

Übungsblatt LE2

Konfidenzintervalle (viele Aufgaben von I. Di Caro)

Aufgabe 1 (Exponentialverteilung).

Sparlampen haben eine mittlere Brenndauer von etwa 6000 Stunden. Angenommen, die Brenndauer ist exponential verteilt, mit welcher Wahrscheinlichkeit hält die Sparlampe

- (a) mehr als 3000 Stunden,
- (b) mindestens 1000 und höchstens 6000 Stunden?

Aufgabe 2 (Exponentialverteilung).

Bei einem elektronischen Bauteil ist die Lebensdauer exponential verteilt. Die mittlere Lebensdauer beträgt acht Jahre. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hält ein Bauteil

- (a) länger als zehn Jahre,
- (b) höchstens acht Jahre?

Aufgabe 3 (Exponentialverteilung).

Die Lebensdauer eines Gerätes sei exponential verteilt. Aus langjährigen Versuchen ist bekannt, dass am Ende des dritten Jahres 25.92% der Geräte ausgefallen sind.

- (a) Bestimmen Sie λ .
- (b) Bestimmen Sie die durchschnittliche Lebensdauer des Gerätes.
- (c) Wie lange dauert es, bis die Hälfte der Geräte defekt ist?

Aufgabe 4 (Normalverteilung).

Ein Produzent von Kakaopulver weiss aus Erfahrung, dass das Füllgewicht seiner 125 g Packung normalverteilt ist mit Mittelwert 125 g und einer Standardabweichung von 5 g.

- (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Packung genau 125 g wiegt?
- (b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Packung zwischen 120 g und 130 g wiegt?

- (c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Packung weniger als 110 g ist?
- (d) Welches Gewicht unterschreitet eine Packung mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.05?

Aufgabe 5 (Normalverteilung).

Das Körpergewicht einer gewissen Population von Menschen sei normal verteilt mit $\mu = 80$ kg und $\sigma = 10$ kg. Die schwersten 10% müssen laut einem neuen Krankenkassengesetz ein Sondertraining absolvieren. Bei welchem Gewicht ist die Grenze festzusetzen?

Aufgabe 6 (Konfidenzintervalle).

Aus einer normal verteilten Grundgesamtheit mit unbekanntem Erwartungswert μ und unbekannter Standardabweichung σ wird folgende Stichprobe entnommen:

24, 34, 32, 36, 38, 32, 28

- (a) Schätzen Sie μ und σ .
- (b) Bestimmen Sie das 95%-Konfidenzintervall für μ .
- (c) Bestimmen Sie das 90%-Konfidenzintervall für μ .

Aufgabe 7 (Konfidenzintervalle).

Aus der laufenden Produktion von Nägeln wurden acht Stück herausgegriffen und gemessen. Es ergaben sich folgende Längen (in mm):

50.12, 49.96, 50.35, 50.02, 49.80, 51.00, 50.12, 49.75.

Geben Sie das Konfidenzintervall für die mittlere Länge der gesamten Produktion an

- (a) mit einem 90%-Konfidenzintervall
- (b) mit einem 99.9%-Konfidenzintervall

Aufgabe 8 (Konfidenzintervalle).

Ein Verband bestehe aus 12100 Einzelunternehmen. Von 225 zufällig ausgewählten Einzelunternehmen wurde deren Jahresgewinn erhoben. Der Mittelwert betrug 600'000 SFr., die entsprechende Standardabweichung war 90'000 SFr. Geben sie eine Intervallschätzung für diesen Mittelwert an (Irrtumswahrscheinlichkeit 4.55%).

Aufgabe 9 (Konfidenzintervalle und Regression).

Sie befragen 12 Schüler nach dem Verdienst in ihren Ferienjobs und erhalten folgende Angaben:

	Lohn [Fr.]	Geschlecht
1	18	m
2	13	f
3	16	m
4	14	m
5	13	m
6	12	f
7	18	m
8	14	f
9	14	f
10	14	m
11	10	f
12	13	f

- Berechnen Sie eine lineare Regression für den Lohn in Abhängigkeit des Geschlechts.
- Wie bewerten Sie die Güte des Fits?
- Berechnen Sie das 95% Konfidenzintervall für die Lohndifferenz.
- Kann man mittels Zweistichproben-t-Test feststellen, ob die Differenz zwischen den Löhnen von Schülerinnen und Schülern signifikant ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 10 (Einstichproben t-Test).

Ein Hersteller behauptet, dass die durchschnittliche Laufzeit seiner Notebook-Akkus mindestens 3.5 Stunden beträgt. Dazu werden bei 10 Akkus dieser Marke unter kontrollierten gleichen Bedingungen die Laufzeiten gemessen. Es ergibt sich ein empirischer Mittelwert von 3.25 Stunden mit einer Standardabweichung der Stichprobe von 0.31 Stunden.

- Testen Sie die Behauptung des Herstellers mit einem Signifikanzniveau von 5%.
- Testen Sie die Behauptung des Herstellers mit einem Signifikanzniveau von 1%.

Aufgabe 11 (Zweistichproben t-Test).

Eine Polizistin hat das Gefühl, dass Geschwindigkeitsbussen öfters an Fahrer mit roten Autos verteilt werden. Sie hat die folgende Statistik

Autofarbe	blau	grau	weiss	grau	blau	rot	rot	rot	rot	rot
Fahrgeschwindigkeit	40	50	43	48	65	42	58	42	64	52

- Nehmen Sie an, dass die Geschwindigkeiten normalverteilt sind. Bestimmen Sie, ob sich die Mittelwerte der Geschwindigkeiten von roten und nicht-roten Autos unter einem Signifikanzniveau von 5% unterscheiden. Beschreiben Sie Ihre Lösung auch in Worten.