

COMENIUS UNIVERSITY IN BRATISLAVA  
FACULTY OF MATHEMATICS, PHYSICS AND INFORMATICS

NEW APPROACHES TO NOWHERE-ZERO FLOW  
PROBLEMS  
MASTER THESIS

2026  
LUKÁŠ GÁBORIK



COMENIUS UNIVERSITY IN BRATISLAVA  
FACULTY OF MATHEMATICS, PHYSICS AND INFORMATICS

NEW APPROACHES TO NOWHERE-ZERO FLOW  
PROBLEMS

MASTER THESIS

Study Programme: Computer Science  
Field of Study: Computer Science  
Department: Department of Computer Science  
Supervisor: Mgr. Jozef Rajník, PhD.

Bratislava, 2026  
Lukáš Gáborik





Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

## ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

**Meno a priezvisko študenta:** Bc. Lukáš Gáborik  
**Študijný program:** informatika (Jednoodborové štúdium, magisterský II. st., denná forma)  
**Študijný odbor:** informatika  
**Typ záverečnej práce:** diplomová  
**Jazyk záverečnej práce:** anglický  
**Sekundárny jazyk:** slovenský

**Názov:** New approaches to nowhere-zero flow problems  
*Nové prístupy k problémom o nikde-nulových tokoch*

**Anotácia:** Táto práca nadväzuje na výsledky bakalárskej práce rovnakého autora. Novo zavedený pojem viacrozmerých Manhattanských a Čebyševovských tokov ponecháva priestor pre ďalší výskum, ako napríklad hľadanie dolných odhadov pre tokové čísla. Jedným z hlavných výsledkov spomínanej bakalárskej práce je predstavenie hypotézy tvrdiacej, že každý bezmostový graf pripúšťa (1,2)-cirkulačnú dekompozíciu, t. j. 2-cirkuláciu a 4-cirkuláciu takú, že zakaždým keď je 2-cirkulácia nulová na nejakej hrane, tak 4-cirkulácia nemôže nadobúdať 0, +1 alebo -1. To ponúka bohatý priestor na výskum vrátane rôznych zovšeobecnení, v ktorých kladieme ďalšie požiadavky na tokové hodnoty.

**Cieľ:**

1. Dokázať netriviálne dolné odhady pre dvojrozmerné Čebyševovské tokové číslo grafu.
2. Preskúmať možné spôsoby, ako dokázať hypotézu, že každý bezmostový graf pripúšťa (1, 2)-cirkulačnú dekompozíciu, a iné súvisiace hypotézy. Dokázať túto hypotézu pre niektoré nekonečné triedy snarkov, prípadne pre niektoré snarky, ktoré majú ďaleko od toho, aby boli zafarbitelné (napr. s nepárnosťou 2, indexom perfektného párenia 4, ...).
3. Preskúmať ďalšie zovšeobecnenia tokov potenciálne užitočné v kontexte vyššie uvedenej hypotézy.

**Vedúci:** Mgr. Jozef Rajník, PhD.  
**Katedra:** FMFI.KI - Katedra informatiky  
**Vedúci katedry:** prof. RNDr. Martin Škoviera, PhD.  
**Dátum zadania:** 21.11.2024

**Dátum schválenia:** 05.12.2024

prof. RNDr. Rastislav Kráľovič, PhD.  
garant študijného programu

.....  
študent

.....  
vedúci práce



## THESIS ASSIGNMENT

**Name and Surname:** Bc. Lukáš Gáborik  
**Study programme:** Computer Science (Single degree study, master II. deg., full time form)  
**Field of Study:** Computer Science  
**Type of Thesis:** Diploma Thesis  
**Language of Thesis:** English  
**Secondary language:** Slovak

**Title:** New approaches to nowhere-zero flow problems

**Annotation:** This work builds on the results of the bachelor thesis of the same author. The newly introduced notion of multidimensional Manhattan and Chebyshev flows still leaves some possibilities for further research like finding lower bounds on flow numbers. One of the main results of the mentioned bachelor thesis is the introduction of the conjecture asserting that each bridgeless graph admits a  $(1,2)$ -circulation decomposition, that is a 2-circulation and a 4-circulation such that whenever the 2-circulation is zero on any edge, the 4-circulations can not attain 0, +1 or -1. This offers wide possibilities of exploration including various generalisations where further requirements are posed on the flow values.

**Aim:**

1. Prove nontrivial lower bounds on 2-dimensional Chebyshev flow number of a graph.
2. Explore possible ways of proving the conjecture that each bridgeless graph admits a  $(1, 2)$ -circulation decomposition, and other related conjectures. Prove this conjecture for some infinite families of snarks, eventually for some snarks that are far from being colourable (e.g. with oddness 2, perfect matching index 4, ...)
3. Research other generalisation of flows potentially useful in the context of the abovementioned conjecture.

**Supervisor:** Mgr. Jozef Rajník, PhD.  
**Department:** FMFI.KI - Department of Computer Science  
**Head of department:** prof. RNDr. Martin Škoviera, PhD.

**Assigned:** 21.11.2024

**Approved:** 05.12.2024

prof. RNDr. Rastislav Kráľovič, PhD.  
Guarantor of Study Programme

---

Student

---

Supervisor

**Acknowledgments:**

# Abstrakt

Klíčové slová:



# Abstract

Keywords:



# Contents

Introduction	1
Conclusion	3



# Introduction



# Conclusion

