

# Metody numeryczne: karta wzorów

## 1 Dokładność

### Błędy bezwzględne i względne

$x$  - wartość prawdziwa,  $\tilde{x}$  - wartość przybliżona  $x$   
 $|\tilde{x} - x|$  - błąd bezwzględny  $|\frac{\tilde{x}-x}{x}|$  - błąd względny

### Błąd sumy i różnicy

$$d_1 = |\tilde{x}_1 - x_1|, \quad d_2 = |\tilde{x}_2 - x_2|, \quad d \leq d_1 + d_2$$

### Błąd iloczynu

$$r_1 = |\frac{\tilde{x}_1 - x_1}{x_1}|, \quad r_2 = |\frac{\tilde{x}_2 - x_2}{x_2}|, \quad r \approx r_1 + r_2$$

### Błąd ilorazu

$$r_1 = |\frac{\tilde{x}_1 - x_1}{x_1}|, \quad r_2 = |\frac{\tilde{x}_2 - x_2}{x_2}|, \quad r \approx |r_1 - r_2|$$

## 2 Macierze

### Rozkład LU

$A = L * U$ , gdzie  $L$  - macierz dolna z zerami **nad** główną przekątną i jedynkami na głównej przekątnej, a  $U$  - górna z zerami **poniżej** głównej przekątnej np.  $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{bmatrix}$ ,  $U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$

### Rozkład Choleskiego

$$A = L * L^T, \text{ gdzie } L - \text{macierz dolna z zerami } \mathbf{nad} \text{ główną przekątną np. } L = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} \end{bmatrix}$$

## 3 Równania nieliniowe

### Metoda Newtona

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

### Metoda siecznych

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n) \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

## 4 Interpolacja

### Wielomian interpolacyjny Lagrange'a

$$p(x) = \sum_{k=0}^n y_k l_k(x), \quad \text{gdzie} \quad l_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

## Ilorazy różnicowe

$$f(x_{n-1}; x_n) = \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$$

Rekurencyjnie definiujemy iloraz różnicowy rzędu  $k$ :  $f(x_i; x_{i+1}; \dots; x_{i+k}) = \frac{f(x_{i+1}; \dots; x_{i+k}) - f(x_i; \dots; x_{i+k-1})}{x_{i+k} - x_i}$   
dla  $k = 1, 2, \dots$  oraz  $i = 0, 1, 2, \dots$

## Wielomian interpolacyjny Newtona

$$P_k(x) = y_0 + \sum_{i=1}^k f(x_0, \dots, x_i) \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$$

## 5 Aproksymacja

### Aproksymacja liniowa

Prosta aproksymująca ma postać  $y = ax + b$  gdzie:  $a = \frac{nA - BC}{nD - B^2}$ ,  $b = \frac{CD - AB}{nD - B^2}$ ,  
 $A = \sum_{i=1}^n x_i y_i$ ,  $B = \sum_{i=1}^n x_i$ ,  $C = \sum_{i=1}^n y_i$ ,  $D = \sum_{i=1}^n x_i^2$ ,  $n$  - liczba punktów