3 \text{ her.}$$

## Hausaufgaben

### Aufgabe 16

Bei einem Slalom mit dem Start in (0|6) und dem Ziel in (25|0) sind Stangen in den Punkten (5|4), (10|2), (15|5) und (20|3) zu umfahren, wobei die erste und dritte Stange links, die zweite und vierte rechts zu umfahren sei. Der Abstand zu den Stangen muss während der Fahrt mindestens 1 betragen.

- Versuchen Sie mit Hilfe einer Splinefunktion eine Fahrstrecke mit stetiger Richtung und stetiger, aber möglichst geringer Krümmung zu ermitteln.
- Was ergäbe sich in a), wenn man eine Fahrstrecke mit Hilfe der Polynominterpolation berechnen würde?

Hinweis: Stellen Sie zu Hause für a) das lineare Gleichungssysteme auf und lösen Sie sie dann mit FreeMat (zu Hause oder im Computerpraktikum).

### Aufgabe 17

- Berechnen Sie die kubische natürliche Splinefunktion zu den Knoten  $x_0 := -1, x_1 := 0, x_2 := 2$  und Daten  $y_0 := 3, y_1 := 1, y_2 := 0$ .
- Leiten Sie für die kubische natürliche Splinefunktion aus a) eine Darstellung der Form

$$S(x) = P(x) + \sum_{j=0}^2 c_j(x - x_j)_+^3 \text{ her.}$$