

# 1 Laboratorinis darbas

5 grupė: Arnas Kazanzvičius, Arnas Usonis, Lukas Janušauskas, Simonas Lapinskas

Skirstinys:  $\chi^2$

6. Fiksavome, pasirinktą a.d. parametrų rinkinį ( $k=5$ ). Sugeneravome  $\chi^2_5$  duomenų rinkinius su 20, 50, 200, 1000 imčių dydžiais.

```
k <- 5
n <- c(20, 50, 200, 1000)

set.seed(42)

imtis1 <- rchisq(n[1], k)
imtis2 <- rchisq(n[2], k)
imtis3 <- rchisq(n[3], k)
imtis4 <- rchisq(n[4], k)
```

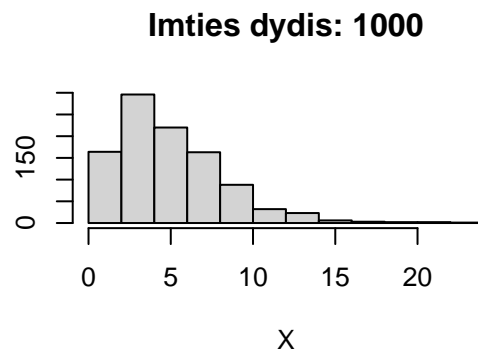
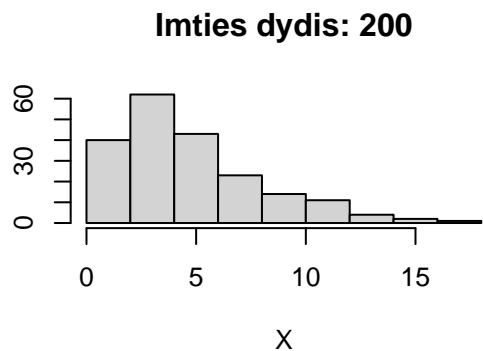
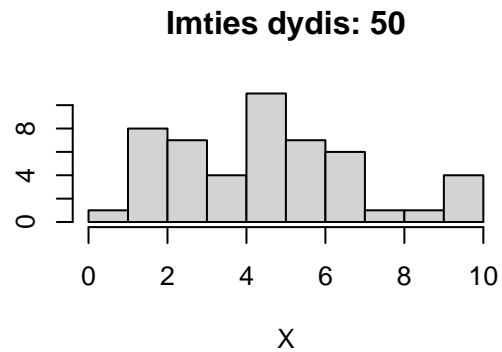
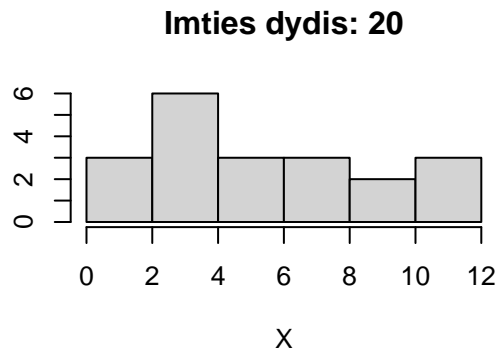
6a) Nubrėžėme histogramas

```
# Apibrėžiame pagalbinę funkciją, kadangi grafikai labai panašūs
plot_chisq_sample <- function(sample) {
  # sample - imtis, kurią įdedame į funkciją

  # Sudarome pavadinimą, į kurį įeis imties dydis
  imties_dydis <- length(sample)
  pavadinimas <- paste0("Imties dydis: ", imties_dydis)

  # Nubrėžiame histogramą
  hist(sample, main=pavadinimas,
        xlab = "X", ylab = "",
        freq = TRUE)
}

par(mfrow=c(2,2))
plot_chisq_sample(imtis1)
plot_chisq_sample(imtis2)
plot_chisq_sample(imtis3)
plot_chisq_sample(imtis4)
```



6b) Empirinės pasiskirstymo funkcijos mūsų darbe imčių pasiskirstymo funkcijos pateikiamos su teorine pasiskirstymo funkcija.

```
nubrezti_chisq_empirini <- function(sample, df=5) {
  # sample - imtis.
  # df - chi kvadratu parametras

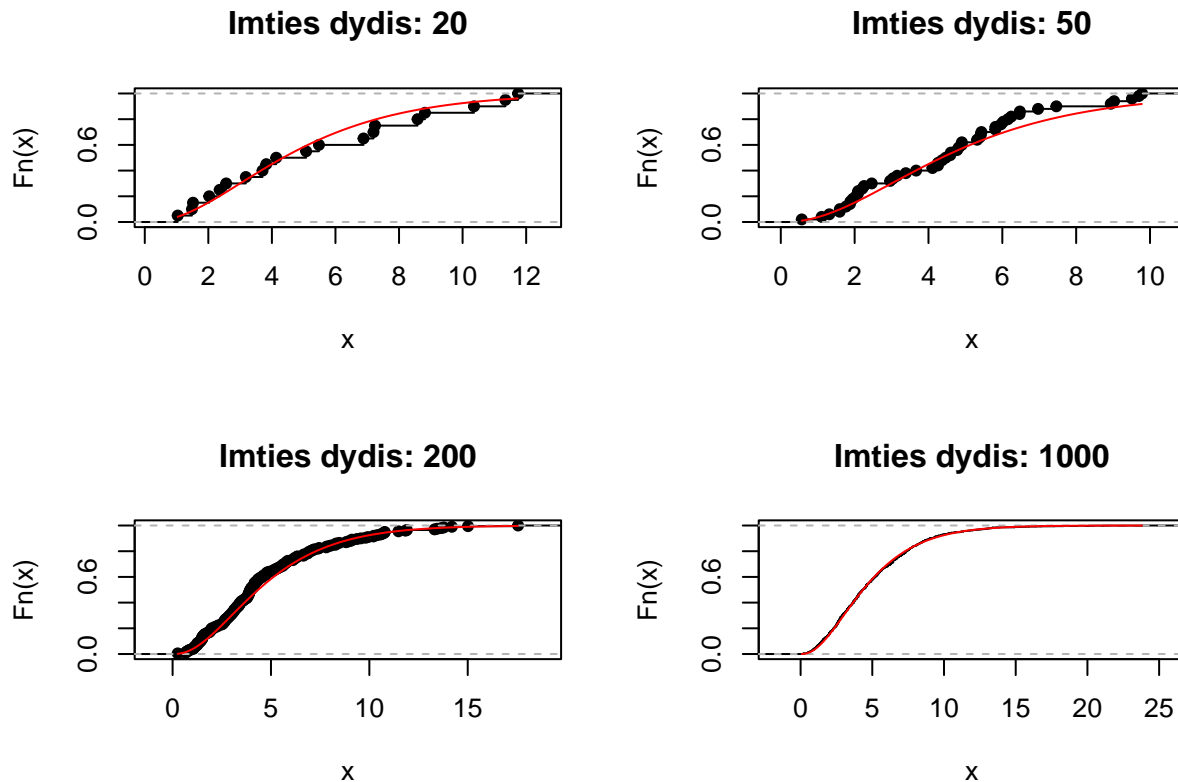
  # Sudarome pavadinimą
  imties_dydis <- length(sample)
  pavadinimas <- paste0("Imties dydis: ", imties_dydis)

  # Nubrėžiame empirinę pasiskirstymo funkciją
  plot(ecdf(sample), main=pavadinimas)

  # Nubrėžiame teorinę pasiskirstymo funkciją
  x <- seq(min(sample), max(sample), by=0.01)
  lines(x, pchisq(x, df), col = 'red')
}

par(mfrow=c(2,2))

suppressWarnings({
  nubrezti_chisq_empirini(imtis1)
  nubrezti_chisq_empirini(imtis2)
  nubrezti_chisq_empirini(imtis3)
  nubrezti_chisq_empirini(imtis4)
})
```



7. Momentų metodu išvestas parametro  $k$  įvertinys:

Remiantis 3. punktu prisimename, kad  $EX = k$ . Pirmasis žingsnis, sudarant įverčius momentų metodu yra momentų prilyginimas empiriniams momentams. Taigi  $EX$  prilyginame  $\bar{X}$ . Gauname parametro  $k$  įvertinį  $\tilde{k}$ :

$$\tilde{k} = \bar{X} \quad (1)$$

```
imtys <- list(imtis1, imtis2, imtis3, imtis4)

sapply(imtys, function(x)
  paste(length(x), "dydžio imties parametro įvertinys", mean(x)))

## [1] "20 dydžio imties parametro įvertinys 5.42851954560543"
## [2] "50 dydžio imties parametro įvertinys 4.49953597150517"
## [3] "200 dydžio imties parametro įvertinys 4.82725161603656"
## [4] "1000 dydžio imties parametro įvertinys 4.99404810200757"
```

8. Didžiausio tikėtinumo metodu taip pat gavome įverčius. Tačiau, kadangi skaičiavimai per daug komplikuoti, naudojome `optim` funkciją.

```
# install.packages('likelihoodExplore')
library(likelihoodExplore)

pakoreguota_tiketinumo <- function(x, par) {
  # Pakoreguojame tikėtinumo funkciją, kad tikty optim funkcijai
  return( -1 * likchisq(x=x, df=par) )
}

mle_chisq_ivertis <- function(imtis) {
  res <- optim(par=c(1),                                # Pradedame nuo 1
```

```

        fn=pakoreguota_tiketinumo, # Pakoreguojame tikėtinumo funkciją
        method="L-BFGS-B",         # Naudojame L-BFGS optimizatorių
        x=imtis)
    return ( res$par )
}

sapply(imtys, function(x)
  paste(length(x), "dydžio imties parametro įvertis", mle_chisq_ivertis(x)))

## [1] "20 dydžio imties parametro įvertis 5.30031169143056"
## [2] "50 dydžio imties parametro įvertis 4.76282529559125"
## [3] "200 dydžio imties parametro įvertis 4.79013509203223"
## [4] "1000 dydžio imties parametro įvertis 4.93233518543483"

```

9. Palyginkime 7 ir 8 punktuose gautus rezultatus

Nors, davus mažą imtį, gauti geresni rezultatai, panaudojus didžiausio tikėtinumo metodą, tačiau momentų metodo įverčiai, iš rezultatų atrodo, greičiau konverguoja link tikrojo parametro(5).