


ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX001a-EN-EU</i>	Strona	<i>1</i>	z	<i>8</i>
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych</i>				
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>				
	Wykonał	<i>Alain Bureau</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>		
	Sprawdził	<i>Yvan Galéa</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>		

Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych

Przykład ilustruje zasady weryfikacji nośności swobodnie podpartej belki stalowej, obciążonej w sposób równomierny. Belka posiada stężenia boczne jedynie na podporach.

Zakres

Przykład obejmuje zakresem sprawdzenie nośności belki wykonanej z kształtownika walcowanego na gorąco, zginanego względem “mocniejszej” osi przekroju, posiadającej stężenia boczne jedynie na podporach. Przykład zawiera:

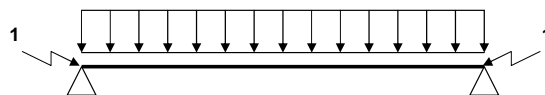
- Klasyfikację przekroju,
- Obliczenie nośności przy zginaniu, włączając w to wyznaczenie momentu krytycznego przy zwichrzeniu sprężystym,
- Obliczenie nośności przy ścinaniu,
- Obliczenie ugięcia w stanie granicznym użytkowości.

Przykład nie uwzględnia utraty stateczności środnika przy ścinaniu.

Obciążenie

Obciążenie równomiernie rozłożone uwzględnia:

- Ciężar własny belki
- Ciężar płyty stropowej
- Obciążenia użytkowe



1: Boczne stężenia


Częściowe współczynniki bezpieczeństwa

- $\gamma_G = 1,35$ (oddziaływania stałe)
- $\gamma_Q = 1,50$ (oddziaływania zmienne)
- $\gamma_{M0} = 1,0$
- $\gamma_{M1} = 1,0$

PN-EN 1990

PN-EN
1993-1-1

[§ 6.1](#) (1)

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX001a-EN-EU</i>	Strona	2 z 8	
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych</i>			
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>			
	Wykonał	<i>Alain Bureau</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>	
	Sprawdził	<i>Yvan Galéa</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>	

Dane podstawowe

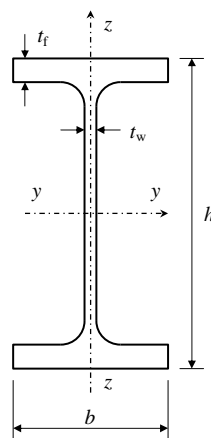
Projektowanie drugorzędnej belki stropowej w budynku wielokondygnacyjnym jest oparte o dane podane poniżej. Założono, że belka posiada stężenia boczne jedynie na podporach.

- Rozpiętość przęsła: 5,70 m
- Rozstaw belek: 2,50 m
- Grubość płyty stropowej: 12 cm
- Ciężar ścianek działowych: $0,75 \text{ kN/m}^2$
- Obciążenie użytkowe: $2,50 \text{ kN/m}^2$
- Ciężar objętościowy betonu: 24 kN/m^3
- Gatunek stali: S235

Ciężar płyty stropowej: $0,12 \times 24 \text{ kN/m}^3 = 2,88 \text{ kN/m}^2$


Dobrano IPE 330 – gatunek stali S235

Wysokość	$h = 330 \text{ mm}$
Szerokość	$b = 160 \text{ mm}$
Grubość środnika	$t_w = 7,5 \text{ mm}$
Grubość stopki	$t_f = 11,5 \text{ mm}$
Promień wyokrąglenia	$r = 18 \text{ mm}$
Masa jednostkowa	$49,1 \text{ kg/m}$



Euronorm
19-57

Pole przekroju poprzecznego	$A = 62,6 \text{ cm}^2$
Moment bezwładności przekroju wzgl. osi y-y	$I_y = 11770 \text{ cm}^4$
Moment bezwładności przekroju wzgl. osi z-z	$I_z = 788,1 \text{ cm}^4$
Moment bezwładności przy skręcaniu	$I_t = 28,15 \text{ cm}^4$
Wycinkowy moment bezwładności	$I_w = 199100 \text{ cm}^6$
Sprężysty wskaźnik wytrzymałości	$W_{el,y} = 713,1 \text{ cm}^3$
Wskaźnik oporu plastycznego	$W_{pl,y} = 804,3 \text{ cm}^3$

<div>ARKUSZ OBLICZENIOWY</div> <div></div>	Dokument Ref:	SX001a-EN-EU		Strona	3 z 8
	Tytuł	Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych			
	Dot. Eurokodu	EN 1993-1-1			
	Wykonał	Alain Bureau	Data	grudzień 2004	
	Sprawdził	Yvan Galéa	Data	grudzień 2004	

Ciężar własny belki: $(49,1 \times 9,81) \times 10^{-3} = 0,482 \text{ kN/m}$

Oddziaływania stałe:

$$G = 0,482 + (2,88 + 0,75) \times 2,50 = 9,56 \text{ kN/m}$$

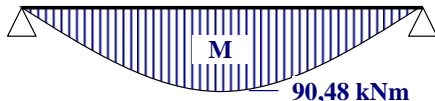
Oddziaływania zmienne (obciążenie użytkowe):

$$Q = 2,5 \times 2,5 = 6,25 \text{ kN/m}$$

Kombinacja oddziaływań w SGN:

$$\gamma_G G + \gamma_Q Q = 1,35 \times 9,56 + 1,50 \times 6,25 = 22,28 \text{ kN/m}$$

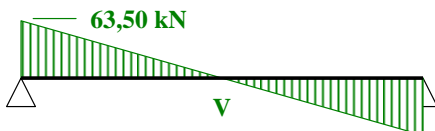
Wykres momentu zginającego



Największy moment zginający w środku rozpiętości przęsła:

$$M_{y,Ed} = 0,125 \times 22,28 \times 5,70^2 = 90,48 \text{ kNm}$$

Wykres siły poprzecznej



Największa siła poprzeczna przy podporze:

$$V_{z,Ed} = 0,5 \times 22,28 \times 5,70 = 63,50 \text{ kN}$$

Granica plastyczności

Gatunek stali S235


Największa grubość ścianki wynosi 11,5 mm < 40 mm, więc:


$$f_y = 235 \text{ N/mm}^2$$

Uwaga :Załącznik krajowy może narzucić wartości f_y z Tablicy 3.1 lub wartości z norm wyrobu.

PN-EN 1990
[§ 6.4.3.2](#)

PN-EN 1993-1-1
Tablica 3.1

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX001a-EN-EU</i>	Strona	4 z 8	
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych</i>			
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>			
	Wykonał	<i>Alain Bureau</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>	
	Sprawdził	<i>Yvan Galéa</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>	
<p><u>Klasyfikacja przekroju:</u></p> <p>Współczynnik ε jest uzależniony od granicy plastyczności stali:</p> $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y \text{ [N/mm}^2\text{]}}} = 1$ <p>Wspornikowa część pasa: stopka ściskana w sposób równomierny</p> $c = (b - t_w - 2 r) / 2 = (160 - 7,5 - 2 \times 18) / 2 = 58,25 \text{ mm}$ $c / t_f = 58,25 / 11,5 = 5,07 \leq 9 \quad \varepsilon = 9 \quad \text{Klasa 1}$ <p>Wewnętrzna część ściskana: środnik zginany</p> $c = h - 2 t_f - 2 r = 330 - 2 \times 11,5 - 2 \times 18 = 271 \text{ mm}$ $c / t_w = 271 / 7,5 = 36,1 < 72 \quad \varepsilon = 72 \quad \text{Klasa 1}$ <p>Klasa przekroju jest najwyższą (tj. najmniej korzystną) z klas przekroju wyznaczonych dla stopki i środnika. W rozpatrywanym przypadku – Klasa 1.</p> <p>Tak więc, weryfikacja nośności w SGN może zostać przeprowadzona przy użyciu plastycznej nośności przekroju.</p> <p><u>Nośność przy zginaniu</u></p> <p>Obliczeniowa nośność przekroju przy zginaniu jest określona jako:</p> $M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} = (804,3 \times 235 / 1,0) / 1000$ $M_{c,Rd} = 189,01 \text{ kNm}$ $M_{y,Ed} / M_{c,Rd} = 90,48 / 189,01 = 0,479 < 1 \quad \text{OK}$					PN-EN 1993-1-1 Tablica 5.12 (arkusz 2 z 3) PN-EN 1993-1-1 Tablica 5.2 (arkusz 1 z 3) PN-EN 1993-1-1 § 6.2.5

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX001a-EN-EU</i>	Strona	5 z 8	
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych</i>			
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>			
	Wykonał	<i>Alain Bureau</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>	
	Sprawdził	<i>Yvan Galéa</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>	

Współczynnik zwichrzenia

W celu wyznaczenia obliczeniowej nośności na zwichrzenie belki nie zabezpieczonej przed zwichrzeniem, należy wyznaczyć współczynnik zwichrzenia. Rachunek taki uwzględnia wyznaczenie momentu krytycznego przy zwichrzeniu sprężystym.

Moment krytyczny przy zwichrzeniu sprężystym

Moment krytyczny może zostać obliczony z następującej zależności:

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} \left\{ \sqrt{\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(k L)^2 G I_t}{\pi^2 E I_z}} + (C_2 z_g)^2 - C_2 z_g \right\}$$

Patrz [SN003](#)

E jest modułem sprężystości $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

G jest modułem sprężystości przy ścinaniu: $G = 80770 \text{ N/mm}^2$

L jest rozpiętością przęsła (rozstawem stężeń bocznych): $L = 5,70 \text{ m}$

W wyrażeniu określającym M_{cr} , należy rozważyć następujące założenia:

$k = 1$ jeśli pas ściskany ma możliwość obrotu względem „słabej” osi przekroju poprzecznego,

$k_w = 1$ jeśli nie istnieją warunki przeciwdziałające spaceniu przekroju na końcach belki.

z_g jest odległością pomiędzy punktem przyłożenia obciążenia a środkiem ścinania:

$$z_g = h / 2 = +165 \text{ mm}$$


(z_g przyjmuje wartość dodatnią, jeśli obciążenie działa w kierunku środka ścinania)


Współczynniki C_1 oraz C_2 zależą od rozkładu momentu zginającego. W przypadku obciążenia równomiernie rozłożonego oraz dla $k = 1$, mają one wartość:


$$C_1 = 1,127$$

$$C_2 = 0,454$$

Patrz [SN003](#)

<div>ARKUSZ OBLICZENIOWY</div> <div></div>	Dokument Ref:	SX001a-EN-EU	Strona	6 z 8	
	Tytuł	Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych			
	Dot. Eurokodu	EN 1993-1-1			
	Wykonał	Alain Bureau	Data	grudzień 2004	
	Sprawdził	Yvan Galéa	Data	grudzień 2004	
<p>Zatem:</p> $\frac{\pi^2 E I_z}{(k L)^2} = \frac{\pi^2 \times 210000 \times 788,1 \times 10^4}{(5700)^2} \times 10^{-3} = 502,75 \text{ kN}$ $C_2 z_g = 0,454 \times 165 = + 74,91 \text{ mm}$ $M_{cr} = 1,127 \times 502,75 \times \dots$ $\left\{ \sqrt{\frac{199100}{788,1} \times 100 + \frac{80770 \times 281500}{502750} + (74,91)^2} - 74,91 \right\} \cdot 10^{-3}$ $M_{cr} = 113,9 \text{ kNm}$ <p>Smukłość względna</p> <p>Smukłość względną wyznacza się z zależności:</p> $\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{W_{pl,y} f_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{804300 \times 235 \times 10^{-6}}{113,9}} = 1,288$ <p>W wypadku dwuteowników walcowanych, $\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$</p> <p>Uwaga: wartość $\bar{\lambda}_{LT,0}$ może zostać określona w Załączniku krajowym. Wartością zalecaną jest 0,4.</p> <p>Więc $\bar{\lambda}_{LT} = 1,288 > \bar{\lambda}_{LT,0}$</p> <p>Współczynnik zwichrzenia</p> <p>W przypadku dwuteowników walcowanych współczynnik zwichrzenia jest wyznaczony z zależności:</p> $\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \text{ lecz } \begin{cases} \chi_{LT} \leq 1,0 \\ \chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{cases}$ <p>gdzie : $\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + \alpha_{LT} \left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0} \right) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2 \right]$</p>					
PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2.2 (1)					
PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2.3 (1)					
PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2.3 (1)					

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX001a-EN-EU</i>	Strona	7 z 8
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych</i>		
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>		
	Wykonał	<i>Alain Bureau</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>
	Sprawdził	<i>Yvan Galéa</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>
<p>α_{LT} jest parametrem imperfekcji przy zwichrzeniu. Gdy obliczenia dotyczą dwuteowników walcowanych, krzywą zwichrzenia należy określić według Tablicy 6.5:</p> <p>Dla $h/b = 330 / 160 = 2,06 > 2 \rightarrow$ Krzywa c ($\alpha_{LT} = 0,49$)</p> <p>$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0,4$ and $\beta = 0,75$</p> <p>Uwaga: Wartości $\bar{\lambda}_{LT,0}$ oraz β mogą być określone w Załączniku krajowym. Wartościami zalecanymi są $\bar{\lambda}_{LT,0}=0,4$ oraz $\beta=0,75$.</p> <p>Otrzymano: $\phi_{LT} = 0,5 \left[1 + 0,49 (1,288 - 0,4) + 0,75 \times (1,288)^2 \right] = 1,340$</p> <p>oraz: $\chi_{LT} = \frac{1}{1,340 + \sqrt{(1,340)^2 - 0,75 \times (1,288)^2}} = 0,480$</p> <p>Następnie należy sprawdzić: $\chi_{LT} = 0,480 < 1,0$ OK</p> <p>oraz: $\chi_{LT} = 0,480 < 1 / \bar{\lambda}_{LT,0}^2 = 0,603$ OK</p> <p>Wpływ rozkładu momentów między bocznymi stężeniami na nośność obliczeniową przy zwichrzeniu można określić przez modyfikację współczynnika zwichrzenia:</p> $f = 1 - 0,5 (1 - k_c) \left[1 - 2 (\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2 \right] \quad \text{lecz } \leq 1$ <p>gdzie: $k_c = 0,94$</p> <p>Więc: $f = 1 - 0,5 (1 - 0,94) [1 - 2 (1,288 - 0,8)^2] = 0,984$</p> <p>Otrzymano: $\chi_{LT,mod} = \chi_{LT} / f = 0,480 / 0,984 = 0,488$</p> <p><u>Obliczeniowa nośność na zwichrzenie</u></p> $M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{pl,y} f_y / \gamma_{M1}$ $M_{b,Rd} = (0,488 \times 804300 \times 235 / 1,0) \times 10^{-6} = 92,24 \text{ kNm}$ $M_{y,Ed} / M_{b,Rd} = 90,48 / 92,24 = 0,981 < 1$ OK <p><u>Nośność przekroju przy ścinaniu</u></p> <p>W przypadku braku skręcania, nośność plastyczna przy ścinaniu zależy od pola przekroju czynnego przy ścinaniu, według zależności:</p> $A_{v,z} = A - 2 b t_f + (t_w + 2 r) t_f$ $A_{v,z} = 6260 - 2 \times 160 \times 11,5 + (7,5 + 2 \times 18) \times 11,5 = 3080 \text{ mm}^2$				
				PN-EN 1993-1-1 Tablica 6.5 Tablica 6.3
				PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2.3 (2) PN-EN 1993-1-1 Tablica 6.6
				PN-EN 1993-1-1 § 6.3.2.1
				PN-EN 1993-1-1 § 6.2.6 (3)

ARKUSZ OBLICZENIOWY 	Dokument Ref:	<i>SX001a-EN-EU</i>	Strona	8 z 8	
	Tytuł	<i>Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych</i>			
	Dot. Eurokodu	<i>EN 1993-1-1</i>			
	Wykonał	<i>Alain Bureau</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>	
	Sprawdził	<i>Yvan Galéa</i>	Data	<i>grudzień 2004</i>	
Nośność plastyczna przy ścinaniu $V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z} (f_y / \sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{3080 \times (235 / \sqrt{3})}{1,0} = 417,9 \text{ kN}$ $V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 63,50 / 417,9 = 0,152 < 1 \quad \text{OK}$ <p>Sprawdzenie warunku stateczności środnika przy działaniu siły poprzecznej nie jest wymagane, gdy:</p> $h_w / t_w \leq 72 \varepsilon / \eta$ <p>η może być konserwatywnie przyjęte jako 1.0</p> $h_w / t_w = (330 - 2 \times 11,5) / 7,5 = 40,9 < 72 \times 1 / 1,0 = 72$ <p>Uwaga: Nie rozważano interakcji <i>M-V</i> ponieważ największy moment pojawia się w środku rozpiętości przęsła, zaś największa siła poprzeczna przy podporze. Ogólnie, w wypadku rozpatrywania zginania ze ścinaniem patrz PN-EN1993-1-1 § 6.2.8.</p> <p><u>Sprawdzenie stanu granicznego użytkowalności (SGU)</u></p> <p>Kombinacja oddziaływań w SGU</p> $G + Q = 9,56 + 6,25 = 15,81 \text{ kN/m}$ <p>Ugięcie powstałe pod działaniem <i>G+Q</i> :</p> $w = \frac{5 (G + Q) L^4}{384 E I_y} = \frac{5 \times 15,81 \times (5700)^4}{384 \times 210000 \times 11770 \times 10^4} = 8,8 \text{ mm}$ <p>Strzałka ugięcia wynosi <i>L/648</i> – OK</p> <p>Uwaga: Ugięcia dopuszczalne powinny zostać określone przez Zamawiającego. Załącznik krajowy może określić wartości graniczne. W tym wypadku wynik można uznać za całkiem zadowalający.</p> <p>Uwaga 2: Biorąc pod uwagę częstotliwość drgań własnych, Załącznik krajowy może określić warunki z wartościami granicznymi. W rozpatrywanym przykładzie ugięcie jest tak niewielkie, że problem drgań nie wystąpi.</p>					PN-EN 1993-1-1 § 6.2.6 (2) PN-EN 1993-1-1 § 6.2.6 (6) PN-EN 1990 § 6.5.3 PN-EN 1993-1-1 § 7.2.1 PN-EN 1993-1-1 § 7.2.3

Protokół jakości

Tytuł zasobu	Przykład: Belka swobodnie podparta bez stężeń bocznych		
Odniesienie			
ORYGINAŁ DOKUMENTU			
	Imię i nazwisko	Instytucja	Data
Stworzony przez	Alain Bureau	CTICM	
Zawartość techniczna sprawdzona przez	Yvan Galéa	CTICM	
Zawartość redakcyjna sprawdzona przez	D C Iles	SCI	2/3/05
Zawartość techniczna zaaprobowana przez:			
1. Wielka Brytania	G W Owens	SCI	1/3/05
2. Francja	A Bureau	CTICM	1/3/05
3. Szwecja	A Olsson	SBI	1/3/05
4. Niemcy	C Mueller	RWTH	1/3/05
5. Hiszpania	J Chica	Labein	1/3/05
Zasób zatwierdzony przez Koordynatora Technicznego	G W Owens	SCI	21/05/06
TŁUMACZENIE DOKUMENTU			
Tłumaczenie wykonał i sprawdził:	L. Ślęczka		
Tłumaczenie zatwierdzone przez:			