

2022. gada Latvijas atklātā fizikas olimpiāde

11.-12. klases komplekts.

18. uzdevums.

“Ūdeņraža sabrukšana” Negatīvi ūdeņraža joni H^- ielido perpendikulārā magnētiskā laukā, kas perpendikulārs to ātrumam un kura indukcija ir $B = 40$ T. Aprēķināt maksimālo ātrumu, pie kura šie joni neizjūk, ņemot vērā ka šī jona jonizācijas enerģija ir ap 0,75 eV, un attālums no elektroniem līdz kodolam sastāda ap 0.3 nm. Elektronvolts (eV) ir ārpussistēmas enerģijas mērvienība, $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

«Распад водорода» Отрицательные ионы водорода H^- влетают в поперечное магнитное поле индукции $B = 40$ Тл. Оцените, при какой максимальной скорости они ещё не разрушаются магнитным полем. Энергия ионизации отрицательного иона водорода составляет около $1 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Atrisinājums:

Kad šis jons ielido magnētiskā laukā, notiek daži procesi, kas var ietekmēt tā stabilitāti. Apskatīsim dažus piegājienu.

1. Elektromagnētiskā indukcija

Elektrona kustību ar kodolu var uzskatīt par strāvas kontūru. Kad šis kontūrs ielido magnētiskā laukā, pēc Faradeja likuma tiek inducēts spriegums $U = -\Delta(B \cdot S)/\Delta t$. Ja šī sprieguma ietekmē iegūtā elektrona enerģija $\varepsilon = qU$ ir pēc moduļa lielāka par jonizācijas enerģiju I , tad jons sabruks uz elektronu un ūdeņraža atomu.

Elektriskā kontūra laukums $S = \pi r^2$, kur r ir elektrona orbītas rādiuss, bet laiks, kurā jons ielido magnētiskā laukā, ir vismaz $\Delta t = 2r/v$. Apvienojot izteiksmes, iegūsim

$$I < \frac{\pi}{2} q B r v \quad \text{vai} \quad v > \frac{2I}{\pi q B r}$$

Ievietojot skaitliskās vērtības, iegūsim $v > \frac{2 \cdot 0,75}{\pi \cdot 40 \cdot 3 \cdot 10^{-11}} = 4,0 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 0,133 c$, kur c ir gaismas ātrums. Ir jāpiezīmē, ka šī atbilde ir atkarīga no tā, cik ātri joni ielido magnētiskā laukā. Praksē magnētiskā lauka robeža nav absolūti asa, tāpēc ielidošanas laiks būs daudz ilgāks un inducētie spriegumi būs daudz mazāki.

2. Lorenca spēks darbojas pret Kulona spēku

Uz lādiņiem, kas kustās magnētiskā laukā, darbojas Lorenca spēks $F_L = q\vec{v} \times \vec{B}$.

Perpendikulārā magnētiskā laukā tas būs $F_L = qvB$. Šis spēks darbojas uz protonu vienā virzienā, bet uz elektroniem otrā virzienā, tātad, rezultējošais spēks ir divreiz lielāks. Ja Lorenca spēks būs lielāks, nekā elektrona pievilkšanas spēks jona kodolam, jons sabruks.

$$2qvB > k_e \frac{q^2}{r^2}$$
$$v > \frac{kq}{2r^2B} = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,67 c$$

3. Lorenca spēka darbs pārsniedz jonizācijas enerģiju

Var viegli pārbaudīt, ka viena elektrona saites enerģija negatīvā ūdeņraža jonā

$$E_e \approx k_e \frac{q^2}{r} \approx 5 \text{ eV}$$

ir daudz lielāka par jonizācijas enerģiju. Tam par iemeslu ir jonizācijas enerģijas fizikālā jēga: tā ir enerģijas starpība starp sākotnējo sistēmas enerģiju un beigu enerģiju (tas ir, ūdeņraža jona saites enerģiju). Tāpēc arī Lorenca spēkam nav jābūt tik lielam, kā iegūts iepriekšējā punktā.

Var, piemēram, novērtēt, ka Lorenca spēka darbs, kas atbilst elektrona pārvietojumam par tās orbītas rādiusu, ir lielāks par jonizācijas enerģiju:

$$qvBr > I$$

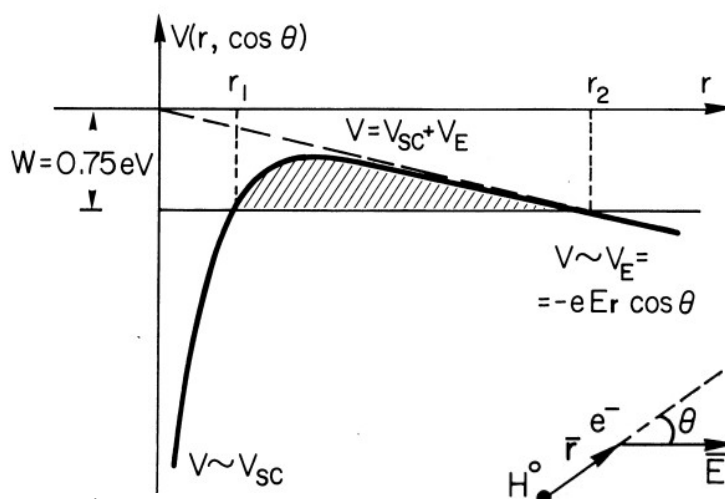
Tam atbilstošs ātrums ir $v > \frac{I}{qBr} = 6,25 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,21 c$.

4. Venta atrisinājums!

5. Īstais atrisinājums

Negatīvā ūdeņraža jona stabilitāte magnētiskajos laukos tika pētīta 1960.-jos gados, kad šie joni tika izmantoti paātrinātājos [1]. Bija parādīts, ka jona nestabilitāte ir izsaukta ar (ekivalentu) elektriskā lauka intensitāti $E_B = \vec{v} \times \vec{B}$.

Kā ilustrēts uz attēla no [2], viens no elektroniem var iziet zem potenciālās barjeras. Tuvāk kodolam potenciālā enerģija ir zemāka kodola pievilkšanas spēka dēļ, bet tālāk no kodola tā ir zemāka, jo tā ir elektriskā lauka potenciālā enerģija.



Šī izešana zem barjeras ir kvantu mehāniskais efekts, kura ātrums ir atkarīgs no barjeras parametriem: augstuma un platumā. Tika parādīts (sk. 9. attēlu [2]), ka palielinoties ekvalents elektriskam lauka intensitātei E_B no 1 MV/cm līdz 2 MV/cm, H^- jona dzīves laiks samazinās no 10^6 s līdz 10^{-4} s.

Uzdevuma nosacījumiem atbilstošs maksimāls jonu ātrums tad ir vienāds ar $v = E_B/B$.

Ātrums, kas atbilst $E_B = 1 \text{ MV/cm}$ ir vienāds ar $v = \frac{10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{40 \text{ T}} = 2.5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,008 c$, un

ātrums, kas atbilst $E_B = 2 \text{ MV/cm}$ ir vienāds ar $v = \frac{2 \cdot 10^8 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{40 \text{ T}} = 5 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,017 c$. Kā redzam, kvantu efekti daudzkārt samazina ūdeņraža negatīvā jona stabilitāti.

[1] “Electric dissociation of H^- ions by magnetic fields”, G.M. Stinson et al., TRIUM brown reports TRI-69-1, <https://dx.doi.org/10.14288/1.0107799>

[2] “*Estimate of the lifetime of H^- ions in $\bar{p}H^-$ overlapping storage rings*”, U. Gastaldi, CERN $p\bar{p}$ note 32, 1977, <http://cds.cern.ch/record/118880/files/CM-P00065367.pdf>