

Übungsblatt LE2

Lösungen

Lösung 1.

- (a) 60.65% ($\lambda = 1/6000$ und $\exp(-\lambda * 3000) = 0.6065$)
- (b) 47.86% ($\exp(-1/6000 * 1000) - \exp(-1/6000 * 6000) = 0.4786$)

Lösung 2.

- (a) 28.65% ($\lambda = 1/8$ und $\exp(-\lambda \cdot 10) = 0.2865$)
- (b) 63.21% ($1 - \exp(-1/8 * 8) = 0.6321$)

Lösung 3.

- (a) $\lambda = 0.1$ ($\lambda = -\ln(1 - .2592)/3.$)
- (b) 10 Jahre ($=1/\lambda$)
- (c) 6.93 Jahre ($=-\ln(0.5) \cdot 10$)

Lösung 4.

- (a) 0
- (b) In python: `import scipy.stats`
`scipy.stats.norm(125, 5).cdf(130)-scipy.stats.norm(125, 5).cdf(120) = 0.68`
- (c) `scipy.stats.norm(125, 5).cdf(110) = 0.0013`
- (d) `scipy.stats.norm.ppf(0.05, loc=125, scale=5) = 116.8 g`

Lösung 5.

`scipy.stats.norm.ppf(0.9, loc=80, scale=10) = 92.8 kg`

Lösung 6.

- (a) $\mu = 32$ ($= (24+34+32+36+38+32+28)/7$) und $\sigma = 4.761$.
- (b) Konfidenzintervall $[\mu - t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$. Man hat 7 Datenpunkte, d.h. 6 Freiheitsgrade. t schaut man in einer Tabelle nach, z.B. ttable.org für one-tail 0.025 ($= 1 - \alpha/2$, wobei $\alpha = 0.95$) bzw. two-tails 0.05: $t_{0.975,6} = 2.447$. $\rightarrow [32 - 2.447 \cdot 4.761/\sqrt{7}, 32 + 2.447 \cdot 4.761/\sqrt{7}] = [27.597; 36.403]$ (t-Verteilung!)
- (c) Analog zu vorheriger Lösung mit $t_{0.95,6} = 1.943$. $[28.504; 35.496]$ (t-Verteilung!)

Lösung 7.

Es ist $\bar{x} = 50.14$ und $\sigma = 0.3962$

- (a) $[50.14 - 1.895 \cdot 0.396232/\sqrt{8}, 50.14 + 1.895 \cdot 0.396232/\sqrt{8}] = [49.875; 50.405]$ (t-Verteilung!)
- (b) $[50.14 - 5.408 \cdot 0.396232/\sqrt{8}, 50.14 + 5.408 \cdot 0.396232/\sqrt{8}] = [49.382; 50.898]$ (t-Verteilung!)

Lösung 8.

Eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 4.55% heisst, dass man das z sucht, welches $1 - 0.0455/2 = 0.97725$ (zweiseitiger Test), also den Flächeninhalt unter der Normalverteilung von 97.7% ergibt. In einer Tabelle der Standardnormalverteilung findet man $\Phi_{0;1}(2) = 0.97725$ oder via Python `from scipy.stats import norm` und `norm.ppf(.97725)`, was 2 gibt.

Das Konfidenzintervall ist $[\bar{x} - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}] = [600000 - 2 \cdot 90000/\sqrt{225}, 600000 + 2 \cdot 90000/\sqrt{225}] = [588000; 612000]$ (Standardnormalverteilung!)

Lösung 9.

- (a) $\text{lohn} = 2.83 \cdot m_i + 12.67$ ($m_i = 1$ für Mann und 0 sonst)
- (b) $R^2 = 0.41$, also nicht ideal, aber nicht unkorreliert.
- (c) Man benützt den Wert der t-Verteilung für $\alpha/2 = 0.025$ (für ein 95% Konfidenzintervall). Die Anzahl der Freiheitsgrade ist $n - 2 = 12 - 2 = 10$. $t_{(1-\alpha/2)}(n-2) = 2.228$ (aus der t Tabelle). Die Standardabweichung für die Steigung ist 1.078 (s. Fahrmeir, S.444 oder z.B. via `OLS summary()` in Python). Konfidenzintervall: $2.83 \pm 2.228 \cdot 1.078$, d.h. $[0.43, 5.23]$.
- (d) Der Zweistichproben-t-Test verlangt identische Varianzen. Wir berechnen die Standardabweichungen des Lohns von Schülerinnen und Schülern und erhalten 1.37 und 1.98. Da sie nicht identisch sind, ist der Zweistichproben-t-Test nicht verwendbar.