Valsts izglītības satura centrs
NACIONĀLAIS ATTĪSTĪBAS PLĀNS 2020
EIROPAS SAVIENĪBA
Eiropas Sociālais fonds
IEGULDĪJUMS TAVĀ NĀKOTNĒ
Projekta numurs: 8.3.2.1/16/I/002

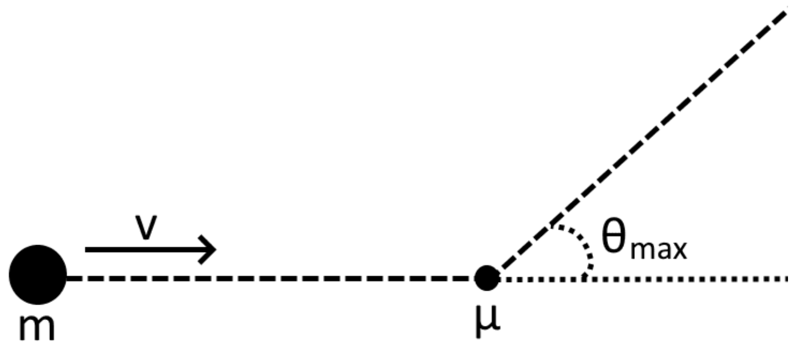
Nacionāla un starptautiska mēroga pasākumu īstenošana izglītojamo talantu attīstībai

Fizikas valsts 71. olimpiāde
Trešā posma uzdevumi 12. klasei

12 – 1 Sadursmes

Uzdevuma A daļā apskatīsim divu daļiņu elastīgu sadursmi un izvedīsim kinemātiskus ierobežojumus maksimālajam novirzes leņķim. B daļā pielietosim A daļā iegūto rezultātu, lai atrisinātu situāciju, kurā notiek liels sadursmju skaits. B daļu iespējams uzsākt arī bez pilnīga atrisinājuma A daļai.

A



Daļiņa ar masu m kustas ar ātrumu v citas, stacionāras daļiņas ar masu μ virzienā - sauksim šo atskaites sistēmu par laboratorijas atskaites sistēmu. Ja $m < \mu$, iespējamais daļiņas ar masu m novirzes leņķis θ no sākotnējās trajektorijas var būt patvaļīgs, taču situācijā, kad $m > \mu$, eksistē maksimāls novirzes leņķis $\theta = \theta_{max}$. Lai atrastu šo leņķi, ērti izmantot masas centra atskaites sistēmu, ko arī darīsim nākamajos trīs punktos.

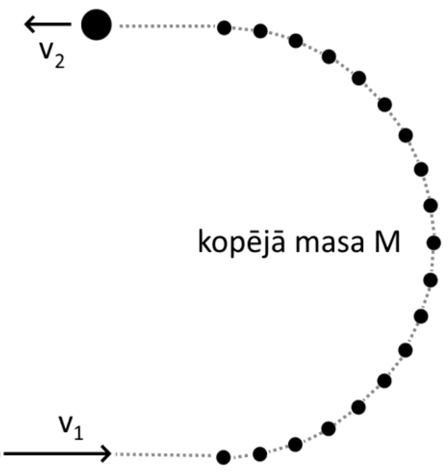
A1 Atrodi analītiski sistēmas masas centra ātrumu laboratorijas atskaites sistēmā v_{mc}. **[1 p]**

A2 Uzzīmē abu daļiņu ātrumus pirms un pēc sadursmes masas centra atskaites sistēmā **[1 p]**

A3 Apskatot transformāciju atpakaļ uz laboratorijas atskaites sistēmu, parādi, ka $sin\theta_{max} = \frac{\mu}{m}$. **[3 p]**

B

Tagad apskatīsim situāciju, kurā daļiņa ar masu m tuvojas $N >> 1$ identiskām daļiņām, kas izkārtotas pusriņķa formā. Pusriņķī esošo daļiņu kopējā masa ir M (tātad katras individuālās daļiņas masa ir $\mu = \frac{M}{N}$) un ienākošās daļiņas ātrums ir v_1. Ienākošā daļiņa trāpa pa visām pusriņķī esošajām daļiņām un beidz savu kustību, pārvietojoties pretējā virzienā ar ātrumu v_2.



B1 Izmantojot A3 jautājumā iegūto rezultātu, atrodi minimālo $\frac{M}{m}$ attiecību, lai aprakstītā situācija būtu kinemātiski iespējama. Vari izmantot faktu, ka $sin\alpha \approx \alpha$ maziem leņķiem α (radiānos). **[2 p]**

B2 Ja $\frac{M}{m}$ ir vienāds ar šo minimālo vērtību, atrodi $\frac{v_2}{v_1}$. **[3 p]**

Atrisinājumi

A

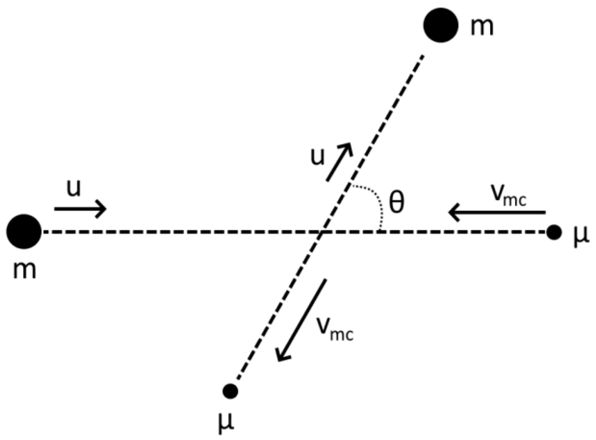
A1

Masas centra atskaites sistēma ir tā, kurā daļiņu kopējais impulss ir 0. Jaunajā sistēmā daļiņas m ātrums ir $v - v_{mc}$ un daļiņas μ ātrums ir $-v_{mc}$, tātad iegūstam vienādojumu $m(v - v_{mc}) - \mu v_{mc} = 0$, ko pārveidojot iegūstam

$$v_{mc} = \frac{m}{m + \mu} v$$

A2

Impulsa un enerģijas saglabāšanās masas centra atskaites sistēmā ļauj secināt, ka katras daļiņas ātruma modulim jāpaliek konstantam un izejošajām daļiņām jāpārvietojas pretējos virzienos, bet leņķis starp ienākošajām un izejošajām daļiņām θ var būt patvaļīgs.



A3

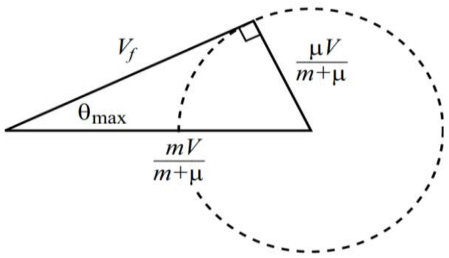
Daļiņas ar masu m ātrums masas centra atskaites sistēmā ir $u = \mathrm{v} - \mathrm{v}_{mc} = \frac{\mu}{m+\mu}\mathrm{v}$, tātad iespējamie beigu ātrumi atrodas uz riņķa līnijas ar rādiusu u (skat. attēlu).

Lai pārietu atpakaļ uz laboratorijas atskaites sistēmu, no iespējamiem beigu ātrumiem masas centra sistēmā jāatņem v_{mc} (kā vektors). $\mu < m \Rightarrow u < \mathrm{v}_{mc}$, tātad iespējamie beigu ātrumi laboratorijas atskaites sistēmā sastāv no visiem vektoriem, kas sākas riņķim ārējā punktā (tas atrodas attālumā v_{mc} no riņķa centra) un beidzas uz kāda punkta riņķī.

Maksimālo novirzes leņķi iespējams asociēt ar vektoru, kurš pieskaras riņķa līnijai, tātad

$$\sin\theta_{max} = \frac{u}{\mathrm{v}_{max}} = \frac{\mu}{m}$$

Svarīgi ievērot, ka rezultāts nav atkarīgs no ienākošās daļiņas ātruma v.



B

B1

Situācija starp katrām divām sadursmēm ir simetriska un daļiņas m novirzes leņķis pēc katras sadursmes ir tieši $\theta = \frac{\pi}{N}$, tātad $\sin\frac{\pi}{N} \leq \frac{\mu}{m}$.

Tā kā N >>1, varam izmantot mazu leņķu tuvinājumu un pārrakstīt nevienādību kā $\pi \leq \frac{N\mu}{m} = \frac{M}{m}$. No tā secinām, ka minimālā masu attiecība ir π.

B2 Apskatot taisnleņķa trijstūri, varam atrast daļiņas ātrumu pēc sadursmes

$$\mathrm{v}_f = \mathrm{v}\frac{\sqrt{m^2 - \mu^2}}{m + \mu}$$

Tā kā N >>1, varam atrast tuvinājumu šai izteiksmei kā $\mathrm{v}_f \approx \mathrm{v}\frac{m}{m+\mu} = \mathrm{v}\left(1 + \frac{\mu}{m}\right)^{-1}$, tātad pēc katras sadursmes daļiņa zaudē identisku daļu no ātruma.

Pēc N sadursmēm tās ātrums būs

$$\mathrm{v}_2 = \mathrm{v}_1\left(1 + \frac{\mu}{m}\right)^{-N} = \mathrm{v}_1\left(\left(1 + \frac{\pi}{N}\right)^N\right)^{-1} \approx \mathrm{v}_1 e^{-\pi}$$

un ātrumu attiecība ir

$$\frac{\mathrm{v}_2}{\mathrm{v}_1} = e^{-\pi} \approx 0.043$$

Pēdējais solis seko no definīcijas

$$e = \left(1 + \frac{1}{N}\right)^N$$

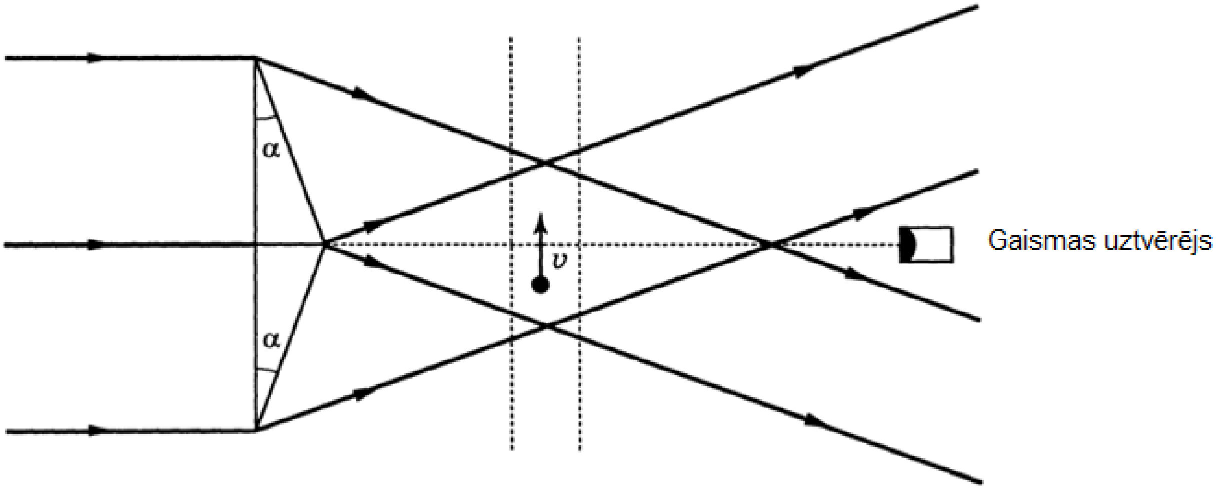
tātad

$$e^x = \left(1 + \frac{1}{N}\right)^{xN} = \left(1 + \frac{x}{M}\right)^M$$

kur $M = Nx$

12 – 2 Šķidruma ātrums

Lai izmērītu tekošā šķidruma ātrumu, izmanto sekojošo gaismas interferences shēmu. Monohromatiskais koherentais paralēlais lāzera staru kūlis (viļņa garums 650 nm) no kreisās puses krīt uz stikla biprizmas garo malu (sk. zīm.). Biprizma ir divu prizmu savienojums, kad divas atsevišķas prizmas ir saliktas ar šaurajām pusēm. Biprizmas plakanā puse ir novietota perpendikulāri krītošam kūlim, tās vielas laušanas koeficients ir 1.67, leņķis α pie pamatnes ir 3 grādi.



A
Pēc iziešanas cauri biprizmai, gaisma sašķeļas divos kūļos (apakšējā un augšējā), kas krustojas.
Piezīme: leņķiem, kas ir mazāki par 10°, var izmantot tuvinājumu $sin\,\beta \approx tg\ \beta \approx \beta$, kur leņķis β ir izteikts radiānos.

A1 Nosaki stara kūļa novirzes leņķi no sākotnējā virziena pēc iziešanas caur biprizmu! **[2 p]**

A2 Nosaki gaismas interferences ainas periodu divu staru kūļu krustošanās apgabalā! **[5 p]**

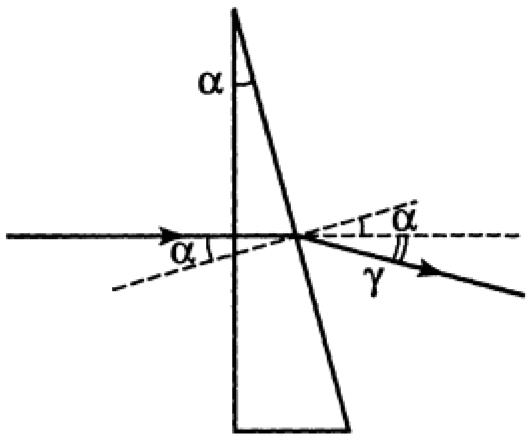
B
Caurspīdīgā caurule, pa kuru perpendikulāri sākotnējam stara virzienam kustās šķidrums, iet cauri divu gaismas kūļu krustošanās apgabalam. Pēc divu kūļu krustošanās apgabala tiek uzstādīts gaismas detektors.

Šķidrumā atrodas maza daļiņa (tās izmērs ir salīdzināms ar viļņa garumu), kas izkliedē uz to krītošo gaismu. Detektora (gaismas uztvērēja) reģistrētā no daļiņas izkliedētās gaismas intensitāte mainās periodiski ar frekvenci 10 kHz.

Nosaki daļiņas (un līdz ar to arī šķidruma) kustības ātrumu caurulē! **[3 p]**

Atrisinājumi
A
A1

Kad stars ieiet prizmā, tas nelūst, jo izplatās perpendikulāri gaisa un stikla virsmai. Virziena maiņa par leņķi γ notiek tikai izejot no prizmas. No Snelliusa likuma $n \sin\alpha = \sin(\alpha + \gamma)$.

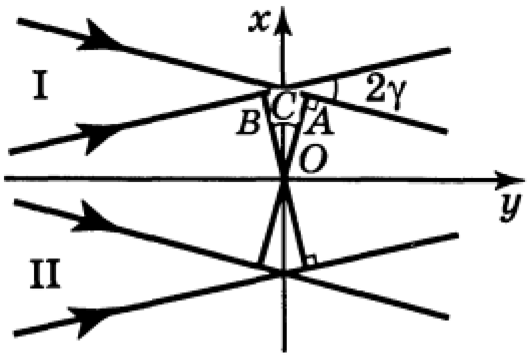


Izmantojot tuvinājumu maziem leņķiem, iegūsim

$$\gamma \approx (n-1)\alpha \approx 2°.$$

A2

Kad (un kur) krustojas divi koherenti stari, veidojas interferences aina.



Biprizmas gadījumā uz tās ass vienmēr fāzu starpība būs vienāda ar nulli (un intensitāte maksimāla), jo gaismas gājienu starpība ir nulle (un notiek konstruktīvā interference).

Interferences ainas periods ir noteikts ar divu staru gājienu starpību, kas ir vienāda ar viļņa garumu.

Izvēlēsimies y asi, kas iet caur biprizmas asi un punktu C, kas atrodas augstumā h virs tās.

Divu staru I un II gājumu starpība punktā C ir

$$\Delta l = BC + AC = 2 \cdot BC = 2 \cdot h \sin\gamma \approx 2h\gamma.$$

Ir redzams, ka gājumu starpība ir atkarīga tikai no divu punktu augstumu starpības, bet ne no to koordinātēm. Tātad, visā divu staru šķērsošanas rajonā atradīsies horizontālās tumšās un gaišās (apspīdētās) strīpas, kuru periods atbilst viena viļņa garuma λ gājumu starpībai: $\lambda = 2h\gamma$, no kurienes var atrast interferences ainas periodu:

$$h = \frac{\lambda}{2\gamma} = \frac{\lambda}{2\alpha(n-1)}$$

Skaitliski, h = 9.31 μm.

B

Daļiņa izkliedē gaismu, kas uz to krīt. Kad daļiņa atrodas neapspīdētā apgabalā, tad tā neizkliedē gaismu. Tāpēc novērotais intensitātes periodiskums rodas no daļiņas, kas, kustoties ar ātrumu v, šķērso tumšās un gaišās interferences joslas.

Laiks t, kurā daļiņa iziet attālumu h (tātad, daļiņas izkliedētā gaismas intensitāte mainās ar periodu, kas ir vienāds ar šo laiku), ir $t = h/\text{v}$, no kurienes var noteikt daļiņas ātrumu kā $\text{v} = \frac{h}{t} = fh$, kur $f = \frac{1}{t}$ ir šim laikam atbilstošā frekvence.

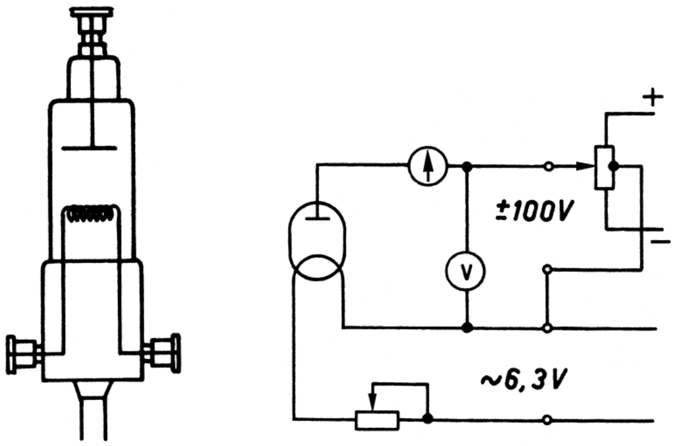
Tā kā frekvence ir f = 10 kHz, tad daļiņas (un līdz ar to arī šķidruma) ātrums caurulē ir

$$\text{v} = hf = \frac{\lambda \cdot f}{2\alpha(n-1)} = 9.3 \text{ cm/s}$$

12 – 3 Demonstrējums: Tukšā caurule

- Lai varētu tikt galā ar šo uzdevumu, jānoskatās demonstrējums. Aktīvā saite uz demonstrējuma video ir pieejama 3. uzdevumā 12. klasei olimpiādes vietnē vai izmanto šo saiti: https://www.youtube.com/watch?v=tXEr4RaKnZg
- Demonstrējuma failam ir arī skaņa – skaties un klausies.
- Vari demonstrējumu skatīties tik reizes, cik nepieciešams.

Stikla caurulē ierīkoti 2 elektrodi un izsūknēts gaiss. Viens no elektrodiem ir izveidots kā kvēldiegs, lai to varētu elektriski sakarsēt. Virknē ar cauruli ieslēgtais galvanometrs rāda, vai vakuumā plūst elektriskā strāva. Taču, ja šai diodei tuvina pakavveida magnētu, tad ... Un, kad magnētu noņem nost,...



Apraksti un izskaidro eksperimentā redzēto, atbildi uz jautājumiem!

A Kā caur tukšumu var plūst elektriskā strāva un kāpēc tas vienā virzienā izdodas, bet otrā nē? **[1 p]**

B Kā rokas tuvināšana caurulei var mainīt strāvas stiprumu? **[1 p]**

C Kā pakavveida magnēta klātbūtne var pastiprināt elektrisko strāvu caur cauruli? **[3 p]**

D Kā citādi orientēta magnēta klātbūtne var strāvu samazināt vai pat pilnīgi izslēgt? **[2 p]**

E Kā var izskaidrot to, ka pēc tam, pat bez magnēta klātbūtnes, strāva ilgu laiku vēl neatjaunojas, bet tad pati no sevis atkal atjaunojas pilnīgi bez jebkādas ārējas iedarbības uz cauruli? **[3 p]**

Atrisinājumi

A Kā redzams no katoda kvēles, sakarsētajā elektrodā temperatūra ir pietiekama, lai strāvu nodrošinošajiem elektroniem būtu pietiekami liels ātrums un enerģija, lai tie spētu izrauties no metāla un kustēties prom vakuumā. Ja anodam attiecībā pret katodu pieliekam pozitīvu spriegumu, daļa vakuumā lidojošo elektronu nonāk tur, veidojot strāvu caurulē. Ja anodam pieliekam negatīvu spriegumu, elektroni no tā atgrūžas un strāvas nav. Jo aukstais anods neemitē vakuumā elektronus. Tāpēc ir vērojama vienvirziena vadītspēja. Tukšā caurule darbojas kā diode.

B Tuvinot diodei roku, strāva samazinās. Tas tāpēc, ka cilvēks praktiski vienmēr ir elektrostatiski uzlādējies, un, tuvinot vakuumdiodei no sāniem roku, uz elektroniem vakuumā darbojas Kulona spēks. Šis spēks novirza elektronus no taisnvirziena trajektorijas uz rokas pusi vai prom no tās, tāpēc mazāka daļa elektronu nonāk līdz anodam.

C Ja diodei ieregulē stipru kvēli (kā tas bija redzams no katoda spīdēšanas), bet anodspriegums nav liels, tad tikai neliela daļa katoda emitēto elektronu nonāk līdz anodam. Pārējie aizlido citos virzienos un anodam netrāpa.
Ja diodei pietuvina pakavveida magnētu tā, ka magnētiskā lauka spēka līnijas iet no katoda uz anodu, vai otrādi, tad emitētie elektroni Lorenca spēka ietekmē kustas pa spirālveida trajektoriju, apvijot magnētiskā lauka spēka līnijas (līdzīgi kosmiskā starojuma lādētām daļiņām, kas, vijoties ap Zemes magnētiskā lauka spēka līnijām, nonāk polos un rada ziemeļblāzmu. Tā elektroni nonāk līdz anodam un nevar aizmaldīties citur, tāpēc strāva ir lielāka. (Ja vien sākuma ātruma vektors neveido ar virzienu uz anodu leņķi, kas lielāks par 90 grādiem).

D Tuvinot diodei pakavveida magnētu tā, lai magnētiskā lauka spēka līnijas būtu perpendikulāras elektrona trajektorijai lidojuma no katoda uz anodu, Lorenca spēka iedarbībā šīs trajektorijas izliecas, daļa elektronu vairs netrāpa anodam, bet triecas diodes stikla sieniņā. Strāva samazinās. Ja magnētu pietuvina tik tuvu, ka diode atrodas starp magnēta poliem, tad anodstrāvas vairs vispār nav.

E Turpinot iepriekšējo daļu un attālinot magnētu no diodes, anodstrāva, ja tā bija kļuvusi vienāda ar nulli, var uzreiz neatjaunoties (ja telpā ir pietiekoši sauss gaiss un anodspriegums nav pārāk liels). Tas tāpēc, ka diodes vienā sānā ietriekušies elektroni ir stipri uzlādējuši (negatīvi) stikla sieniņu šajā vietā. Un atgrūž anoda virzienā garām lidojošos elektronus, triecot tos pretējā sieniņā. Izveidojas kas līdzīgs stūrējošam elektrodam (tīkliņam vakuumtriodē), kas ar savu negatīvo potenciālu veido nepārvarami augstu barjeru. Elektroni vairs šajā virzienā (uz anodu) nelido, bet pārsvarā triecas diodes sieniņās, kas atrodas uz pretējo pusi no katoda. Rezultātā arī šīs sieniņas uzlādējas negatīvi, un arī šim virzienam elektroni vairs nedod priekšroku. Tad potenciālā barjera ceļā uz anodu tiek pārvarēta un atjaunojas anodstrāva.