|  |
| --- |
| *Grupa lab.*  5 |
| Sprawozdanie Metoda Elementów Skończonych |
| *Imię i nazwisko:*  Łukasz Sawina |

[Wstęp teoretyczny 2](#_Toc155817872)

[Opis modelu 5](#_Toc155817873)

[MES - Opis 7](#_Toc155817874)

[Opis kodu 8](#_Toc155817875)

[Porównanie wyników 15](#_Toc155817876)

[Wnioski 23](#_Toc155817877)

# Wstęp teoretyczny

## Transport ciepła

Jeden ze sposobów przekazywania energii pomiędzy układami termodynamicznymi. Siłą napędową dla wymiany jest różnica temperatur występująca pomiędzy obiektami. Zachodzi zawsze z ciała o temperaturze wyższej do ciała o temperaturze niższej, zgodnie z drugą zasadą termodynamiki. Wymiany ciepła między sąsiadującymi ciałami nie można zatrzymać, można ją jedynie spowolnić. Odbywać się będzie aż do momentu osiągnięcia stanu równowagi termicznej.

Można wymienić trzy mechanizmy odpowiedzialne za przepływ ciepła:

1. Przewodnictwo cieplne, jest to wymiana ciepła między ciałami o różnej temperaturze, która pozostają ze sobą w bezpośrednim kontakcie, polega na przekazywaniu energii kinetycznej bezładnego ruchu cząsteczek w wyniku ich zderzeń.
2. Konwekcja, wymiana ciepła przez makroskopowy ruch materii w gazie, cieczy lub plazmie. Proces konwekcji polega na unoszeniu ciepłą na skutek przemieszczania się mas cieczy lub gazów.
3. Wymiana ciepła przez promieniowanie, pojawia się wtedy, gdy np. mikrofale, promieniowanie podczerwone, światło widzialne lub inny rodzaj promieniowania elektromagnetycznego jest wysyłany lub pochłaniany przez ciało. Promieniowanie cieplne emitowane jest przez każdą materię o temperaturze wyższej od zera bezwzględnego.

## Ustalony wymiana ciepła

Znany również jako przewodzenie cieplne w warunkach ustalonych, odnosi się do sytuacji, w której ilość ciepła przekazywana przez daną substancję jest stała w czasie. Temperatura w danym obszarze pozostaje stała, a proces przewodzenia ciepła osiąga stan równowagi termicznej.

## Nieustalony wymiana ciepła

Zwany także, przewodzeniem ciepła w warunkach nieustalonych, występuje, gdy temperatura w danym obszarze zmienia się w czasie. W przeciwieństwie do ustalonego transportu ciepłą, w przypadku nieustalonego temperatura w danym punkcie może się zmieniać w zależności od czasu.

## Warunki brzegowe

* Stała temperatura na powierzchni - temperatura na danej powierzchni utrzymuje się na stałym poziomie i nie zmienia się w czasie
* Stały strumień ciepła - na danej powierzchni utrzymywany jest stały strumień cieplny, który nie zmienia się w czasie
* Strumień ciepła według prawa konwekcji - opisuje, jak ciepło przemieszcza się między powierzchnią ciała a otoczeniem za pomocą konwekcji
* Strumień ciepła według prawa radiacji - opisuje sposób, w jaki ciepło przemieszcza się między ciałem a otoczeniem poprzez promieniowanie elektromagnetyczne. Prawo to jest szczególnie ważne w przypadku wymiany ciepła w sytuacjach, gdzie przewodnictwo cieplne i konwekcja są ograniczone lub nie odgrywają głównej roli, na przykład w próżni

## Równanie Fouriera

Równanie w postaci:

Gdzie:

- k(t) współczynnik przewodzenia ciepła

- Q prędkość generowania ciepła

Opisuje zjawiska cieplne zachodzące w stanie ustalonym. Równanie mówi nam, że suma dywergencji iloczynu *k* i gradientu temperatury oraz ilości wydzielanego ciepła jest równa zero w stanie ustalonym.

Równanie Fouriera dla procesu niestacjonarnego (nieustalonego) ma postać:

Gdzie:

- c termiczna pojemność masowa

- ρ gęstość materiału

## Prawo konwekcji

Opisuje sposób w jaki ciepło przemieszcza się między powierzchnią ciała a otoczeniem za pomocą konwekcji. Prawo konwekcji można przedstawić w postaci równania:

Gdzie:

- q ilość przekazywanego ciepła

- α współczynnik wnikania ciepła  
- t∞ temperatura otoczenia

## Całkowanie Gaussa

Znane również jako całkowanie kwadratury Gaussa, to technika numerycznego całkowania, która wykorzystuje specjalnie dobrane węzły i wagi, aby obliczyć przybliżoną całkę o określonej funkcji.

W przestrzeni jednowymiarowej, całkowanie Gaussa może być zapisane jako:

W przestrzeni dwuwymiarowej:

## Interpolacja

Proces estymowania wartości funkcji dla punktów znajdujących się pomiędzy znanymi wartościami funkcji. Pojawia się problem opisania przestrzeni międzywęzłowych, dlatego wykorzystuje się Funkcje kształtu, w której wartości międzywęzłowe przybliża się do wielomianu interpolacyjnego trzeciego stopnia. Takie działanie daje wystarczająco dobre przybliżenie.

Interpolacja 1D za pomocą funkcji kształtu:

Interpolacja 2D za pomocą funkcji kształtu:

# Opis modelu

Do symulacji nieustalonego procesu cieplnego wykorzystujemy postać równanie Fouriera dla procesów niestacjonarnych:

Jednak, aby wykonać symulację potrzebujemy to równanie zapisać w postaci możliwe do obliczenia przez nasz program, dlatego po przekształceniach z powyższego równania otrzymujemy równanie:

Z powyższego równania kolejne składowe to:

## {t0}

Wektor reprezentujący temperatury węzłowe w chwili τ=0.

## {t1}

Wektor reprezentujący temperatury wynikowe po przedziale czasowym Δτ. Ten wektor jest wynikiem naszej symulacji, czyli tym czego poszukujemy.

## Δτ

Krok czasowy w symulacji.

## [H]

Macierz opisująca współczynniki wymiany ciepła przez przewodzenie między punktami w układzie. Przechowuje współczynniki układu równań opisującego wpływ przewodzonego ciepła na temperatury w każdym z węzłów układu. W tym równaniu jest to zagregowana wersja, czyli przechowuje w sobie wszystkie Macierze [H] elementów oraz Macierze [HBC] zsumowanie.

Macierz [HBC] to zbiór wartości opisujących wpływ konwekcji na układ powierzchni elementu, jest również zależny od zmiennej temperatury tej powierzchni.

Gdzie:

- α współczynnik wnikania ciepła  
- {N} wektor funkcji kształtu elementu

Macierz [H] ma postać:

Jak widać drugi człon tego wyrażenia to macierz [HBC].

## {P}

Wektor reprezentujący strumień ciepłą, jego składowe opisują ilość ciepła przepływającego przez powierzchnię w jednostce czasu i jednostce powierzchni. Składowe są związane z przewodnictwem cieplnym materiału i temperaturami w elemencie skończonym.

Wektor {P} przyjmuje postać

Gdzie:

- α współczynnik wnikania ciepła  
- {N} wektor funkcji kształtu elementu  
- t∞ temperatura otoczenia  
- Q prędkość generowania ciepła  
- q gęstość strumienia ciepła

## [C]

Macierz przechowująca informacje o pojemności cieplnej materiałów w elemencie. Związana jest z informacją ile energii cieplnej jest w stanie przechować dany materiał. Macierz ta uwzględnia wpływ zmiany temperatury na stan termiczny struktury i sposób w jaki materiał przewodzi i przechowuje ciepło.

Macierz [C] przyjmuje postać:

Gdzie:

- c ciepło właściwe, mówi o tym, ile energii materiał jest w stanie zmagazynować. Jeżeli może przyjąć więcej ciepłą to także dłużej będzie to ciepło przyjmować.  
- ρ gęstość, materiał bardziej porowaty ma mniejszą gęstość i będzie mógł przechować mniej energii niż materiał o tej samej objętości i większej gęstości.   
- {N} wektor funkcji kształtu elementu

Do obliczeń wszystkich składowych równania potrzeba policzyć całkę powierzchniową/objętościową. Do tego wykorzystujemy w naszym programie całkowanie metoda Gaussa.

Do obliczania układów równań możemy wykorzystać jedną z kilku metod Metoda faktoryzacji LU, Metoda Eliminacji Gaussa itp.

# MES - Opis

Metoda rozwiązywania równań różniczkowych, w której na obiekt nakładana jest siatka elementów skończonych. Główną ideą MES jest, że dowolną ciągłą wartość (np. temperaturę) można zmienić na model dyskretny. Model opiera się na ograniczonej ilości węzłów, które tworzą ograniczoną ilość elementów skończonych. Dzięki tej metodzie możemy obliczyć różne procesy spotykanych w fizyce i technice. Wartość temperatury lub innej funkcji w każdym węźle definiujemy jako parametr, który poszukujemy.

Na obiekt nakładana jest siatka elementów skończonych. Siatka może być nakładana na obiekt przestrzenny jak również na płaską powierzchnię, każdy element jest prostym geometrycznie kształtem, takim jak trójkąt, czworokąt czy sześcian.

Temperaturę aproksymuje się na każdym elemencie za pomocą wielomianu, który wyznaczony jest za pomocą węzłów wartości temperatury. Dodatkowo wyznacza się go w taki sposób, aby zachować warunek ciągłości temperatury na granicach elementów. Wartości temperatur w węzłach muszą być tak dobrane, aby zapewniały jak najlepsze odwzorowanie rzeczywistego pola temperatury, można to osiągnąć przy pomocy minimalizacji funkcjonału, który odpowiada różnicowemu równaniu przewodzenia ciepła.

Dodatkowo z wyników otrzymanych możemy wykonywać wizualizację, aby lepiej zrozumieć zachowania analizowanych obiektów. Można do tego wykorzystać już istniejące programy jak np. ParaView.

Zaletami MES są:

* Własności materiału elementów nie muszą być jednakowe, daje to możliwość wykorzystania MES do materiałów wielofazowych oraz takich, których własności zależą od temperatury,
* Wymiary elementów mogą być objętościowo różne, daje to możliwość powiększania lub zmniejszania wymiarów elementów w pewnych strefach rozpatrywanej objętości, a co za tym idzie lepsze odwzorowanie rzeczywistego obiektu,
* Z wykorzystaniem MES można uwzględniać nieliniowe warunki brzegowe

# Opis kodu

Program został napisany w języku C++, wszystkie modele danych jak węzły, elementy itp. zostały napisane z wykorzystaniem struktur. Struktura plików w programie wygląda następująco:

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie  
Fot. 1 Struktura plików

Głównym modelem w kodzie jest struktura Mesh, która przechowuje w sobie wszystkie informacje o siatce oraz zawiera wszystkie funkcje do obliczeń poszczególnych elementów programu oraz temperatur.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznie

Fot.2 Struktura Mesh – główna struktura w programie

Do przeprowadzenia symulacji zmiany temperatury potrzebne jest uruchomienie tylko 2 funkcji ze struktury Mesh oraz utworzenie elementu uniwersalnego, który jest przekazywany jako parametr do wszystkich funkcji liczących.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatyczniePrzykładowe wykonanie symulacji:

Fot.3 Przykładowe wywołanie symulacji

Funkcja calcTemperature() przyjmuje jako parametry strukturę siatki, do której zostały wczytane dane z pliku .txt oraz zainicjalizowaną strukturę elementu uniwersalnego. Przy inicjalizacji elementu uniwersalnego potrzebne jest podanie ilość punktów w układzie całkowania, na podstawie tego parametru będą dopasowywane wszystkie układy całkowania dla całego programu.

Wewnątrz funkcji calcTemperature() wykonywane są kolejno obliczenia składowych modelu, takie jak: macierze H, HBC, C oraz wektor P. Dodatkowo dla opcji sprawdzania wyników poszczególnych składowych modelu możliwe jest wywołanie z osobna każdej z tych funkcji. Po obliczeniu każdej ze składowych tworzony jest agregat H oraz wektor temperatur początkowych. Następnie w pętli obliczane są temperatury dla danego kroku, po czym w konsoli wyświetlane są dane odnośnie minimalnej/maksymalnej temperatury dla danego kroku oraz generowany jest plik .vtk, do dalszego wykorzystania w programie ParaView.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, oprogramowanie

Opis wygenerowany automatycznieFot.4 Fragment calcTemperature() – obliczanie temperatur, wyświetlanie w konsoli oraz generowanie pliku

Obraz zawierający tekst, Czcionka, zrzut ekranu

Opis wygenerowany automatycznieJak można zauważyć pojawiają się w kodzie również instrukcje preprocesora, odpowiadają one za dodatkowe wyświetlenie danych przy obliczeniach, w celu kontroli wyników dla poszczególnych elementów. Do uruchomienia jednego z takich trybów w pliku RunType.h wystarczy odkomentować wybraną definicję, każda z nich odpowiada poszczególnym obliczeniom, co można odczytać z ich nazw.

Fot.5 Tryby uruchomienia

Dla zmniejszenia ilości opisu kodu opiszę tylko najważniejsze części poszczególnych funkcji liczących składowe modelu.

## Element uniwersalny

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieDo uruchomienia wszystkich funkcji w strukturze Mesh potrzebna jest zainicjalizowana struktura elementu uniwersalnego, przechowuje ona w sobie następujące informacje:

Fot.6 Deklaracja struktury ElementUniwersalny

Jak widać przechowuje ona pochodne funkcji kształtu względem ksi oraz eta zapisane w macierzy (matdKsi/matdEta), funkcje kształtu dla warunków brzegowych (matNPktForEdges), funkcje kształtu dla punktów (N) oraz ilość punktów schematu całkowania całkowania.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatyczniePrzy uruchomieniu funkcji init() obliczane są wszystkie powyżej wymienione dane, np.:

Fot.7 obliczanie pochodnych funkcji kształtu ksi/eta

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, oprogramowanie, Oprogramowanie multimedialne

Opis wygenerowany automatycznie  
Fot. 8 obliczanie funkcji kształtu

## Macierz H

Do obliczenia macierzy H dla elementów w siatce trzeba uruchomić funkcję calcHForElements(), pobiera ona współrzędne węzłów i przekazuje je do funkcji calcH, która liczy macierz H dla danego elementu.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, oprogramowanie

Opis wygenerowany automatycznieFot.9 Wywołanie obliczeń macierzy H dla każdego elementu

Wewnątrz funkcji calcH obliczane są kolejno macierz Jakobiego, Jakobian, odwrotność Jakobianu, pochodne funkcji kształtu względem X oraz Y, macierze H punktów oraz macierz H całego elementu.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, oprogramowanie, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieFot.10 Obliczenia macierz Jakobiego oraz Jakobian

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieFot.11 Obliczenia macierzy H dla punktu

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieFot.12 Obliczenia macierzy H dla elementu

## Macierz HBC

W przypadku macierzy HBC sytuacja jest podobna jak dla macierzy H, funkcja calcHBCForElements() pobiera współrzędne elementu oraz flagi warunku brzegowego i na tej podstawie oblicza macierz HBC dla elementów.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, oprogramowanie

Opis wygenerowany automatycznieFot.13 Obliczenia macierzy HBC dla krawędzi

## Wektor P

Tutaj identycznie jak w wyżej w calcVectorPForElements() pobierane są współrzędne X, Y oraz flagi warunku brzegowego i dla każdego elementu z osobna liczony jest wektor P.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieFot.14 Obliczenia wektora P dla krawędzi

## Macierz C

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieW funkcji calcCForElements() ponownie pobierane są współrzędne X oraz Y elementu i na ich podstawie liczone są macierze C.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieFot.15 Obliczenia macierzy C dla punktów

Fot. 16 Obliczenia macierzy C dla elementu

## Kwadratura Gaussa oraz układy równań

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieObraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka

Opis wygenerowany automatycznieW wielu miejscach w kodzie potrzebne są do obliczeń punkty, w których obliczamy wartości funkcji oraz współczynniki wagowe przypisane dla tych punktów. W programie zdefiniowane są one dla schematu całkowania 2, 3, 4, oraz 5 punktowego. Wartości ich są obliczane ze wzorów, dlatego dla różnych maszyn może pojawiać się pewna niewielka różnica w wynikach, spowodowana różnymi przybliżeniami.

Fot.17,18 Współrzędne punktów całkowania oraz ich wagi

Do obliczania układów równań wykorzystana jest Metoda Eliminacji Gaussa, która została napisana przeze mnie na przedmiocie Metody Numeryczne.

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, design

Opis wygenerowany automatyczniePrzykładowe wyniki programu wyglądają następująco:

Obraz zawierający zrzut ekranu, tekst

Opis wygenerowany automatycznieFot.19 Fragment podstawowego wyniku programu, widoczne minimalne i maksymalne temperatury dla kroków

Obraz zawierający tekst, zrzut ekranu, Czcionka, menu

Opis wygenerowany automatycznieFot.20 Fragment wyniku programu z trybem debugowania dla obliczania temperatury, widoczne minimalne i maksymalne temperatury dla kroków oraz poszczególne wartości w węzłach.

Fot.20 Fragment wyniku programu z trybem debugowania dla obliczania macierzy H, widoczny fragment pokazuje macierze H dla punktów całkowania w elemencie

# Porównanie wyników

Do otrzymania wszystkich wyników został użyty trójpunktowy schemat całkowania.

## Siatka 4x4

W przypadku pliku Test1\_4\_4.txt ponieważ siatka jest kwadratem Macierze H Lokalne są zbliżone do siebie z niewielkimi różnicami po przecinku dla wszystkich elementów, dlatego przedstawiam zestawienie tylko jednej.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Element | | | | | | | | |
| Wyniki testu | | | |  | Wyniki programu | | | |
| 16.6667 | -4.16667 | -8.33333 | -4.16667 |  | 16.6667 | -4.16667 | -8.33333 | -4.16667 |
| -4.16667 | 16.6667 | -4.16667 | -8.33333 |  | -4.16667 | 16.6667 | -4.16667 | -8.33333 |
| -8.33333 | -4.16667 | 16.6667 | -4.16667 |  | -8.33333 | -4.16667 | 16.6667 | -4.16667 |
| -4.16667 | -8.33333 | -4.16667 | 16.6667 |  | -4.16667 | -8.33333 | -4.16667 | 16.6667 |

W przypadku macierzy HBC oraz wektora P pojawiają się różne wartości dla różnych elementów, dlatego zostaną one zestawione dla porównania.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Macierz HBC | | | | | | | | |
| Wyniki testu | | | |  | Wyniki programu | | | |
| Element 1 | | | | | | | | |
| 6.66667 | 1.66667 | 0 | 1.66667 |  | 6.66667 | 1.66667 | 0 | 1.66667 |
| 1.66667 | 3.33333 | 0 | 0 |  | 1.66667 | 3.33333 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1.66667 | 0 | 0 | 3.33333 |  | 1.66667 | 0 | 0 | 3.33333 |
| Element 2 | | | | | | | | |
| 3.33333 | 1.66667 | 0 | 0 |  | 3.33333 | 1.66667 | 0 | 0 |
| 1.66667 | 3.33333 | 0 | 0 |  | 1.66667 | 3.33333 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 3 | | | | | | | | |
| 3.33333 | 1.66667 | 0 | 0 |  | 3.33333 | 1.66667 | 0 | 0 |
| 1.66667 | 6.66667 | 1.66667 | 0 |  | 1.66667 | 6.66667 | 1.66667 | 0 |
| 0 | 1.66667 | 3.33333 | 0 |  | 0 | 1.66667 | 3.33333 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 4 | | | | | | | | |
| 3.33333 | 0 | 0 | 1.66667 |  | 3.33333 | 0 | 0 | 1.66667 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1.66667 | 0 | 0 | 3.33333 |  | 1.66667 | 0 | 0 | 3.33333 |
| Element 5 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 6 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 3.33333 | 1.66667 | 0 |  | 0 | 3.33333 | 1.66667 | 0 |
| 0 | 1.66667 | 3.33333 | 0 |  | 0 | 1.66667 | 3.33333 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 7 | | | | | | | | |
| 3.33333 | 0 | 0 | 1.66667 |  | 3.33333 | 0 | 0 | 1.66667 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 3.33333 | 1.66667 |  | 0 | 0 | 3.33333 | 1.66667 |
| 1.66667 | 0 | 1.66667 | 6.66667 |  | 1.66667 | 0 | 1.66667 | 6.66667 |
| Element 8 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 3.33333 | 1.66667 |  | 0 | 0 | 3.33333 | 1.66667 |
| 0 | 0 | 1.66667 | 3.33333 |  | 0 | 0 | 1.66667 | 3.33333 |
| Element 9 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 3.33333 | 1.66667 | 0 |  | 0 | 3.33333 | 1.66667 | 0 |
| 0 | 1.66667 | 6.66667 | 1.66667 |  | 0 | 1.66667 | 6.66667 | 1.66667 |
| 0 | 0 | 1.66667 | 3.33333 |  | 0 | 0 | 1.66667 | 3.33333 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Wektor P | | | | | | | | |
| Wyniki testu | | | |  | Wyniki programu | | | |
| Element 1 | | | | | | | | |
| 12000 | 6000 | 0 | 6000 |  | 12000 | 6000 | 0 | 6000 |
| Element 2 | | | | | | | | |
| 6000 | 6000 | 0 | 0 |  | 6000 | 6000 | 0 | 0 |
| Element 3 | | | | | | | | |
| 6000 | 12000 | 6000 | 0 |  | 6000 | 12000 | 6000 | 0 |
| Element 4 | | | | | | | | |
| 6000 | 0 | 0 | 6000 |  | 6000 | 0 | 0 | 6000 |
| Element 5 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 6 | | | | | | | | |
| 0 | 6000 | 6000 | 0 |  | 0 | 6000 | 6000 | 0 |
| Element 7 | | | | | | | | |
| 6000 | 0 | 6000 | 12000 |  | 6000 | 0 | 6000 | 12000 |
| Element 8 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 6000 | 6000 |  | 0 | 0 | 6000 | 6000 |
| Element 9 | | | | | | | | |
| 0 | 6000 | 12000 | 6000 |  | 0 | 6000 | 12000 | 6000 |

W przypadku macierzy C jest podobnie jak dla macierzy H, wartości dla wszystkich elementów są zbliżone do siebie, z nielicznymi różnicami po przecinku, dlatego zestawię wyniki dla jednego elementu.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Macierz C | | | | | | | | |
| Wyniki testu | | | |  | Wyniki programu | | | |
| Element | | | | | | | | |
| 674.074 | 337.037 | 168.519 | 337.037 |  | 674.074 | 337.037 | 168.519 | 337.037 |
| 337.037 | 674.074 | 337.037 | 168.519 |  | 337.037 | 674.074 | 337.037 | 168.519 |
| 168.519 | 337.037 | 674.074 | 337.037 |  | 168.519 | 337.037 | 674.074 | 337.037 |
| 337.037 | 168.519 | 337.037 | 674.074 |  | 337.037 | 168.519 | 337.037 | 674.074 |

Jak można zobaczyć po zagregowaniu danych macierzy H oraz HBC do macierzy globalnej H otrzymujemy identyczne macierze dla danych testowych oraz danych otrzymanych z programu

Obraz zawierający tekst, numer, Równolegle, zrzut ekranu

Opis wygenerowany automatycznie

Podobna sytuacja jest dla globalnej macierzy C

Obraz zawierający tekst, numer, zrzut ekranu, Równolegle

Opis wygenerowany automatycznie

Zestawiając ze sobą wyniki minimalnych oraz maksymalnych temperatur dla danego kroku zauważyć można, że dane testowe zgadzają się z wynikami programu, co pokazuje, że dla siatki kwadratowej 4x4 udało się obliczyć temperatury poprawnie.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Wyniki temperatur | | | | |
| Wyniki testu | |  | Wyniki programu | |
| 110.03797659406167 | 365.8154705784631 |  | 110.038 | 365.815 |
| 168.83701715655656 | 502.5917120896439 |  | 168.837 | 502.592 |
| 242.80085524391868 | 587.372666691486 |  | 242.801 | 587.373 |
| 318.61459376004086 | 649.3874834542602 |  | 318.615 | 649.388 |
| 391.2557916738893 | 700.0684204214381 |  | 391.256 | 700.068 |
| 459.03690325635404 | 744.0633443187048 |  | 459.037 | 744.063 |
| 521.5862742337766 | 783.382849723737 |  | 521.586 | 783.383 |
| 579.0344449687701 | 818.9921876836681 |  | 579.034 | 818.992 |
| 631.6892368621455 | 851.4310425916341 |  | 631.689 | 851.431 |
| 679.9075931513394 | 881.057634906017 |  | 679.908 | 881.058 |

## Siatka 4x4 mix

W przypadku pliku Test2\_4\_4\_MixGrid nie mamy do czynienia z kwadratem, dlatego wartości lokalne macierzy H będą różne dla elementów.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Macierz H | | | | | | | | |
| Wyniki testu | | | |  | Wyniki programu | | | |
| Element 1 | | | | | | | | |
| 17.7624 | -3.39971 | -10.963 | -3.39972 |  | 17.7702 | -3.40951 | -10.9511 | -3.40951 |
| -3.39971 | 14.6508 | -5.14961 | -6.10152 |  | -3.40951 | 14.6632 | -5.16446 | -6.08919 |
| -10.963 | -5.14961 | 21.2622 | -5.14961 |  | -10.9511 | -5.16446 | 21.2801 | -5.16445 |
| -3.39972 | -6.10152 | -5.14961 | 14.6508 |  | -3.40951 | -6.08919 | -5.16445 | 14.6632 |
| Element 2 | | | | | | | | |
| 20.9584 | -5.19066 | -13.2722 | -2.49555 |  | 20.9637 | -5.19733 | -13.2652 | -2.5012 |
| -5.19066 | 14.138 | -4.44553 | -4.50181 |  | -5.19733 | 14.1464 | -4.4543 | -4.49474 |
| -13.2722 | -4.44553 | 23.3769 | -5.65921 |  | -13.2652 | -4.4543 | 23.3861 | -5.66663 |
| -2.49555 | -4.50181 | -5.65921 | 12,6566 |  | -2.5012 | -4.49474 | -5.66663 | 12,6626 |
| Element 3 | | | | | | | | |
| 21.1279 | -5.49125 | -12.3674 | -3.26933 |  | 21.1474 | -5.5156 | -12.3479 | -3.28383 |
| -5.49125 | 16.2136 | -5.49125 | -5.23115 |  | -5.5156 | 16.2442 | -5.5156 | -5.21297 |
| -12.3674 | -5.49125 | 21.1279 | -3.26933 |  | -12.3479 | -5.5156 | 21.1474 | -3.28383 |
| -3.26933 | -5.23115 | -3.26933 | 11,7698 |  | -3.28383 | -5.21297 | -3.28383 | 11,7698 |
| Element 4 | | | | | | | | |
| 20.9584 | -2.49555 | -13.2722 | -5.19067 |  | 20.9637 | -2.50119 | -13.2652 | -5.19734 |
| -2.49555 | 12,6566 | -5.65921 | -4.50181 |  | -2.50119 | 12,6626 | -5.66663 | -4.49474 |
| -13.2722 | -5.65921 | 23.3769 | -4.44552 |  | -13.2652 | -5.66663 | 23.3861 | -4.45429 |
| -5.19067 | -4.50181 | -4.44552 | 14.138 |  | -5.19734 | -4.49474 | -4.45429 | 14.1464 |
| Element 5 | | | | | | | | |
| 24.4398 | -4.61748 | -15.2049 | -4.61748 |  | 24.4398 | -4.61748 | -15.2049 | -4.61748 |
| -4.61748 | 12,5 | -4.61748 | -3.26505 |  | -4.61748 | 12,5 | -4.61748 | -3.26505 |
| -15.2049 | -4.61748 | 24.4398 | -4.61748 |  | -15.2049 | -4.61748 | 24.4398 | -4.61748 |
| -4.61748 | -3.26505 | -4.61748 | 12,5 |  | -4.61748 | -3.26505 | -4.61748 | 12,5 |
| Element 6 | | | | | | | | |
| 23.3769 | -4.44553 | -13.2722 | -5.65921 |  | 23.3861 | -4.4543 | -13.2652 | -5.66663 |
| -4.44553 | 14.138 | -5.19066 | -4.50181 |  | -4.4543 | 14.1464 | -5.19733 | -4.49474 |
| -13.2722 | -5.19066 | 20.9584 | -2.49555 |  | -13.2652 | -5.19733 | 20.9637 | -2.5012 |
| -5.65921 | -4.50181 | -2.49555 | 12,6566 |  | -5.66663 | -4.49474 | -2.5012 | 12,6626 |
| Element 7 | | | | | | | | |
| 21.1279 | -3.26933 | -12.3674 | -5.49125 |  | 21.1474 | -3.28383 | -12.3479 | -5.5156 |
| -3.26933 | 11,7698 | -3.26933 | -5.23115 |  | -3.28383 | 11,7698 | -3.28383 | -5.21297 |
| -12.3674 | -3.26933 | 21.1279 | -5.49125 |  | -12.3479 | -3.28383 | 21.1474 | -5.5156 |
| -5.49125 | -5.23115 | -5.49125 | 16.2136 |  | -5.5156 | -5.21297 | -5.5156 | 16.2442 |
| Element 8 | | | | | | | | |
| 23.3769 | -5.65921 | -13.2722 | -4.44553 |  | 23.3861 | -5.66663 | -13.2652 | -4.45429 |
| -5.65921 | 12,6566 | -2.49555 | -4.50181 |  | -5.66663 | 12,6626 | -2.5012 | -4.49474 |
| -13.2722 | -2.49555 | 20.9584 | -5.19066 |  | -13.2652 | -2.5012 | 20.9637 | -5.19734 |
| -4.44553 | -4.50181 | -5.19066 | 14.138 |  | -4.45429 | -4.49474 | -5.19734 | 14.1464 |
| Element 9 | | | | | | | | |
| 21.2622 | -5.14961 | -10.963 | -5.14961 |  | 21.2801 | -5.16446 | -10.9511 | -5.16446 |
| -5.14961 | 14.6508 | -3.39971 | -6.10152 |  | -5.16446 | 14.6632 | -3.40951 | -6.08919 |
| -10.963 | -3.39971 | 17.7624 | -3.39971 |  | -10.9511 | -3.40951 | 17.7702 | -3.40951 |
| -5.14961 | -6.10152 | -3.39971 | 14.6508 |  | -5.16446 | -6.08919 | -3.40951 | 14.6632 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Macierz HBC | | | | | | | | |
| Wyniki testu | | | |  | Wyniki programu | | | |
| Element 1 | | | | | | | | |
| 9.06164 | 2.26541 | 0 | 2.26541 |  | 9.06164 | 2.26541 | 0 | 2.26541 |
| 2.26541 | 4.53082 | 0 | 0 |  | 2.26541 | 4.53082 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2.26541 | 0 | 0 | 4.53082 |  | 2.26541 | 0 | 0 | 4.53082 |
| Element 2 | | | | | | | | |
| 3.20377 | 1.60189 | 0 | 0 |  | 3.20377 | 1.60189 | 0 | 0 |
| 1.60189 | 3.20377 | 0 | 0 |  | 1.60189 | 3.20377 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 3 | | | | | | | | |
| 2.26541 | 1.1327 | 0 | 0 |  | 2.26541 | 1.1327 | 0 | 0 |
| 1.1327 | 4.53082 | 1.1327 | 0 |  | 1.1327 | 4.53082 | 1.1327 | 0 |
| 0 | 1.1327 | 2.26541 | 0 |  | 0 | 1.1327 | 2.26541 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 4 | | | | | | | | |
| 3.20377 | 0 | 0 | 1.60189 |  | 3.20377 | 0 | 0 | 1.60189 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1.60189 | 0 | 0 | 3.20377 |  | 1.60189 | 0 | 0 | 3.20377 |
| Element 5 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 6 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 3.20377 | 1.60189 | 0 |  | 0 | 3.33333 | 1.66667 | 0 |
| 0 | 1.60189 | 3.20377 | 0 |  | 0 | 1.66667 | 3.33333 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 7 | | | | | | | | |
| 2.26541 | 0 | 0 | 1.1327 |  | 2.26541 | 0 | 0 | 1.1327 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 2.26541 | 1.1327 |  | 0 | 0 | 2.26541 | 1.1327 |
| 1.1327 | 0 | 1.1327 | 4.53082 |  | 1.1327 | 0 | 1.1327 | 4.53082 |
| Element 8 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 3.20377 | 1.60189 |  | 0 | 0 | 3.20377 | 1.60189 |
| 0 | 0 | 1.60189 | 3.20377 |  | 0 | 0 | 1.60189 | 3.20377 |
| Element 9 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 4.53082 | 2.26541 | 0 |  | 0 | 4.53082 | 2.26541 | 0 |
| 0 | 2.26541 | 9.06164 | 2.26541 |  | 0 | 2.26541 | 9.06164 | 2.26541 |
| 0 | 0 | 2.26541 | 4.53082 |  | 0 | 0 | 2.26541 | 4.53082 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Wektor P | | | | | | | | |
| Wyniki testu | | | |  | Wyniki programu | | | |
| Element 1 | | | | | | | | |
| 16310.9 | 8155.47 | 0 | 8155.47 |  | 16310.9 | 8155.47 | 0 | 8155.47 |
| Element 2 | | | | | | | | |
| 5766.79 | 5766.79 | 0 | 0 |  | 5766.79 | 5766.79 | 0 | 0 |
| Element 3 | | | | | | | | |
| 4077.74 | 8155.47 | 4077.74 | 0 |  | 4077.74 | 8155.47 | 4077.74 | 0 |
| Element 4 | | | | | | | | |
| 5766.79 | 0 | 0 | 5766.79 |  | 5766.79 | 0 | 0 | 5766.79 |
| Element 5 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Element 6 | | | | | | | | |
| 0 | 5766.79 | 5766.79 | 0 |  | 0 | 5766.79 | 5766.79 | 0 |
| Element 7 | | | | | | | | |
| 4077.74 | 0 | 4077.74 | 8155.47 |  | 4077.74 | 0 | 4077.74 | 8155.47 |
| Element 8 | | | | | | | | |
| 0 | 0 | 5766.79 | 5766.79 |  | 0 | 0 | 5766.79 | 5766.79 |
| Element 9 | | | | | | | | |
| 0 | 8155.47 | 16310.9 | 8155.47 |  | 0 | 8155.47 | 16310.9 | 8155.47 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Macierz C | | | | | | | | |
| Wyniki testu | | | |  | Wyniki programu | | | |
| Element | | | | | | | | |
| 1139.59 | 543.343 | 258.447 | 543.343 |  | 1139.59 | 543.343 | 258.447 | 543.343 |
| 543.343 | 1033.79 | 490.444 | 258.447 |  | 543.343 | 1033.79 | 490.444 | 258.447 |
| 258.447 | 490.444 | 927.988 | 490.444 |  | 258.447 | 490.444 | 927.988 | 490.444 |
| 543.343 | 258.447 | 490.444 | 1033.79 |  | 543.343 | 258.447 | 490.444 | 1033.79 |
| Element 2 | | | | | | | | |
| 687.257 | 325.995 | 160.879 | 339.392 |  | 687.257 | 325.995 | 160.879 | 339.392 |
| 325.995 | 616.725 | 304.125 | 160.879 |  | 325.995 | 616.725 | 304.125 | 160.879 |
| 160.879 | 304.125 | 599.777 | 317.522 |  | 160.879 | 304.125 | 599.777 | 317.522 |
| 339.392 | 160.879 | 317.522 | 670.309 |  | 339.392 | 160.879 | 317.522 | 670.309 |
| Element 3 | | | | | | | | |
| 417.145 | 195.348 | 104.286 | 221.797 |  | 417.145 | 195.348 | 104.286 | 221.797 |
| 195.348 | 364.246 | 195.348 | 104.286 |  | 195.348 | 364.246 | 195.348 | 104.286 |
| 104.286 | 195.348 | 417.145 | 221.797 |  | 104.286 | 195.348 | 417.145 | 221.797 |
| 221.797 | 104.286 | 221.797 | 470.045 |  | 221.797 | 104.286 | 221.797 | 470.045 |
| Element 4 | | | | | | | | |
| 687.257 | 339.392 | 160.879 | 325.995 |  | 687.257 | 339.392 | 160.879 | 325.995 |
| 339.392 | 670.309 | 317.522 | 160.879 |  | 339.392 | 670.309 | 317.522 | 160.879 |
| 160.879 | 317.522 | 599.777 | 304.125 |  | 160.879 | 317.522 | 599.777 | 304.125 |
| 325.995 | 160.879 | 304.125 | 616.725 |  | 325.995 | 160.879 | 304.125 | 616.725 |
| Element 5 | | | | | | | | |
| 590.735 | 295.368 | 147.684 | 295.368 |  | 590.735 | 295.368 | 147.684 | 295.368 |
| 295.368 | 590.735 | 295.368 | 147.684 |  | 295.368 | 590.735 | 295.368 | 147.684 |
| 147.684 | 295.368 | 590.735 | 295.368 |  | 147.684 | 295.368 | 590.735 | 295.368 |
| 295.368 | 147.684 | 295.368 | 590.735 |  | 295.368 | 147.684 | 295.368 | 590.735 |
| Element 6 | | | | | | | | |
| 599.777 | 304.125 | 160.879 | 317.522 |  | 599.777 | 304.125 | 160.879 | 317.522 |
| 304.125 | 616.725 | 325.995 | 160.879 |  | 304.125 | 616.725 | 325.995 | 160.879 |
| 160.879 | 325.995 | 687.257 | 339.392 |  | 160.879 | 325.995 | 687.257 | 339.392 |
| 317.522 | 160.879 | 339.392 | 670.309 |  | 317.522 | 160.879 | 339.392 | 670.309 |
| Element 7 | | | | | | | | |
| 417.145 | 221.797 | 104.286 | 195.348 |  | 417.145 | 221.797 | 104.286 | 195.348 |
| 221.797 | 470.045 | 221.797 | 104.286 |  | 221.797 | 470.045 | 221.797 | 104.286 |
| 104.286 | 221.797 | 417.145 | 195.348 |  | 104.286 | 221.797 | 417.145 | 195.348 |
| 195.348 | 104.286 | 195.348 | 364.246 |  | 195.348 | 104.286 | 195.348 | 364.246 |
| Element 8 | | | | | | | | |
| 599.777 | 317.522 | 160.879 | 304.125 |  | 599.777 | 317.522 | 160.879 | 304.125 |
| 317.522 | 670.309 | 339.392 | 160.879 |  | 317.522 | 670.309 | 339.392 | 160.879 |
| 160.879 | 339.392 | 687.257 | 325.995 |  | 160.879 | 339.392 | 687.257 | 325.995 |
| 304.125 | 160.879 | 325.995 | 616.725 |  | 304.125 | 160.879 | 325.995 | 616.725 |
| Element 9 | | | | | | | | |
| 927.988 | 490.444 | 258.447 | 490.444 |  | 927.988 | 490.444 | 258.447 | 490.444 |
| 490.444 | 1033.79 | 543.343 | 258.447 |  | 490.444 | 1033.79 | 543.343 | 258.447 |
| 258.447 | 543.343 | 1139.59 | 543.343 |  | 258.447 | 543.343 | 1139.59 | 543.343 |
| 490.444 | 258.447 | 543.343 | 1033.79 |  | 490.444 | 258.447 | 543.343 | 1033.79 |

Jak widać w poszczególnych macierzach pojawiają się większe różnorodności niż w przypadku pierwszego pliku, jest to przede wszystkim spowodowane różnicą w wyglądzie siatki, w tym przypadku nasza siatka nie jest już prostą figurą.

Ponownie zestawiając ze sobą wyniki minimalnych oraz maksymalnych temperatur dla danego kroku zauważyć można, że program radzi sobie również z obliczeniami dla bardziej skomplikowanych figur.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Wyniki temperatur | | | | |
| Wyniki testu | |  | Wyniki programu | |
| 95.15184673458245 | 374.6863325385064 |  | 95.1591 | 374.668 |
| 147.64441665454345 | 505.96811082245307 |  | 147.656 | 505.954 |
| 220.1644549730314 | 586.9978503916302 |  | 220.178 | 586.989 |
| 296.7364399006366 | 647.28558387732 |  | 296.751 | 647.28 |
| 370.968275802604 | 697.3339863103786 |  | 370.983 | 697.33 |
| 440.5601440058566 | 741.2191121514377 |  | 440.574 | 741.216 |
| 504.8911996551285 | 781.209569726045 |  | 504.904 | 781.241 |
| 564.0015111915015 | 817.3915065469778 |  | 564.014 | 817.42 |
| 618.1738556427995 | 850.2373194670416 |  | 618.185 | 850.264 |
| 667.7655470268747 | 880.1676054000437 |  | 667.776 | 880.192 |

## Siatka 31x31 kwadrat

W tym pliku testowym pojawia się nam dużo więcej węzłów oraz elementów w siatce, co może sprawić trudność dla naszego programu, jednak porównując wyniki minimalne oraz maksymalne dla danego kroku możemy zauważyć, że wyniki są bardzo zbliżone do siebie, różnice po przecinku mogą się pojawić przez przybliżenia, które mogą być różne na różnych maszynach.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Wyniki temperatur | | | | |
| Wyniki testu | |  | Wyniki programu | |
| 99.99969812978378 | 149.5566275788947 |  | 100 | 149.557 |
| 100.00053467957446 | 177.44482649738018 |  | 100 | 177.445 |
| 100.00084733335379 | 197.2672291500534 |  | 100 | 197.267 |
| 100.00116712763896 | 213.15348263983788 |  | 100 | 213.153 |
| 100.00150209858216 | 226.6837398631218 |  | 100 | 226.683 |
| 100.001852708951 | 238.60869878203812 |  | 100 | 238.607 |
| 100.00222410506852 | 249.34880985057373 |  | 100 | 249.347 |
| 100.00263047992797 | 259.1676797521773 |  | 100 | 259.165 |
| 100.00310216686808 | 268.24376548847937 |  | 100 | 268.241 |
| 100.00369558647527 | 276.70463950306436 |  | 100 | 276.701 |
| 100.00450560745507 | 284.64527660833346 |  | 100.001 | 284.641 |
| 100.00567932588369 | 292.1386492100023 |  | 100.002 | 292.134 |
| 100.00742988613344 | 299.242260871447 |  | 100.003 | 299.237 |
| 100.01004886564658 | 306.00237684844643 |  | 100.005 | 305.997 |
| 100.01391592562979 | 312.4568735346492 |  | 100.009 | 312.451 |
| 100.01950481085419 | 318.637221302136 |  | 100.014 | 318.631 |
| 100.02738525124852 | 324.56990275925733 |  | 100.021 | 324.564 |
| 100.0382207726261 | 330.27745133351596 |  | 100.032 | 330.271 |
| 100.05276279329537 | 335.77922748329735 |  | 100.046 | 335.772 |
| 100.07184163487159 | 341.0920092636545 |  | 100.064 | 341.085 |

## Siatka 31x31 trapez

W tym pliku testowym pomimo zwiększonej ilości węzłów oraz elementów pojawia się dodatkowo inny kształt, program musi sobie dodatkowo poradzić z bardziej skomplikowanymi przekształceniami niż w przypadku kwadratu. Ponownie porównując wyniki można zauważyć zbliżone wyniki, z pewnym błędem przybliżenia po przecinku.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Wyniki temperatur | | | | |
| Wyniki testu | |  | Wyniki programu | |
| 99.99911415177323 | 166.9362149651147 |  | 100 | 166.936 |
| 99.99873673857435 | 207.23241215252318 |  | 100 | 207.233 |
| 99.99913622824398 | 236.28484836489392 |  | 100 | 236.287 |
| 99.99886349097673 | 259.4615454293437 |  | 100 | 259.465 |
| 99.99856368769406 | 279.02621207925847 |  | 100 | 279.031 |
| 99.99833307076041 | 296.11440465672047 |  | 100 | 296.121 |
| 99.99828777060439 | 311.37745804357013 |  | 100.001 | 311.385 |
| 99.9986389011151 | 325.22693428231423 |  | 100.001 | 325.235 |
| 99.999733155009 | 337.94169376607823 |  | 100.003 | 337.951 |
| 100.00209185746898 | 349.72071897716853 |  | 100.005 | 349.731 |
| 100.0064419788215 | 360.71173731817754 |  | 100.01 | 360.723 |
| 100.01373418237196 | 371.02790901578555 |  | 100.018 | 371.04 |
| 100.02514547372809 | 380.7581368613588 |  | 100.03 | 380.771 |
| 100.04206658948135 | 389.9737401779163 |  | 100.047 | 389.987 |
| 100.06607630236047 | 398.7329444084316 |  | 100.072 | 398.747 |
| 100.09890604703071 | 407.0839999228044 |  | 100.105 | 407.099 |
| 100.14239869485296 | 415.06740851188135 |  | 100.149 | 415.083 |
| 100.19846510735009 | 422.71755059301114 |  | 100.205 | 422.734 |
| 100.2690415128534 | 430.063898923412 |  | 100.276 | 430.081 |
| 100.35604999410768 | 437.13194022620934 |  | 100.364 | 437.15 |
| 100.46136360581374 | 443.9438861744528 |  | 100.47 | 443.962 |
| 100.58677695817498 | 450.51922965500603 |  | 100.596 | 450.538 |
| 100.73398255211671 | 456.8751855104281 |  | 100.743 | 456.895 |
| 100.90455274455185 | 463.02704374695475 |  | 100.914 | 463.047 |
| 101.09992694675618 | 468.9884555278435 |  | 101.11 | 469.009 |
| 101.32140349391727 | 474.77166692761165 |  | 101.332 | 474.793 |
| 101.57013554447936 | 480.38771163654076 |  | 101.582 | 480.41 |
| 101.84713035050619 | 485.8465710811325 |  | 101.859 | 485.869 |
| 102.15325126484217 | 491.1573084394593 |  | 102.166 | 491.18 |
| 102.48922190137662 | 496.328181562518 |  | 102.502 | 496.352 |
| 102.85563192917733 | 501.3667387153518 |  | 102.869 | 501.391 |
| 103.25294405113215 | 506.2799002224972 |  | 103.267 | 506.304 |
| 103.68150178722517 | 511.07402846921707 |  | 103.696 | 511.099 |
| 104.14153774807718 | 515.7549882221302 |  | 104.157 | 515.78 |
| 104.63318214384935 | 520.3281988536518 |  | 104.649 | 520.354 |
| 105.15647132609867 | 524.7986797574265 |  | 105.173 | 524.825 |
| 105.71135620545562 | 529.171090007135 |  | 105.728 | 529.198 |
| 106.29771042636658 | 533.4497631244197 |  | 106.315 | 533.477 |
| 106.91533821210513 | 537.6387376719981 |  | 106.933 | 537.666 |
| 107.56398181948711 | 541.741784267583 |  | 107.582 | 541.77 |
| 108.24332856395998 | 545.7624295164479 |  | 108.262 | 545.791 |
| 108.9530173926518 | 549.7039772807208 |  | 108.973 | 549.733 |
| 109.69264499625561 | 553.5695276382133 |  | 109.713 | 553.598 |
| 110.46177146086819 | 557.3619938296619 |  | 110.482 | 557.391 |
| 111.259925468644 | 561.0841174486852 |  | 111.281 | 561.114 |
| 112.08660906181586 | 564.738482091664 |  | 112.108 | 564.769 |
| 112.94130198867555 | 568.3275256537182 |  | 112.964 | 568.358 |
| 113.82346565282369 | 571.8535514309826 |  | 113.846 | 571.884 |
| 114.7325466886738 | 575.3187381674231 |  | 114.756 | 575.35 |
| 115.66798018705074 | 578.7251491659451 |  | 115.692 | 578.757 |
| 116.62919259496024 | 582.074740567812 |  | 116.654 | 582.107 |
| 117.61560431334811 | 585.3693688909699 |  | 117.641 | 585.402 |
| 118.62663201608873 | 588.6107979064777 |  | 118.652 | 588.643 |
| 119.66169071257625 | 591.8007049224022 |  | 119.688 | 591.834 |
| 120.72019557527858 | 594.9406865361285 |  | 120.747 | 594.974 |
| 121.801563552473 | 598.0322639087257 |  | 121.829 | 598.066 |
| 122.90521478518018 | 601.0768876087712 |  | 122.933 | 601.111 |
| 124.0305738460866 | 604.0759420675566 |  | 124.059 | 604.11 |
| 125.17707081701873 | 607.0307496828312 |  | 125.206 | 607.065 |
| 126.34414222032 | 609.9425746041862 |  | 126.374 | 609.977 |

# Wnioski

Jak można zobaczyć z powyższego porównania wyniki otrzymane z napisanego programu są bardzo zbliżone do danych testowych, co świadczy o poprawności działania programu. Dodatkowo program radzi sobie z bardziej skomplikowanymi siatkami, co dobrze pokazuje przykład siatki trapezu 31x31.

Obraz zawierający zrzut ekranu, Jaskrawoniebieski, niebieskie, Wielobarwność

Opis wygenerowany automatycznieObraz zawierający zrzut ekranu, niebieskie, Jaskrawoniebieski, niebo

Opis wygenerowany automatycznieObraz zawierający tekst, zrzut ekranu, oprogramowanie, Oprogramowanie multimedialne

Opis wygenerowany automatycznieDzięki opcji generowania plików do programu ParaView możemy zilustrować naszą symulację. Pomimo podglądu rozkładu temperatury w elemencie możemy również ją zilustrować przy pomocy animacji.

Animacja symulacji (możliwe, że niewidoczna w formacie PDF)

Realizacja programu pokazuje w jaki sposób można rozwiązać równania różniczkowe przez użyciu metod numerycznych. Obecny program ma możliwość dalszego rozwoju, możliwe są np. dodanie różnych rodzajów materiałów w siatce o różnych własnościach, różne warunki brzegowe na różnych ścianach, współpraca z innymi programami zewnętrznymi. Dodatkowo program ten rozwiązuje jeden specyficzny problem, wykorzystując wiedzę jaką się uzyskało oraz umiejętności matematyczne oraz metod numerycznych, można napisać inne programu rozwiązujące inne zagadnienia fizyki jak np., inne rodzaje transportu ciepła itp.

Dzięki dodatkowym mechanikom debugowania wyników w kodzie mamy możliwość lepszego podglądu naszej symulacji oraz sprawdzenia co się dzieje w poszczególnych węzłach, jakie wartości posiada poszczególny fragment naszego równania. Dodatkowo sam program jest tak zbudowany, że nie musimy zawsze liczyć wszystkie, kod pozwala nam na własne obliczanie tylko fragmentów, zamiast całej temperatury. Dzięki temu, gdybyśmy chcieli poznać tylko wartości macierzy H wystarczy użyć odpowiedniej metody zamiast uruchamiać całej symulacji.