

Bericht Optimierung

Lukas Panni

08.11.2022

1. Schnittpunkttest optimieren

Sourcecode optimierte Version:

Listing 1: intersects optimiert

```
1  bool intersects(Vector<T, 3> origin, Vector<T, 3> direction,
2  FLOAT &t, FLOAT &u, FLOAT &v, FLOAT minimum_t)
3  {
4  Vector<T, 3> normal = cross_product(p2 - p1, p3 - p1);
5
6  T normalRayProduct = normal.scalar_product(direction);
7
8  if (fabs(normalRayProduct) < EPSILON)
9  {
10     return false;
11 }
12
13 T d = normal.scalar_product(p1);
14 t = (d - normal.scalar_product(origin)) / normalRayProduct;
15
16 if (t < 0.0 || t > minimum_t)
17 {
18     return false;
19 }
20
21 Vector<T, 3> intersection = origin + t * direction;
22
23 Vector<T, 3> vector = cross_product(p2 - p1, intersection - p1);
24 if (normal.scalar_product(vector) < 0.0)
25 {
26     return false;
27 }
28
29 vector = cross_product(p3 - p2, intersection - p2);
30 if (normal.scalar_product(vector) < 0.0)
31 {
32     return false;
33 }
34
35 Vector<T, 3> vectorV = cross_product(p1 - p3, intersection - p3);
36 if (normal.scalar_product(vectorV) < 0.0)
37 {
38     return false;
39 }
40
41 T squareArea = normal.square_of_length();
```

```

42 |
43 | v = sqrt(vectorV.square_of_length() / squareArea);
44 | u = sqrt(vector.square_of_length() / squareArea);
45 | return true;
46 | }

```

Die Änderungen beziehen sich insbesondere auf die Berechnung von u und v . Diese wurden ans Ende der Funktion verschoben, da die Werte nur benötigt werden, wenn ein Schnittpunkt existiert. Zur Reduktion der Wurzelfunktion wurde die Berechnung von u und v angepasst: Anstatt die Länge durch die Fläche zu teilen, wird das Quadrat der Länge durch das Quadrat der Fläche geteilt und im Anschluss die Wurzel gezogen. Da bei der Berechnung der Länge und der Fläche jeweils die Wurzel aus dem jeweiligen Quadrat gezogen wird, kann so die Anzahl der `sqrt` Operationen von 3 ($2\text{Länge} + \text{Fläche}$) auf 2 ($2(\text{QuadratischeLänge}/\text{QuadratischeFläche})$) reduziert werden. Außerdem wird durch Prüfung, ob bereits ein näherer Schnittpunkt gefunden wird, ein früherer Abbruch der Funktion ermöglicht.

Assembler

Der Assembler-Code wurde ohne Compiler-Optimierung erzeugt, um die Lesbarkeit zu verbessern. Für die Ermöglichung des früheren Abbruchs (Überprüfung auf $t > \text{minimum_t}$) werden mehr Assembler-Befehle erzeugt. Der zweite Vergleich erfordert neben einer Vergleichsoperation (`VCOMISS`) auch einen zusätzlichen Sprungbefehl (`ja` und `jbe` im Vergleich zu nur `jbe`).

unoptimiert:

Listing 2: Assembler `minimum_t` unoptimiert

```

1  if (t < 0.0)
2  239: 48 8b 85 30 ff ff ff mov -0xd0(%rbp),%rax
3  240: c5 fa 10 08 vmovss (%rax),%xmm1
4  244: c5 f8 57 c0 vxorps %xmm0,%xmm0,%xmm0
5  248: c5 f8 2f c1 vcomiss %xmm1,%xmm0
6  24c: 76 0a jbe 258 <\
    ↳ _ZN8TriangleIfE10intersectsE6VectorIfLm3EES2_RfS3_S3_f+0
    ↳ x258>
7  {
8  return false;
9  24e: b8 00 00 00 00 mov $0x0,%eax
10 253: e9 1b 04 00 00 jmpq 673 <\
    ↳ _ZN8TriangleIfE10intersectsE6VectorIfLm3EES2_RfS3_S3_f+0
    ↳ x673>
11 }

```

optimiert:

Listing 3: Assembler minimum_t optimiert

```

1  if (t < 0.0 || t > minimum_t)
2  229: 48 8b 85 20 ff ff ff mov -0xe0(%rbp),%rax
3  230: c5 fa 10 08 vmovss (%rax),%xmm1
4  234: c5 f8 57 c0 vxorps %xmm0,%xmm0,%xmm0
5  238: c5 f8 2f c1 vcomiss %xmm1,%xmm0
6  23c: 77 15 ja 253 <\
    ↳ _ZN8TriangleIfE10intersectsE6VectorIfLm3EES2_RfS3_S3_f+0
    ↳ x253>
7  23e: 48 8b 85 20 ff ff ff mov -0xe0(%rbp),%rax
8  245: c5 fa 10 00 vmovss (%rax),%xmm0
9  249: c5 f8 2f 85 0c ff ff vcomiss -0xf4(%rbp),%xmm0
10 250: ff
11 251: 76 0a jbe 25d <\
    ↳ _ZN8TriangleIfE10intersectsE6VectorIfLm3EES2_RfS3_S3_f+0
    ↳ x25d>
12 {
13 return false;
14 253: b8 00 00 00 00 mov $0x0,%eax
15 258: e9 7a 04 00 00 jmpq 6d7 <\
    ↳ _ZN8TriangleIfE10intersectsE6VectorIfLm3EES2_RfS3_S3_f+0
    ↳ x6d7>
16 }

```

Die Optimierung der Berechnung von u und v führt zur Reduktion der Aufrufe der sqrt Implementierung der GLIBC. In der unoptimierten Variante wird die Fläche area als Länge des Normalenvektors berechnet:

Listing 4: Assembler Berechnung area

```

1  T area = normal.length(); // used for u-v-parameter calculation
2  6392: 48 8d 85 7c ff ff ff lea -0x84(%rbp),%rax
3  6399: 48 89 c7 mov %rax,%rdi
4  639c: e8 ed fa ff ff callq 5e8e <\_ZNK6VectorIfLm3EE6lengthEv>
5  63a1: c5 f9 7e c0 vmovd %xmm0,%eax
6  63a5: 89 45 f8 mov %eax,-0x8(%rbp)

```

Die Berechnung der Länge erfolgt in der Funktion Vector::length:

Listing 5: Assembler Vector::length

```

1  T length(void) const {
2  5e8e: 55 push %rbp
3  5e8f: 48 89 e5 mov %rsp,%rbp
4  5e92: 48 83 ec 10 sub $0x10,%rsp
5  5e96: 48 89 7d f8 mov %rdi,-0x8(%rbp)
6  return sqrt( square_of_length() );

```

1. Schnittpunkttest optimieren

```
7 5e9a: 48 8b 45 f8 mov -0x8(%rbp),%rax
8 5e9e: 48 89 c7 mov %rax,%rdi
9 5ea1: e8 8a 11 00 00 callq 7030 <\
    ↳ _ZNK6VectorIfLm3EE16square_of_lengthEv>
10 5ea6: c5 f2 5a c8 vcvtsd2ss %xmm0,%xmm1,%xmm1
11 5eaa: c4 e1 f9 7e c8 vmovq %xmm1,%rax
12 5eaf: c4 e1 f9 6e c0 vmovq %rax,%xmm0
13 5eb4: e8 47 c2 ff ff callq 2100 <sqrt@plt>
14 5eb9: c5 fb 5a c0 vcvtsd2ss %xmm0,%xmm0,%xmm0
15 }
```

Dazu wird zunächst `square_of_length()` aufgerufen (5ea1) und mit dem Ergebnis die GLIBC Implementierung der `sqrt` Funktion aufgerufen (5eb4). Auch für die Berechnung von `u` und `v` wird `Vector::length()` aufgerufen:

Listing 6: Assembler Berechnung `u` und `v`, unoptimiert

```
1 u = vector.length() / area;
2 6726: 48 8d 85 64 ff ff ff lea -0x9c(%rbp),%rax
3 672d: 48 89 c7 mov %rax,%rdi
4 6730: e8 59 f7 ff ff callq 5e8e <_ZNK6VectorIfLm3EE6lengthEv>
5 6735: c5 fa 5e 45 f8 vdivss -0x8(%rbp),%xmm0,%xmm0
6 673a: 48 8b 85 28 ff ff ff mov -0xd8(%rbp),%rax
7 6741: c5 fa 11 00 vmovss %xmm0,(%rax)
8 ...
9 v = vector.length() / area;
10 685b: 48 8d 85 64 ff ff ff lea -0x9c(%rbp),%rax
11 6862: 48 89 c7 mov %rax,%rdi
12 6865: e8 24 f6 ff ff callq 5e8e <_ZNK6VectorIfLm3EE6lengthEv>
13 686a: c5 fa 5e 45 f8 vdivss -0x8(%rbp),%xmm0,%xmm0
14 686f: 48 8b 85 20 ff ff ff mov -0xe0(%rbp),%rax
15 6876: c5 fa 11 00 vmovss %xmm0,(%rax)
```

Insgesamt macht das 3 Aufrufe von `sqrt` (67830 und 6865 über `Vector::length`). Die optimierte Version verwendet die `Vector::length` Funktion nicht. Da für die Berechnung von `u` und `v` standardmäßig jeweils zwei Quadratwurzeln dividiert werden, kann die Wurzelberechnung auch auf das Ergebnis der Division erfolgen und damit verzögert werden. In der optimierten Version werden deshalb nur 2 Aufrufe von `sqrt` benötigt (6876 und 68ac).

Listing 7: Assembler Berechnung `u` und `v`, optimiert

```
1 v = sqrt(vectorV.square_of_length() / squareArea);
2 6854: 48 8d 85 58 ff ff ff lea -0xa8(%rbp),%rax
3 685b: 48 89 c7 mov %rax,%rdi
4 685e: e8 13 08 00 00 callq 7076 <\
    ↳ _ZNK6VectorIfLm3EE16square_of_lengthEv>
```

1. Schnittpunkttest optimieren

```
5 6863: c5 fa 5e 45 f4 vdivss -0xc(%rbp),%xmm0,%xmm0
6 6868: c5 d2 5a e8 vcvts2sd %xmm0,%xmm5,%xmm5
7 686c: c4 e1 f9 7e e8 vmovq %xmm5,%rax
8 6871: c4 e1 f9 6e c0 vmovq %rax,%xmm0
9 6876: e8 85 b8 ff ff callq 2100 <sqrt@plt>
10 687b: c5 fb 5a c0 vcvts2ss %xmm0,%xmm0,%xmm0
11 687f: 48 8b 85 10 ff ff ff mov -0xf0(%rbp),%rax
12 6886: c5 fa 11 00 vmovss %xmm0,(%rax)
13 u = sqrt(vector.square_of_length() / squareArea);
14 688a: 48 8d 85 64 ff ff ff lea -0x9c(%rbp),%rax
15 6891: 48 89 c7 mov %rax,%rdi
16 6894: e8 dd 07 00 00 callq 7076 <\
    ↪ _ZNK6VectorIfLm3EE16square_of_lengthEv>
17 6899: c5 fa 5e 45 f4 vdivss -0xc(%rbp),%xmm0,%xmm0
18 689e: c5 ca 5a f0 vcvts2sd %xmm0,%xmm6,%xmm6
19 68a2: c4 e1 f9 7e f0 vmovq %xmm6,%rax
20 68a7: c4 e1 f9 6e c0 vmovq %rax,%xmm0
21 68ac: e8 4f b8 ff ff callq 2100 <sqrt@plt>
22 68b1: c5 fb 5a c0 vcvts2ss %xmm0,%xmm0,%xmm0
23 68b5: 48 8b 85 18 ff ff ff mov -0xe8(%rbp),%rax
24 68bc: c5 fa 11 00 vmovss %xmm0,(%rax)
```

Messungen

Kompiliert wurde jeweils unter Debian 10 mit GCC 8.3.0. Die Messungen wurden auf einem PC mit folgenden Merkmalen erstellt:

- * CPU: AMD Ryzen 7 5800X @ 4.60 GHz
- * RAM: 32GB DDR4-3200

Messung

Durchlauf	Zeit Optimiert	Zeit unoptimiert
1	4.62049 s	4.02156 s
2	4.60774 s	4.07757 s
3	4.56693 s	4.06602 s
4	4.56833 s	4.04903 s
5	4.58256 s	4.07341 s
6	4.58978 s	4.0889 s
7	4.56290 s	4.09844 s
8	4.57446 s	4.09043 s
9	4.55789 s	4.08588 s
10	4.59217 s	4.0745 s

1. Schnittpunkttest optimieren

Durchlauf	Zeit Optimiert	Zeit unoptimiert
Durchschnitt	4.582325 s	4.072574 s

Ergibt eine Performance-Steigerung von etwa +12,5 %. Zurückzuführen ist diese Steigerung auf die Reduktion der Quadratwurzelberechnung. Durch die Ausführung der Berechnungen am Ende der Funktion werden Quadratwurzeln nur noch berechnet wenn dies notwendig ist. Zusätzlich wurde die maximale Anzahl der Quadratwurzelberechnungen reduziert und durch die Prüfung, ob bereits nähere Schnittpunkte gefunden wurden, kann die Berechnung häufiger frühzeitig abgebrochen werden.

2. Quadratwurzelberechnung optimieren

Optimierung der Quadratwurzelberechnung durch Verwendung des Newton-Verfahrens. Wo möglich wird der Assembler-Code ohne Compileroptimierung verwendet, um die Lesbarkeit zu erhöhen. Sourcecode sqrt1:

Listing 8: sqrt1

```
1  template <size_t LOOPS = 2>
2  float sqrt1(float *a)
3  {
4      float root;
5
6      int *ai = reinterpret_cast<int *>(a);
7      int *initial = reinterpret_cast<int *>(&root);
8      *initial = (1 << 29) + (*ai >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
9      root = *reinterpret_cast<float *>(initial);
10     // newton method
11     for (size_t i = 0; i < LOOPS; i++)
12     {
13         root = 0.5 * (root + *a / root);
14     }
15
16     return root;
17 }
```

Der Assembler-Code für den Aufruf von sqrt1 mit der SIMD-Optimierung durch den Compiler:

Listing 9: sqrt1 Assembler

```
1      start = steady_clock::now();
2      18bf: e8 4c f8 ff ff callq 1110 <
           ↪ _ZNSt6chrono3_V212steady_clock3nowEv@plt>
3      18c4: b9 e8 03 00 00 mov $0x3e8,%ecx
4      18c9: c5 f8 28 25 3f 08 00 vmovaps 0x83f(%rip),%xmm4 # 2110 <
           ↪ _IO_stdin_used+0x110>
5      18d0: 00
6      18d1: c5 f8 28 1d 47 08 00 vmovaps 0x847(%rip),%xmm3 # 2120 <
           ↪ _IO_stdin_used+0x120>
7      18d8: 00
8      18d9: 49 89 c7 mov %rax,%r15
9      18dc: 48 89 44 24 60 mov %rax,0x60(%rsp)
10     18e1: 66 66 2e 0f 1f 84 00 data16 nopw %cs:0x0(%rax,%rax,1)
11     18e8: 00 00 00 00
12     18ec: 0f 1f 40 00 nopl 0x0(%rax)
13     18f0: 4c 89 e2 mov %r12,%rdx
14     18f3: 4c 89 e8 mov %r13,%rax
```


2. Quadratwurzelberechnung optimieren

```

15  *initial = (1 << 29) + (*ai >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
16  18f6: c5 f8 28 32 vmovaps (%rdx),%xmm6
17  18fa: c5 f8 28 42 20 vmovaps 0x20(%rdx),%xmm0
18  18ff: 48 83 c0 40 add $0x40,%rax
19  1903: 48 83 c2 40 add $0x40,%rdx
20  1907: c5 c8 c6 52 d0 88 vshufps $0x88,-0x30(%rdx),%xmm6,%xmm2
21  190d: c5 f8 c6 4a f0 88 vshufps $0x88,-0x10(%rdx),%xmm0,%xmm1
22  1913: c5 c8 c6 72 d0 dd vshufps $0xdd,-0x30(%rdx),%xmm6,%xmm6
23  1919: c5 f8 c6 42 f0 dd vshufps $0xdd,-0x10(%rdx),%xmm0,%xmm0
24  191f: c5 e8 c6 e9 88 vshufps $0x88,%xmm1,%xmm2,%xmm5
25  1924: c5 e8 c6 c9 dd vshufps $0xdd,%xmm1,%xmm2,%xmm1
26  1929: c5 c8 c6 d0 88 vshufps $0x88,%xmm0,%xmm6,%xmm2
27  192e: c5 c8 c6 c0 dd vshufps $0xdd,%xmm0,%xmm6,%xmm0
28  1933: c5 c9 72 e5 01 vpsrad $0x1,%xmm5,%xmm6
29  1938: c5 c9 fe fc vpadd %xmm4,%xmm6,%xmm7
30  root = 0.5 * (root + *a / root);
31  193c: c5 d0 5e f7 vdivps %xmm7,%xmm5,%xmm6
32  1940: c5 c8 58 f7 vaddps %xmm7,%xmm6,%xmm6
33  1944: c5 c8 59 f3 vmulps %xmm3,%xmm6,%xmm6
34  1948: c5 d0 5e ee vdivps %xmm6,%xmm5,%xmm5
35  194c: c5 d0 58 ee vaddps %xmm6,%xmm5,%xmm5
36  *initial = (1 << 29) + (*ai >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
37  1950: c5 c9 72 e2 01 vpsrad $0x1,%xmm2,%xmm6
38  1955: c5 c9 fe fc vpadd %xmm4,%xmm6,%xmm7
39  root = 0.5 * (root + *a / root);
40  1959: c5 e8 5e f7 vdivps %xmm7,%xmm2,%xmm6
41  195d: c5 d0 59 eb vmulps %xmm3,%xmm5,%xmm5
42  1961: c5 c8 58 f7 vaddps %xmm7,%xmm6,%xmm6
43  1965: c5 c8 59 f3 vmulps %xmm3,%xmm6,%xmm6
44  1969: c5 e8 5e d6 vdivps %xmm6,%xmm2,%xmm2
45  196d: c5 e8 58 d6 vaddps %xmm6,%xmm2,%xmm2
46  *initial = (1 << 29) + (*ai >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
47  1971: c5 c9 72 e1 01 vpsrad $0x1,%xmm1,%xmm6
48  1976: c5 c9 fe fc vpadd %xmm4,%xmm6,%xmm7
49  root = 0.5 * (root + *a / root);
50  197a: c5 f0 5e f7 vdivps %xmm7,%xmm1,%xmm6
51  197e: c5 e8 59 d3 vmulps %xmm3,%xmm2,%xmm2
52  1982: c5 c8 58 f7 vaddps %xmm7,%xmm6,%xmm6
53  1986: c5 c8 59 f3 vmulps %xmm3,%xmm6,%xmm6
54  198a: c5 f0 5e ce vdivps %xmm6,%xmm1,%xmm1
55  198e: c5 f0 58 ce vaddps %xmm6,%xmm1,%xmm1
56  *initial = (1 << 29) + (*ai >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
57  1992: c5 c9 72 e0 01 vpsrad $0x1,%xmm0,%xmm6
58  1997: c5 c9 fe fc vpadd %xmm4,%xmm6,%xmm7
59  root = 0.5 * (root + *a / root);
60  199b: c5 f8 5e f7 vdivps %xmm7,%xmm0,%xmm6

```

2. Quadratwurzelberechnung optimieren

```
61 199f: c5 f0 59 cb vmulps %xmm3,%xmm1,%xmm1
62 19a3: c5 c8 58 f7 vaddps %xmm7,%xmm6,%xmm6
63 19a7: c5 c8 59 f3 vmulps %xmm3,%xmm6,%xmm6
64 19ab: c5 f8 5e c6 vdivps %xmm6,%xmm0,%xmm0
65 19af: c5 f8 58 c6 vaddps %xmm6,%xmm0,%xmm0
66     roots[i + k] = sqrt1<LOOPS>(floats + i + k);
67 19b3: c5 d0 14 f1 vunpcklps %xmm1,%xmm5,%xmm6
68 19b7: c5 d0 15 c9 vunpckhps %xmm1,%xmm5,%xmm1
69 19bb: c5 f8 59 c3 vmulps %xmm3,%xmm0,%xmm0
70 19bf: c5 e8 14 e8 vunpcklps %xmm0,%xmm2,%xmm5
71 19c3: c5 e8 15 c0 vunpckhps %xmm0,%xmm2,%xmm0
72 19c7: c5 c8 14 d5 vunpcklps %xmm5,%xmm6,%xmm2
73 19cb: c5 c8 15 f5 vunpckhps %xmm5,%xmm6,%xmm6
74 19cf: c5 f8 29 50 c0 vmovaps %xmm2,-0x40(%rax)
75 19d4: c5 f0 14 d0 vunpcklps %xmm0,%xmm1,%xmm2
76 19d8: c5 f0 15 c8 vunpckhps %xmm0,%xmm1,%xmm1
77 19dc: c5 f8 29 70 d0 vmovaps %xmm6,-0x30(%rax)
78 19e1: c5 f8 29 50 e0 vmovaps %xmm2,-0x20(%rax)
79 19e6: c5 f8 29 48 f0 vmovaps %xmm1,-0x10(%rax)
80 19eb: 49 39 c6 cmp %rax,%r14
```

Die zweite Variante berechnet vier Wurzeln gleichzeitig. Der Compiler erzeugt dazu auch hier automatisch die Packed-SIMD Instruktionen.

Listing 10: sqrt2

```
1  template <size_t LOOPS = 2>
2  void sqrt2(float *__restrict__ a, float *__restrict__ root)
3  {
4      int *ai = reinterpret_cast<int *>(a);
5      int *initial = reinterpret_cast<int *>(root);
6      initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
7      initial[1] = (1 << 29) + (ai[1] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
8      initial[2] = (1 << 29) + (ai[2] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
9      initial[3] = (1 << 29) + (ai[3] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
10     root = reinterpret_cast<float *>(initial);
11     // newton method
12     for (size_t i = 0; i < LOOPS; i++)
13     {
14         root[0] = 0.5 * (root[0] + a[0] / root[0]);
15         root[1] = 0.5 * (root[1] + a[1] / root[1]);
16         root[2] = 0.5 * (root[2] + a[2] / root[2]);
17         root[3] = 0.5 * (root[3] + a[3] / root[3]);
18     }
19 }
```

2. Quadratwurzelberechnung optimieren

Der Assembler-Code für `sqrt2` wurde mit Optimierung (-O3) erzeugt, damit die Packed-SIMD Instruktionen verwendet werden. Durch Optimierungen wie Inlining wird der Assembler-Code allerdings schwer lesbar und Anfang und Ende einer Funktion sind nur schwer identifizierbar. Um dennoch lesbaren Assembler-Code zu erhalten wurde die Main-Funktion angepasst, sodass nur noch die Funktion `sqrt2` mit zufälligen Zahlen mehrfach aufgerufen wird.

Listing 11: Assembler für `sqrt2`

```
1  template <size_t LOOPS = 2>
2  void sqrt2(float *__restrict__ a, float *__restrict__ root)
3  {
4      int *ai = reinterpret_cast<int *>(a);
5      int *initial = reinterpret_cast<int *>(root);
6      initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
7      1190: c4 c1 78 28 44 24 20 vmovaps 0x20(%r12),%xmm0
8      initial[3] = (1 << 29) + (ai[3] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
9      root = reinterpret_cast<float *>(initial);
10     // newton method
11     for (size_t i = 0; i < LOOPS; i++)
12     {
13         root[0] = 0.5 * (root[0] + a[0] / root[0]);
14         1197: c5 f8 28 60 20 vmovaps 0x20(%rax),%xmm4
15         119c: 48 83 c0 40 add $0x40,%rax
16         11a0: 49 83 c4 40 add $0x40,%r12
17         initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
18         11a4: c4 c1 78 28 4c 24 c0 vmovaps -0x40(%r12),%xmm1
19         11ab: c4 41 78 c6 54 24 f0 vshufps $0x88,-0x10(%r12),%xmm0,%
           ↳ xmm10
20         11b2: 88
21         11b3: c4 41 78 c6 44 24 f0 vshufps $0xdd,-0x10(%r12),%xmm0,%
           ↳ xmm8
22         11ba: dd
23         root[0] = 0.5 * (root[0] + a[0] / root[0]);
24         11bb: c5 f8 28 40 c0 vmovaps -0x40(%rax),%xmm0
25         11c0: c5 d8 c6 50 f0 88 vshufps $0x88,-0x10(%rax),%xmm4,%xmm2
26         initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
27         11c6: c4 c1 70 c6 5c 24 d0 vshufps $0x88,-0x30(%r12),%xmm1,%
           ↳ xmm3
28         11cd: 88
29         root[0] = 0.5 * (root[0] + a[0] / root[0]);
30         11ce: c5 d8 c6 60 f0 dd vshufps $0xdd,-0x10(%rax),%xmm4,%xmm4
31         initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
32         11d4: c4 c1 70 c6 4c 24 d0 vshufps $0xdd,-0x30(%r12),%xmm1,%
           ↳ xmm1
33         11db: dd
34         root[0] = 0.5 * (root[0] + a[0] / root[0]);
```

2. Quadratwurzelberechnung optimieren

```
35 11dc: c5 78 c6 48 d0 88 vshufps $0x88,-0x30(%rax),%xmm0,%xmm9
36 11e2: c5 f8 c6 40 d0 dd vshufps $0xdd,-0x30(%rax),%xmm0,%xmm0
37 initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
38 11e8: c4 c1 60 c6 ea 88 vshufps $0x88,%xmm10,%xmm3,%xmm5
39 root[0] = 0.5 * (root[0] + a[0] / root[0]);
40 11ee: c5 f8 c6 fc 88 vshufps $0x88,%xmm4,%xmm0,%xmm7
41 11f3: c5 30 c6 da 88 vshufps $0x88,%xmm2,%xmm9,%xmm11
42 11f8: c5 f8 c6 e4 dd vshufps $0xdd,%xmm4,%xmm0,%xmm4
43 initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
44 11fd: c4 c1 70 c6 c0 88 vshufps $0x88,%xmm8,%xmm1,%xmm0
45 root[0] = 0.5 * (root[0] + a[0] / root[0]);
46 1203: c4 c1 50 5e eb vdivps %xmm11,%xmm5,%xmm5
47 1208: c5 30 c6 ca dd vshufps $0xdd,%xmm2,%xmm9,%xmm9
48 root[1] = 0.5 * (root[1] + a[1] / root[1]);
49 120d: c5 f8 5e c7 vdivps %xmm7,%xmm0,%xmm0
50 root[0] = 0.5 * (root[0] + a[0] / root[0]);
51 1211: c4 c1 50 58 d3 vaddps %xmm11,%xmm5,%xmm2
52 1216: c5 e8 59 ee vmulps %xmm6,%xmm2,%xmm5
53 initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
54 121a: c4 c1 60 c6 d2 dd vshufps $0xdd,%xmm10,%xmm3,%xmm2
55 root[1] = 0.5 * (root[1] + a[1] / root[1]);
56 1220: c5 f8 58 c7 vaddps %xmm7,%xmm0,%xmm0
57 root[2] = 0.5 * (root[2] + a[2] / root[2]);
58 1224: c4 c1 68 5e d1 vdivps %xmm9,%xmm2,%xmm2
59 root[1] = 0.5 * (root[1] + a[1] / root[1]);
60 1229: c5 f8 59 fe vmulps %xmm6,%xmm0,%xmm7
61 initial[0] = (1 << 29) + (ai[0] >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
62 122d: c4 c1 70 c6 c0 dd vshufps $0xdd,%xmm8,%xmm1,%xmm0
63 root[3] = 0.5 * (root[3] + a[3] / root[3]);
64 1233: c5 f8 5e c4 vdivps %xmm4,%xmm0,%xmm0
65 root[2] = 0.5 * (root[2] + a[2] / root[2]);
66 1237: c4 c1 68 58 d1 vaddps %xmm9,%xmm2,%xmm2
67 123c: c5 e8 59 d6 vmulps %xmm6,%xmm2,%xmm2
68 root[3] = 0.5 * (root[3] + a[3] / root[3]);
69 1240: c5 d0 14 ca vunpcklps %xmm2,%xmm5,%xmm1
70 1244: c5 d0 15 d2 vunpckhps %xmm2,%xmm5,%xmm2
71 1248: c5 f8 58 c4 vaddps %xmm4,%xmm0,%xmm0
72 124c: c5 f8 59 c6 vmulps %xmm6,%xmm0,%xmm0
73 1250: c5 c0 14 d8 vunpcklps %xmm0,%xmm7,%xmm3
74 1254: c5 c0 15 c0 vunpckhps %xmm0,%xmm7,%xmm0
75 1258: c5 f0 14 e3 vunpcklps %xmm3,%xmm1,%xmm4
76 125c: c5 f0 15 cb vunpckhps %xmm3,%xmm1,%xmm1
77 1260: c5 f8 29 48 d0 vmovaps %xmm1,-0x30(%rax)
78 1265: c5 e8 14 c8 vunpcklps %xmm0,%xmm2,%xmm1
79 1269: c5 e8 15 d0 vunpckhps %xmm0,%xmm2,%xmm2
80 126d: c5 f8 29 60 c0 vmovaps %xmm4,-0x40(%rax)
```

2. Quadratwurzelberechnung optimieren

```
81 1272: c5 f8 29 48 e0 vmovaps %xmm1,-0x20(%rax)
82 1277: c5 f8 29 50 f0 vmovaps %xmm2,-0x10(%rax)
83 127c: 48 39 c2 cmp %rax,%rdx
84 127f: 0f 85 0b ff ff ff jne 1190 <main+0x70>
```

Im Assembler-Code fällt auf, dass die Packed-SIMD Instruktionen `vdivps`, `vaddps` und `vmulps` für die Berechnung der Wurzeln verwendet werden. Außerdem ist zu sehen, dass der Compiler ein Loop-Unrolling durchgeführt hat. #

Für die dritte Variante werden Packed-SIMD Instruktionen genutzt um 4 Werte gleichzeitig zu berechnen. Sourcecode `v4sf_sqrt`:

Listing 12: `v4sf_sqrt`

```
1 template <size_t LOOPS = 2>
2 float v4sf_sqrt(float *a)
3 {
4     v4si *ai = reinterpret_cast<v4si *>(a);
5     v4si *initial = reinterpret_cast<v4si *>(root);
6     *initial = (1 << 29) + (*ai >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
7
8     root = reinterpret_cast<v4sf *>(initial);
9     // newton method
10    for (size_t i = 0; i < LOOPS; i++)
11    {
12        *root = 0.5 * (*root + *a / *root);
13    }
14 }
```

Durch die Verwendung der Compiler-Intrinsics, verwendet der Compiler die Packed-SIMD Instruktionen auch ohne Compiler-Optimierung. Deshalb kann hier der unoptimierte, besser lesbare Assembler verwendet werden.

Listing 13: `v4sf_sqrt` Assembler

```
1 void v4sf_sqrt(v4sf *__restrict__ a, v4sf *__restrict__ root)
2     22fb: 55 push %rbp
3     22fc: 48 89 e5 mov %rsp,%rbp
4     22ff: 48 89 7d d8 mov %rdi,-0x28(%rbp)
5     2303: 48 89 75 d0 mov %rsi,-0x30(%rbp)
6     v4si *ai = reinterpret_cast<v4si *>(a);
7     2307: 48 8b 45 d8 mov -0x28(%rbp),%rax
8     230b: 48 89 45 f0 mov %rax,-0x10(%rbp)
9     v4si *initial = reinterpret_cast<v4si *>(root);
10    230f: 48 8b 45 d0 mov -0x30(%rbp),%rax
11    2313: 48 89 45 e8 mov %rax,-0x18(%rbp)
12    *initial = (1 << 29) + (*ai >> 1) - (1 << 22) - 0x4C000;
13    2317: 48 8b 45 f0 mov -0x10(%rbp),%rax
```

2. Quadratwurzelberechnung optimieren

```
14 231b: c5 f8 28 00 vmovaps (%rax),%xmm0
15 231f: c5 f1 72 e0 01 vpsrad $0x1,%xmm0,%xmm1
16 2324: c5 f8 28 05 24 0e 00 vmovaps 0xe24(%rip),%xmm0 # 3150 <
    ↳ _ZStL19piecewise_construct+0x140>
17 232b: 00
18 232c: c5 f1 fe c0 vpaddd %xmm0,%xmm1,%xmm0
19 2330: 48 8b 45 e8 mov -0x18(%rbp),%rax
20 2334: c5 f8 29 00 vmovaps %xmm0,(%rax)
21 root = reinterpret_cast<v4sf *>(initial);
22 2338: 48 8b 45 e8 mov -0x18(%rbp),%rax
23 233c: 48 89 45 d0 mov %rax,-0x30(%rbp)
24 for (size_t i = 0; i < LOOPS; i++)
25 2340: 48 c7 45 f8 00 00 00 movq $0x0,-0x8(%rbp)
26 2347: 00
27 2348: 48 83 7d f8 01 cmpq $0x1,-0x8(%rbp)
28 234d: 77 3a ja 2389 <_Z9v4sf_sqrtILm2EEvPDv4_fS1_+0x8e>
29 *root = 0.5 * (*root + *a / *root);
30 234f: 48 8b 45 d0 mov -0x30(%rbp),%rax
31 2353: c5 f8 28 08 vmovaps (%rax),%xmm1
32 2357: 48 8b 45 d8 mov -0x28(%rbp),%rax
33 235b: c5 f8 28 00 vmovaps (%rax),%xmm0
34 235f: 48 8b 45 d0 mov -0x30(%rbp),%rax
35 2363: c5 f8 28 10 vmovaps (%rax),%xmm2
36 2367: c5 f8 5e c2 vdivps %xmm2,%xmm0,%xmm0
37 236b: c5 f0 58 c8 vaddps %xmm0,%xmm1,%xmm1
38 236f: c5 f8 28 05 e9 0d 00 vmovaps 0xde9(%rip),%xmm0 # 3160 <
    ↳ _ZStL19piecewise_construct+0x150>
39 2376: 00
40 2377: c5 f0 59 c0 vmulps %xmm0,%xmm1,%xmm0
41 237b: 48 8b 45 d0 mov -0x30(%rbp),%rax
42 237f: c5 f8 29 00 vmovaps %xmm0,(%rax)
43 for (size_t i = 0; i < LOOPS; i++)
44 2383: 48 ff 45 f8 incq -0x8(%rbp)
45 2387: eb bf jmp 2348 <_Z9v4sf_sqrtILm2EEvPDv4_fS1_+0x4d>
46 }
47 2389: 90 nop
48 238a: 5d pop %rbp
49 238b: c3 retq
```

Messungen

Kompiliert wurde jeweils unter Debian 10 mit GCC 7.4.0. Die GCC Version 8.3.0 lieferte durch zusätzliche Optimierungen für sqrt3 Zeiten von unter 1000 ns, was im Vergleich mit den anderen Zeiten unrealistisch erscheint, eventuell wurden Optimierungen durchgeführt, welche die Zeitmessung beeinflussen. Die

2. Quadratwurzelberechnung optimieren

Messungen wurden auf einem PC mit folgenden Merkmalen erstellt:

* CPU: AMD Ryzen 7 5800X @ 4.60 GHz

* RAM: 32GB DDR4-3200

2 Iterationen

Durchlauf	math.sqrt [ns]	sqrt1 [ns]	sqrt1*4 [ns]	sqrt2 [ns]	sqrt3 [ns]
1	1244731	132099	159254	157880	132355
2	1232933	131793	158757	158193	131847
3	1244356	131728	158531	158055	131932
4	1238731	132128	158533	157230	131758
5	1241204	132227	158571	157943	134218
6	1240188	132393	158445	157378	131885
7	1253477	132444	158934	157814	137585
8	1240861	133277	161816	159400	132265
9	1243250	131988	158477	157781	132435
10	1244608	132120	159346	157520	132092
Durchschnitt	1242433.9	132219.7	159066.4	157919.4	132837.2

3 Iterationen

Durchlauf	math.sqrt [ns]	sqrt1 [ns]	sqrt1*4 [ns]	sqrt2 [ns]	sqrt3 [ns]
1	1274224	199425	231799	235836	200774
2	1241694	197401	230817	235878	198245
3	1244044	197625	231488	234478	198096
4	1241951	197603	230895	234020	197587
5	1243158	199289	231197	235173	198257
6	1242758	200338	238524	234554	201696
7	1251411	197677	231318	234644	198069
8	1240883	197868	231052	233187	198576
9	1246030	198530	231148	233217	198022
10	1242813	197660	231288	233682	197976
Durchschnitt	1246896.6	198341.6	231952.6	234466.9	198729.8

4 Iterationen

3. Optimierung mittels k-d-Baum

Durchlauf	math.sqrt [ns]	sqrt1 [ns]	sqrt1*4 [ns]	sqrt2 [ns]	sqrt3 [ns]
1	1250898	270484	319153	319681	269713
2	1242425	267495	316088	317749	267528
3	1245181	268141	316043	317910	267465
4	1244542	268034	316127	317757	271406
5	1243158	199289	231197	235173	198257
6	1254091	268371	316607	333658	274396
7	1246632	267236	317179	318522	268319
8	1244199	267383	315701	318046	267868
9	1242659	267807	315654	317933	269594
10	1243171	267500	315900	318000	267500
Durchschnitt	1245695.6	261174	307964.9	311442.9	262204.6

Wie erwartet, ist jede der optimierten Versionen schneller als die Standard-Implementierung der GLIBC. Ebenfalls wie erwartet, steigt die Ausführungszeit mit der Anzahl der Anzahl Iterationen.

Die Variante `sqrt1` mit nur zwei Iterationen ist am schnellsten, gefolgt von der Variante `sqrt3` welche SIMD-Befehle nutzt um die Berechnung mehrerer Quadratwurzeln zu beschleunigen. Die Variante `sqrt2` ist etwas langsamer als `sqrt3`, was vermutlich auf schlechtere Optimierung durch den Compiler bei Verzicht auf die Nutzung der SIMD-Intrinsics zurückzuführen ist. Die Automatische Vektorisierung durch den Compiler scheint schlechter zu funktionieren als die manuelle Optimierung durch die Verwendung von SIMD-Intrinsics. Allerdings sind die Unterschiede vergleichsweise klein. Dass `sqrt1` mit der zusätzlichen inneren Schleife langsamer ist als `sqrt1`, lässt sich darauf zurückführen, dass der Compiler die verschachtelten Schleifen weniger gut optimieren kann als die einzelne Schleife. Erwartet wurde, dass die Vektorisierte Variante `sqrt3` schneller ist als die Variante `sqrt1`, da die SIMD-Instruktionen die Berechnung von mehreren Quadratwurzeln gleichzeitig ermöglichen. Jedoch ist die Quadratwurzelberechnung vergleichsweise einfach, sodass ein großer Teil der Berechnungszeit auf Speicherbefehle (Load/Store) entfällt und die SIMD-Instruktionen ihr volles Potenzial nicht ausschöpfen können.

3. Optimierung mittels k-d-Baum

Bei dieser Optimierung werden die Dreiecke in einem k-d-Baum abhängig von ihrer Position gespeichert. So können die Schnittpunkttests auf Dreiecke reduziert werden, welche in einem Bereich liegen, durch welchen der Sehstrahl verläuft. Dreiecke, welche in anderen räumlichen Bereichen liegen und vom Sehstrahl nicht getroffen werden können, müssen nicht weiter überprüft werden. Damit lässt sich die Gesamtzahl der Schnittpunkttests reduzieren.

Listing 14: BoundingBox::split

```
1 void BoundingBox::split(BoundingBox &left, BoundingBox &right)
2 {
3     float lengthX = std::abs(max[0] - min[0]);
4     float lengthY = std::abs(max[1] - min[1]);
5     float lengthZ = std::abs(max[2] - min[2]);
6
7     // min/max points are always the same, only set the missing
8     // ↪ point during split
9     left.min = min;
10    right.max = max;
11
12    if (lengthX >= lengthY && lengthX >= lengthZ)
13    {
14        float newWidth = lengthX / 2;
15        left.max = Vector<float, 3>{min[0] + newWidth, max[1], max
16        // ↪ [2]};
17        right.min = Vector<float, 3>{min[0] + newWidth, min[1], min
18        // ↪ [2]};
19        return;
20    }
21
22    if (lengthY >= lengthX && lengthY >= lengthZ)
23    {
24        float newWidth = lengthY / 2;
25        left.max = Vector<float, 3>{max[0], min[1] + newWidth, max
26        // ↪ [2]};
27        right.min = Vector<float, 3>{min[0], min[1] + newWidth, min
28        // ↪ [2]};
29        return;
30    }
31
32    float newWidth = lengthZ / 2;
33    left.max = Vector<float, 3>{max[0], max[1], min[2] + newWidth};
34    right.min = Vector<float, 3>{min[0], min[1], min[2] + newWidth
35    // ↪ };
36 }
```

Listing 15: BoundingBox::contains implementierungen

```
1 bool BoundingBox::contains(Vector<FLOAT, 3> v)
2 {
3     return v[0] >= min[0] && v[1] >= min[1] && v[2] >= min[2]
4         && v[0] <= max[0] && v[1] <= max[1] && v[2] <= max[2];
5 }
6
```

3. Optimierung mittels k-d-Baum

```
7 bool BoundingBox::contains(Triangle<FLOAT> *triangle)
8 {
9     // one point in box
10    return contains(triangle->p1) || contains(triangle->p2) ||
11           ↪ contains(triangle->p3);
12 }
```

Listing 16: public KDTree::buildTree

```
1 KDTree *KDTree::buildTree(std::vector<Triangle<FLOAT> *> &
2     ↪ triangles)
3 {
4     KDTree *root = new KDTree();
5     // find min and max coordinates
6     auto min = Vector<float, 3>{triangles[0]->p1[0], triangles[0]->
7     ↪ p1[0], triangles[0]->p1[0]};
8     auto max = Vector<float, 3>{triangles[0]->p1[0], triangles[0]->
9     ↪ p1[0], triangles[0]->p1[0]};
10
11    for (auto iterator = std::next(triangles.begin()); iterator !=
12    ↪ triangles.end(); ++iterator)
13    {
14        Triangle<float> *triangle = *iterator;
15        min[0] = std::min({min[0], triangle->p1[0], triangle->p2[0],
16    ↪ triangle->p3[0]});
17        min[1] = std::min({min[1], triangle->p1[1], triangle->p2[1],
18    ↪ triangle->p3[1]});
19        min[2] = std::min({min[2], triangle->p1[2], triangle->p2[2],
20    ↪ triangle->p3[2]});
21
22        max[0] = std::max({max[0], triangle->p1[0], triangle->p2[0],
23    ↪ triangle->p3[0]});
24        max[1] = std::max({max[1], triangle->p1[1], triangle->p2[1],
25    ↪ triangle->p3[1]});
26        max[2] = std::max({max[2], triangle->p1[2], triangle->p2[2],
27    ↪ triangle->p3[2]});
28    }
29
30    // create bounding box
31    root->box = BoundingBox(min, max);
32    // use private constructor to build tree
33    root->buildTree(root, triangles);
34    return root;
35 }
```

Listing 17: private KDTree::buildTree

```
1 KDTree *KDTree::buildTree(KDTree *tree, std::vector<Triangle<
    ↪ FLOAT> *> &triangles)
2 {
3
4 // stop recursion
5 if (triangles.size() <= MAX_TRIANGLES_PER_LEAF)
6 {
7 // copy triangles to this node
8 tree->triangles.insert(std::end(tree->triangles), std::begin(
    ↪ triangles), std::end(triangles));
9 return tree;
10 }
11
12 left = new KDTree();
13 right = new KDTree();
14 // split bounding box
15 box.split(left->box, right->box);
16
17 auto leftTriangles = std::vector<Triangle<float> *>();
18 auto rightTriangles = std::vector<Triangle<float> *>();
19
20 // assign triangles to left/right children
21 for (auto const &triangle : triangles)
22 {
23 bool leftContains = tree->left->box.contains(triangle);
24 bool rightContains = tree->right->box.contains(triangle);
25
26 if (leftContains && rightContains)
27 {
28 tree->triangles.push_back(triangle);
29 }else if (leftContains)
30 {
31 leftTriangles.push_back(triangle);
32 } else
33 {
34 rightTriangles.push_back(triangle);
35 }
36 }
37
38 left = left->buildTree(left, leftTriangles);
39 right = right->buildTree(right, rightTriangles);
40 return tree;
41 }
```

Listing 18: public KDTree::hasNearestTriangle

```
1 bool KDTree::hasNearestTriangle(Vector<FLOAT, 3> eye, Vector<
    ↳ FLOAT, 3> direction, Triangle<FLOAT> *&nearest_triangle,
    ↳ FLOAT &t, FLOAT &u, FLOAT &v, FLOAT minimum_t)
2 {
3     // check if ray intersects bounding box
4     if (!box.intersects(eye, direction))
5     {
6         return false;
7     }
8
9     // check if ray intersects triangles in children
10    if (this->left != nullptr)
11    {
12        if (this->left->hasNearestTriangle(eye, direction,
            ↳ nearest_triangle, t, u, v, minimum_t))
13            minimum_t = t;
14    }
15    if (this->right != nullptr)
16    {
17        if (this->right->hasNearestTriangle(eye, direction,
            ↳ nearest_triangle, t, u, v, minimum_t))
18            minimum_t = t;
19    }
20
21    // check if ray intersects triangles in this node
22    for (auto triangle : this->triangles)
23    {
24        stats.no_ray_triangle_intersection_tests++;
25        // every call to triangle-> intersects will change the value
            ↳ of t, u, v but not minimum_t
26        if (triangle->intersects(eye, direction, t, u, v, minimum_t))
27        {
28            stats.no_ray_triangle_intersections_found++;
29            nearest_triangle = triangle;
30            minimum_t = t;
31        }
32    }
33
34    // set t to the found minimum (t could have changed since the
            ↳ minimum was found!)
35    t = minimum_t;
36    return nearest_triangle != nullptr;
37 }
```

3. Optimierung mittels k-d-Baum

Messungen

Kompiliert wurde jeweils unter Debian 10 mit GCC 8.3.0. Die Messungen wurden auf einem PC mit folgenden Merkmalen erstellt:

- * CPU: AMD Ryzen 7 5800X @ 4.60 GHz
- * RAM: 32GB DDR4-3200

Für die Zeiten für die Variante ohne k-d-Baum wurden die Messungen, die bei der ersten Optimierungsaufgabe erstellt wurden genutzt.

Durchlauf	Zeit ohne k-d-Baum	Zeit mit k-d-Baum
1	4.02156 s	1.00851 s
2	4.07757 s	1.10228 s
3	4.06602 s	1.03410 s
4	4.04903 s	1.00635 s
5	4.07341 s	1.01284 s
6	4.0889 s	1.00778 s
7	4.09844 s	0.99733 s
8	4.09043 s	1.00634 s
9	4.08588 s	1.00491 s
10	4.0745 s	1.00765 s
Durchschnitt	4.072574 s	1.018809 s

Im Schnitt ergibt sich durch den k-d-Baum eine Verbesserung von knapp 400 %. Die Variante mit k-d-Baum ist also knapp 4 mal schneller als die Variante ohne k-d-Baum.

Die Folgende Tabelle zeigt die Anzahl der durchgeführten Schnittpunkttests und die Anzahl der gefundenen Schnittpunkte. Zusätzlich zu den Varianten ohne und mit k-d-Baum werden auch die Daten des Raytracers ohne Optimierung des Schnittpunkttests angegeben.

	ohne Optimierung	Ohne k-d-Baum	Mit k-d-Baum
Anzahl Schnittpunkttests	519.950.720	519.950.720	139.090.305
Anzahl gefundener Schnittpunkte	38.215	35.294	36.802

Die Schnittpunkttests wurden durch die Optimierung mit dem k-d-Baum um etwa Faktor 3,7 reduziert. Das entspricht im Wesentlichen der Verbesserung der Laufzeit. Allerdings ist die Anzahl der gefundenen Schnittpunkte mit dem k-d-Baum etwas höher als ohne k-d-Baum. Dies lässt sich auf die geänderte Reihenfolge der Schnittpunkttests zurückführen. Bei der komplett unoptimierten Variante werden alle Schnittpunkte gefunden, da bei bereits gefundenen

3. Optimierung mittels *k-d*-Baum

näheren Schnittpunkten nicht früher abgebrochen wird. Bei beiden optimierten Varianten kann früher abgebrochen werden. Allerdings hängt die Anzahl der Schnittpunkttests welche früher abgebrochen werden können von der Reihenfolge der Schnittpunkttests ab. Wird der nächste Schnittpunkt zum Beispiel beim ersten Test gefunden kann der Test für alle folgenden Dreiecke früher abgebrochen werden. Durch die räumliche Anordnung der Dreiecke in einem *k-d*-Baum ergibt sich eine andere Reihenfolge der Schnittpunkttests als ohne *k-d*-Baum. Deshalb liegt die Anzahl gefundener Schnittpunkte zwischen der Variante ohne *k-d*-Baum und der Variante ohne jegliche Optimierung, welche alle Schnittpunkte findet.