

Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

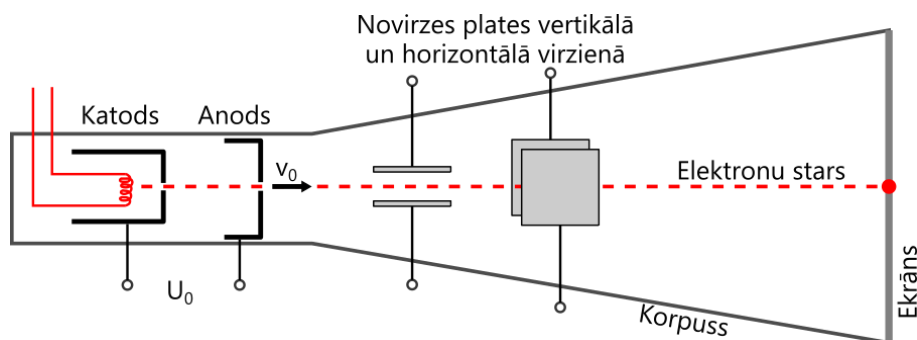
Fizikas valsts 68. olimpiāde Trešā posma uzdevumi 12. klasei

Jums tiek piedāvāti trīs uzdevumi. Par katru uzdevumu maksimāli iespējams iegūt 10 punktus. Katra uzdevuma risinājumu vēlams veikt uz atsevišķas rūtiņu lapaspuses. Neaizmirstiet uzrakstīt risināmā uzdevuma soļa numuru. Baltais papīrs paredzēts melnrakstam - to žūrijas komisija neskatīsies. Laiks - 180 minūtes

1. uzdevums

ELEKTRONSTARU LAMPA

Ne tik senā pagātnē televizoru un datoru displejos tika izmantota elektronstaru lampa, kuras shēma ir parādīta 1.1. attēlā. Tās darbības princips ir sekojošs: elektronu lielgabals veido noteiktā virzienā vērstu elektronu staru, kas tiek vadīts divos perpendikulāros virzienos, izmantojot speciālas novirzes plates, kurām pielikts spriegums. Uz ekrāna atrodas luminofors, kurš spīd, ja tam trāpa elektroni, un tā rezultātā veidojas attēls.



1.1.att. Elektronstaru lampas shēma.

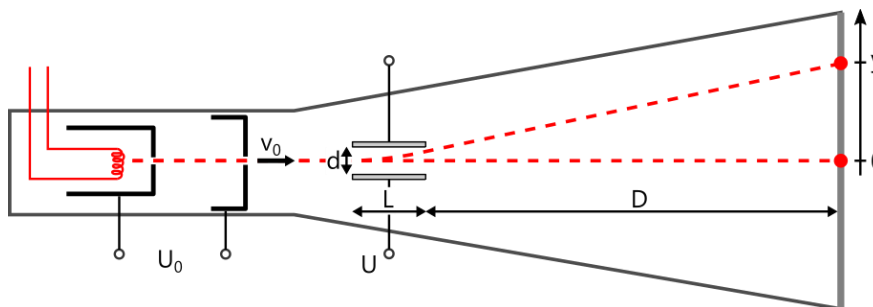
Elektrona lādiņa absolūtā vērtība $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C, elektrona miera masa $m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg. Uzdevuma A, B, C un D daļās relativistiskos efektus neņemt vērā.

A

Ar cik lielu spriegumu U_0 ir jāpaātrina elektroni no miera stāvokļa, lai tie sasniegtu ātrumu $v_0 = 5 \cdot 10^7$ m/s?
[1 punkts]

B

Apskatīsim stara novirzi vertikālā virzienā, skat. 1.2. attēlu. Novirzes plašu garums $L = 20$ mm, attālums starp platēm $d = 6$ mm, elektriskais lauks starp platēm $E = 200$ V/mm, turklāt tas ir vērsts vertikāli uz leju. Ekrāns atrodas attālumā $D = 300$ mm no novirzes platēm, attālums starp elektronu avotu un novirzes platēm ir ļoti mazs. Elektronu ātrums elektronu starā ir $v_0 = 5 \cdot 10^7$ m/s. Pieņem, ka elektriskais lauks starp novirzes platēm ir homogēns, savukārt ārpus platēm elektriskā lauka nav.



1.2. att. Elektronstara novirze vertikālā virzienā

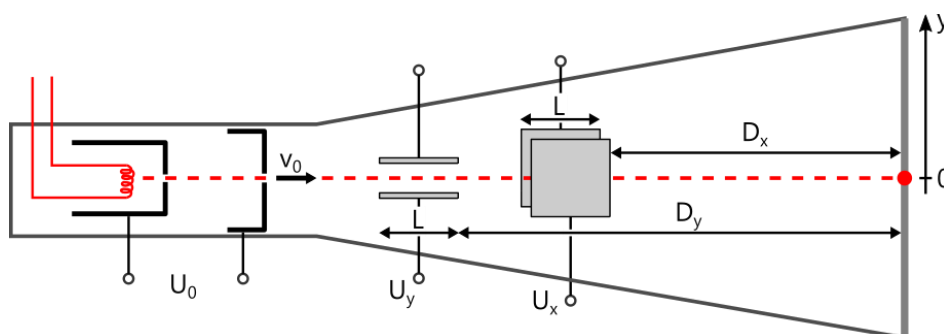
Aprēķināt:

- B1** Attiecību starp smaguma un elektrisko spēku (moduļiem), kas darbojas uz elektronu.
B2 Elektronu vertikālo ātrumu v_y , tam izlidojot cauri platēm.
B3 Koordināti y , kurā elektrons trāpa ekrānam. Par atskaites līmeni $y = 0$ uzskatīt punktu, kurā elektrons trāpa ekrānam pie $E = 0$ un pieņem, ka ekrāns ir plakans.
B4 Attēlu veidošanai displejos elektriskais lauks E starp novirzes platēm mainās laikā atbilstoši noteiktām sakarībām, kā rezultātā elektroni trāpa ekrānam dažādās koordinātēs y , veicot atšķirīgus ceļus. Kādai jābūt ekrāna formai, lai elektronu ceļā pavadītais laiks nebūtu atkarīgs no y ?

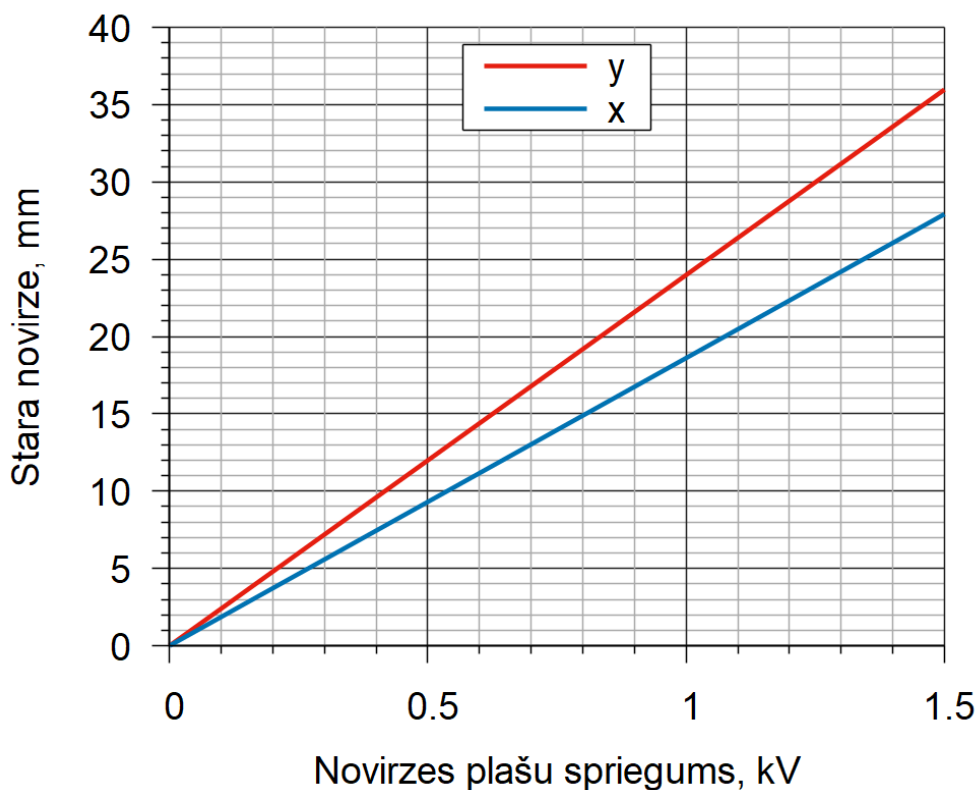
[4.5 punkti]

C

Reālos displejos tiek izmantotas gan vertikālas, gan horizontālas novirzes plates, skat. 1.3. attēlu (horizontāls virziens x šajā gadījumā ir perpendikulārs attēla plaknei, un $x = 0$ atbilst nenovirzītam elektronu staram). Novirzes plašu garums $L = 20$ mm, attālums starp platēm $d = 6$ mm, elektroni tiek paātrināti ar spriegumu $U_0 = 9$ kV (*šī vērtība var atšķirties no iepriekš aprēķinātās*). Pieņem, ka elektriskais lauks starp novirzes platēm ir homogēns, savukārt ārpus platēm elektriskā lauka nav. Elektronu stara novirze y un x virzienā atkarībā no platēm pieliktā sprieguma U_y un U_x ir parādīta 1.4. attēlā. Aprēķināt attālumu starpību $D_y - D_x$.



1.3. att. Novirzes plates horizontālā un vertikālā virzienā.



1.4. att. Stara novirze vertikālā un horizontālā virzienā atkarībā no novirzes platēm pieliktā sprieguma

[2 punkti]

D

Līdz šim uzdevumā tika apskatīta elektronu stara novirzīšana, izmantojot elektrisko lauku, tomēr šim mērķim var izmantot arī magnētisko lauku. Uzzīmēt iespējamo elektromagnētu novietojumu un sniegt īsu darbības principa aprakstu. [1 punkts]

E

Apskatīsim elektronu paātrināšanu no miera stāvokļa ar paātrinošo spriegumu U_0 . Sākot ar cik lielu U_0 vērtību būtu jāņem vērā relativistiskie efekti, ja elektrona ātrums ir jāaprēķina ar 5% precizitāti? [1.5 punkti]

2. uzdevums

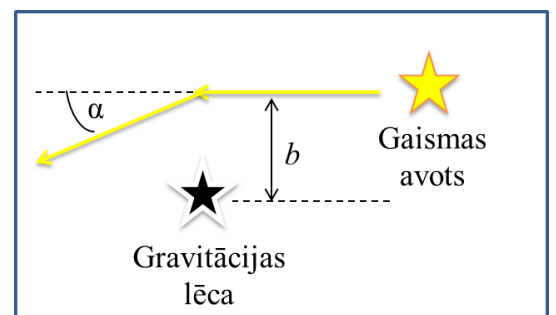
GRAVITĀCIJAS LĒCAS

Par gravitācijas lēcas efektu sauc parādību, kad kāda tāla gaismas avota (piemēram, zvaigznes vai galaktikas) radītie gaismas stari tiek izliekti masīva objekta (piemēram, citas galaktikas vai melnā cauruma) gravitācijas spēka ietekmē. Atšķirībā no optiskajām lēcām, gravitācijas lēcās staru deformācija nerodas dēļ gaismas mijiedarbības ar kādu vidi, bet ir rezultāts lokālam pašas telpas izliekumam masīva objekta tuvumā.

Gravitācijas lēcu fiziku apraksta relativitātes teorija, un tā ir ārpus vidusskolas programmas (līdz ar šīs parādības aprakstam nepieciešamo matemātiku). Taču daudzus ar gravitācijas lēcām saistītos efektus iespējams izprast, izmantojot vienkāršas ģeometriskās optikas likumsakarības: tālu pirms un tālu aiz gravitācijas lēcas gaismas stari izplatās, protams, taisnā virzienā. Šajā uzdevumā no relativitātes teorijas aizņemsimies tikai vienu sakarību: gravitācijas lēcas radītais stara noliekums α (izteikts radiānos), var tikt aprakstīts ar vienkāršu formulu:

$$\alpha = \frac{4GM}{bc^2}$$

kur gravitācijas konstante $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{s}^2}$, gaismas ātrums $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, M ir gravitācijas lēcu veidojošā objekta masa, b ir attālums starp aplūkoto gaismas staru un gravitācijas lēcu veidojošā objekta masas centru (sk. 3.1. attēlu). Telpas izplešanos gaismas ceļojuma laikā šajā uzdevumā neievērot.



3.1. attēls

A

Ja salīdzina gravitācijas lēcas ietekmi uz paralēlu staru kūli ar optiskās lēcas ietekmi, tad pie kāda tipa lēcām (savācējlēcām vai izkliedētājlēcām) pieder gravitācijas lēcas, un vai un kur tām būtu atrodams fokusa attālums? [1 punkts]

B

Ir iespējams konstruēt tādu optisku (piem., stikla) lēcu, ka tās ietekme uz gaismas izplatīšanos būs līdzīga kā gravitācijas lēcas radītā. Uzskicējiet aptuveni, kāda varētu izskatīties šīs lēcas šķērsriezuma forma, ja pieņem, ka tās viena puse ir plakana (vienkāršības pēc), un uz to perpendikulāri krīt savstarpēji paralēlu staru kūlis. Abas lēcas puses ir gludas. [1 punkts]

C

1919. gadā Artūrs Edingtons veica vienu no pirmajām relativitātes teorijas eksperimentālajām pārbaudēm, Saules aptumsuma laikā novērojot kādu zvaigzni. Saules masas radītā gravitācijas lēcas efekta dēļ zvaigzne tika novērota nedaudz atšķirīgā vietā (attiecībā pret citām zvaigznēm) nekā tai būtu jāatrodas, ja Saules masa neradītu telpas kropļojumus.

Kurā virzienā būs nobīdījies zvaigznes attēls attiecībā pret punktu, kurā zvaigzne būtu novērota, ja nebūtu gravitācijas radīto staru gaitas izkropļojumu? Kur būtu jāatrodas zvaigznei, lai šī nobīde būtu vislielākā, un cik liela ir šī maksimālā iespējamā zvaigznes novērošanas leņķa izmaiņa? Vai ir iespējams šādā eksperimentā novērot no Zemes zvaigzni, kas atrodas tieši aiz Saules?

Saules masa ir $2 \cdot 10^{30}$ kg, rādiuss $R = 7 \cdot 10^8$ m, attālums no Saules līdz Zemei vienāds ar $L_{ZS} = 1.5 \cdot 10^{11}$ m. [4 punkti]

D

Gravitācijas lēcu veido kāda spirālveida galaktika, ko tuvināti var uzskatīt par plānu, necaurspīdīgu disku ar vienmērīgu masas sadalījumu. Apskatīsim situāciju, kad kāds spilgts gaismas avots atrodas tieši aiz šādas lēcas plaknes, uz vienas taisnes ar novērotāju un lēcas centru. Lēcas disks ir perpendikulārs novērošanas virzienam. Attālums starp novērotāju un lēcu, kā arī attālums starp lēcu un gaismas avotu ir vienādi un abos gadījumos tas ir $D = 10^9$ parseki ($1 \text{ parseks} = 3.2 \text{ gaismas gadi} = 3.09 \cdot 10^{16} \text{ m}$). Cik liels ir minimālais gravitācijas lēcas masas virsmas blīvums ρ_c (izteikts kg/m^2), lai šādas avota gaismu varētu novērot?

[2 punkti]

E

Pieņemsim, ka D punktā apskatītās galaktikas masas virsmas blīvums ir ρ ir lielāks par atrasto ρ_c vērtību. Ja gaismas avots atrodas aiz lēcas un tieši uz kopīgās taisnes ar novērotāju un lēcas centru, tad šajā situācijā punktveida gaismas avota vietā novērotājs redzēs gaismas gredzenu (t.s. Einšteina gredzens). Ja galaktikas masa ir 10^{12} reižu lielāka par Saules masu, tad cik liels ir gaismas gredzena leņķiskais lielums (leņķiskais rādiuss)? [1 punkts]

F

Ja E punktā apskatītajā situācijā gaismas avots būs nedaudz novirzīts no lēcas un novērotāju savienjojošās taisnes, tad kāds būs novērotājam redzamais gaismas avota attēls šajā gadījumā? [1 punkts]

3. uzdevums

NEITRONU ZVAIGZNES IZMĒRA NOVĒRTĒJUMS

Zvaigžņu izmērus nosaka līdzsvars starp gravitācijas un zvaigznes vielas spiediena spēkiem. Parastās zvaigznes sastāv no karstas plazmas, kuras spiediens ir atkarīgs no temperatūras. Bet dabā ir iespējamas zvaigznes, kas sastāv no atdzisušas neitronu gāzes, kuras spiedienu nosaka kvantu efekti. Šajā uzdevumā mēs novērtēsim šādas neitronu zvaigznes raksturīgo izmēru.

Doties lielumi:

zvaigznes masa M , neitrona masa $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, gravitācijas konstante $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$, Planka konstante $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$. Uzdevuma mērķis ir noteikt neitronu zvaigznes rādiusa R_0 atkarību no dotajiem lielumiem ar precizitāti līdz bezdimensionālajai skaitliskajai konstantei, modelējot zvaigznes vielu kā homogēnu ideālu kvantu deģenerētu neitronu gāzi.

Piedāvātais risinājuma ceļš izmanto enerģijas apsvērumus, bet uzdevumu var risināt arī savādāk.

A Iekšējā un gravitācijas enerģija [2 punkti]

Gravitācijas potenciālā enerģija E_{gr} ir darbs, ko pastrādātu gravitācijas spēki, zvaigznes vielu vienmērīgi izklādinot neierobežotā telpā. E_{ie} ir neitronu gāzes iekšējā enerģija (to veido visu neitronu kvantiskas kustības kinētiskā enerģija, tas ir paskaidrots zemāk). Šo lielumu atkarību no zvaigznes rādiusa R pie fiksētās zvaigznes masas var pierakstīt kā

$$E_{ie}(R) = \frac{A}{R^\alpha}$$
$$E_{gr}(R) = \frac{B}{R^\beta}$$

A1

Kuri no lielumiem A , B , α , β – ir pozitīvi un kuri ir negatīvi?

A2

Nemot vērā, ka neitronu zvaigznes stāvoklis ir stabils, kurš no lielumiem α vai β ir lielāks?

A3

Kā noteikt R_0 , ja A , B , α un β ir zināmi?

B Neitronu gāzes iekšējās enerģijas novērtējums no Heizenberga nenoteiktības principa [5 punkti]

Neitronu gāzes spiedienu var novērtēt, izmantojot Heizenberga nenoteiktības principu. Tas nosaka, ka ierobežojot daļiņas kustību telpiskajā apgabalā ar lineāru izmēru Δx , tās impulss x ass virzienā nav vienāds ar nulli, bet ir nejaušs lielums ar vidējo vērtību nulle un vidējo kvadrātisko novirzi Δp . Pie pietiekami zemas temperatūras, kad gāzes spiedienu nosaka tikai kvantu efekti, minētos lielumus saista sakarība

$$\Delta x \Delta p \approx \frac{h}{2\pi},$$

kur h ir Planka konstante.

Vienam neitronam pieejamo tilpumu var novērtēt kā $(\Delta x)^3$. Pauli princips nosaka, ka telpas apgabali, kuros kustas katrs neitrons, nevar savstarpēji pārklāties.

B1

Novērtē viena neitrona raksturīgo kinētisko enerģiju atkarībā no zvaigznes masas, neitrona masas un zvaigznes rādiusa, izmantojot Heizenberga un Pauli principus.

B2

No punktā B1 iegūtā rezultāta nosaki pakāpes rādītāju α un novērtē konstanti A neitronu gāzes iekšējās enerģijas izteiksmē $E_{ie}(R)$.

C Gravitācijas potenciālās enerģijas novērtējums [2 punkti]

Divu ķermeņu ar masām m_1 un m_2 , kas atrodas savstarpējā attālumā L , gravitācijas mijiedarbības potenciālā enerģija ir

$$E_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{L}$$

Novērtē homogēnas zvaigznes pilno gravitācijas potenciālo enerģiju $E_{gr}(R)$, nosaki pakāpes rādītāju β un novērtē konstanti B . Padoms: zvaigznes tilpumu var tuvināti sadalīt divos vai vairākos ķermeņos.

D Rezultāta skaitliskais novērtējums [1 punkts]

Tipiska neitrona zvaigznes masa ir 1,4 reizes lielāka par Saules masu un vienāda ar $M = 2,8 \cdot 10^{30}$ kg. Izrēķini aptuveno tipiskās neitronu zvaigznes diametru.