

Das Ziel der Challenges besteht darin, dass Sie sich für eine etwas weitergehende, anwendungsorientierte Fragestellung mit den entsprechenden mathematischen und stochastischen Kompetenzen vertieft auseinandersetzen, um die entsprechenden Aufgaben zu lösen.

**Lerninhalte**

Die Mini-Challenge 1 befasst sich mit den folgenden stochastischen Themen:

- Ereignisraum, Zufallsereignisse
- Abhängige und unabhängige Ereignisse
- Bedingte Wahrscheinlichkeit und Satz von Bayes

**Lernergebnisse**

Die Studierende verstehen die Begriffe **Zufallsereignisse**, Mengenoperationen mit Zufallsereignissen und Unabhängigkeit von Ereignissen. Sie wissen um bedingte Wahrscheinlichkeiten und den Satz von Bayes. Sie können Zufallsereignisse anhand einer Stichprobe oder anderem Wissen modellieren und mit Ereigniswahrscheinlichkeiten rechnen.

**Mini-Challenge 1: Viva Las Vegas**

Sie gehen in zwei Wochen nach Las Vegas. Um nicht allzu viel Geld in den Casinos liegen zu lassen, üben Sie sich in

**Sub-Challenge 1: Pick & Toss**

Im Spiel "Pick&Toss" müssen sie die Kartenfarbe und den Münzenwurf erraten. Es gibt insgesamt 10 Karten: vier grüne Karten, drei blaue Karten und drei rote Karten. Der Münzenwurf kann "Kopf" oder "Zahl" ergeben.

- 1) Wie lautet der Ereignisraum?
- 2) Das Ereignis A sei definiert als: eine blaue Karte wird gezogen und der Münzenwurf ergibt «Kopf». Was ist die Wahrscheinlichkeit von A?
- 3) Das Ereignis B sei definiert als: eine grüne oder rote Karte wird gezogen, und dass die Münze auf «Zahl» landet. Was ist die Wahrscheinlichkeit von B? Schliessen sich die Ereignisse A und B gegenseitig aus? Erkläre wieso.
- 4) Das Ereignis C sei definiert als: eine blaue oder rote Karte wird gezogen, und dass die Münze auf «Zahl» landet. Was ist die Wahrscheinlichkeit von C? Schliessen sich die Ereignisse A und C gegenseitig aus? Erkläre wieso.

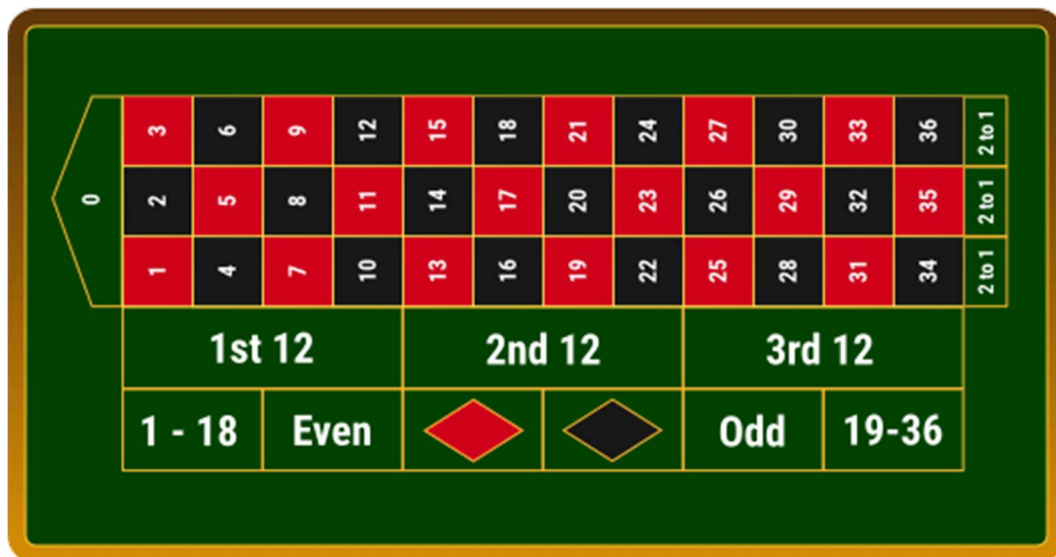
**Sub-Challenge 2: Kartenspiel**

In einem Kartenspiel sind acht Karten gegeben, fünf davon sind grün und drei sind gelb. Die grünen Karten sind mit den Zahlen 1, 2, 3, 4 und 5 nummeriert; die gelben Karten mit 1, 2, 3. Die Karten sind gut durchmischt.

1. Wie lautet der Ereignisraum?
2. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine grüne Karte gezogen wird?
3. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Karte mit einer geraden Zahl gezogen wird, gegeben, dass die Karte grün ist?
4. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Karte grün ist und eine gerade Zahl aufweist?
5. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Karte grün ist oder eine gerade Zahl aufweist?
6. Schliessen sich die Ereignisse «Grüne Karte» und «Gerade Zahl» gegenseitig aus?
7. Sind die Ereignisse «Grüne Karte» und «Gerade Zahl» unabhängig?

**Sub-Challenge 3: Roulette**

Sie schreiten an einen Roulettetisch.



Berechnen sie die Siegeswahrscheinlichkeiten für folgende Wetten:

- Auf eine Zahl setzen
- Auf eine Zahlenzeile setzen (z.B. 4-5-6)
- Auf eine Farbe setzen
- Auf eine «12er Gruppe» setzen (z.B. Zahlen von 1 bis 12)
- Auf eine Spalte setzen
- Auf gerade oder ungerade Zahlen setzen

Einen Freund hat Ihnen mal von einer Strategie erzählt, um in dem Roulette mit grosser Sicherheit zu gewinnen: Sie setzen Runde für Runde immer auf eine Farbe. Falls Sie richtig getippt haben wird ihren Einsatz verdoppelt und sie ziehen den Gewinn ein, falls Sie verlieren, spielen Sie noch eine weitere Runde mit verdoppeltem Einsatz, usw. bis Sie gewinnen oder nicht mehr genug Geld zum Weiterspielen haben:

- Gehen Sie davon aus, dass Sie 450 Dollar bei sich haben. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sie mit dieser Strategie alles Geld verlieren. Gehen Sie dabei von einem Ersteinsatz von 3 Dollar aus.
- Die Casinos kennen diese Strategie, und mögen sie nicht. Falls Sie diese Strategie über 5 Runden anwenden, werden sie von einem Sicherheitsbeauftragten hinaus begleitet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Sie aus dem Casino fliegen.

**Sub-Challenge 4: Münzenwurf**

Am Eingang des ersten Casinos können Sie auf Münzenwürfe wetten. Es werden gemäss Tabelle Ihnen zwei Wetten angeboten.

	Einsatz	Wette	Auszahlung bei Gewinn
Wette 1	1 USD	Die Münze wird viermal hintereinander geworfen mit Ergebnisfolge « <b>KZKK</b> » ( <b>K</b> =Kopf; <b>Z</b> =Zahl)	18 USD
Wette 2	1 USD	Die Münze wird 20 Mal geworfen. Dabei landet sie mindestens 7 Mal auf Kopf.	2 USD

1. Was sind die Wahrscheinlichkeiten eines Gewinnes der beiden Wetten?
2. Was sind die Erwartungswerte beider Wetten?
3. Welche Wette gehen Sie eher ein?

### Sub-Challenge 5: Poker

Bei diesem Spiel bekommt der Spieler 5 Karten («eine Hand») von insgesamt 52 Karten. Wieviele unterschiedliche «Hände» gibt es?

Gehen Sie nun davon aus, dass es 2'598'960 unterschiedliche Hände gibt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für diese 5-Karten Pokerhände:

- a) royal flush (Ass – König – Dame – Bube – Zehn in derselben Farbe)
- b) poker (viermal die gleiche Karte)
- c) straight-flush (ohne royal flush)
- d) full house
- e) flush (ohne straight-flush)
- f) straight (ohne straight-flush)
- g) drei gleiche Karte
- h) zwei Paare
- i) Paar
- j) höchste Karte

### Sub-Challenge 6: Fairer Würfel?

Nun sind Sie in Las Vegas. Im Casino schreiten Sie an den Würfel-Tisch. Sie kommen mit einer Tischnachbarin ins Gespräch. Sie besucht seit vielen Jahre in dieses Casino und weiss deshalb, dass 4% der Würfel gezinkt sind. Bei gezinkten Würfel werde mit 35% Wahrscheinlichkeit eine «5» gewürfelt.

1. Sie beobachten, dass zweimal in Folge der Würfel auf der «5» zu liegen kommt. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Würfel gezinkt ist?
2. Nach wie vielen «5» in Folge, können Sie mit einer Wahrscheinlichkeit grösser als 50% davon ausgehen, dass der eingesetzte Würfel gezinkt ist?

### Sub-Challenge 7: Rot oder Blau?

Auf dem Heimweg von Ihrer Nacht im Casino gehen Sie in einer Bar auf einen «Schlumi». Sie kommen mit Jamie ins Gespräch, der behauptet, dass es im Casino Tropicana zwei Arten von Slotmaschinen gibt: die eine, die 10% der Spiele zu einem Gewinn führen, die andere, die bei 20% der Spiele etwas ausbezahlt. Die beiden Slotmaschinen-Typen seien an ihren Farben rot und blau zu erkennen. Leider ist Jamie bereits sehr betrunken und kann sich nicht an die Zuordnung der Farbe zur Gewinnes-Wahrscheinlichkeit erinnern.

Am nächsten Tag fahren Sie ins Tropicana, um mehr herauszufinden. Sie finden eine rote und blaue Slotmaschine Seite an Seite.

- 1) Sie spielen zweimal an der roten Slotmaschine und gewinnen dabei einmal. Berechnen sie die Wahrscheinlichkeit, dass die rote Slotmaschine öfters auszahlt als die blaue Slotmaschine?
- 2) Durch das erste Spiel ermutigt, spielen Sie 10 weitere Mal mit der roten Slotmaschine, gewinnen aber kein einziges Mal. Mit welcher Slotmaschine spielen Sie als nächstes?