

Metody numeryczne – laboratorium nr 10

Poszukiwanie minimum funkcji dwóch zmiennych – metody gradientowe

Zadanie 1

Napisz skrypt, który znajdzie minimum dowolnej funkcji dwóch zmiennych metodą gradientu prostego.

Przykładowe funkcje do przetestowania skryptu:

L.p.	Funkcja	Zakres zmiennych
1.	$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10], x_2 \in [-10, 10]$
2.	$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 4x_2^2 - 2x_1x_2 + 4x_1 + 2x_2 - 6$	$x_1 \in [-8, 6], x_2 \in [-6, 5]$
3.	$f(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$	$x_1 \in [-2, 2], x_2 \in [-1, 3]$

Wyniki działania skryptu zapisz w tabeli dla dwóch wybranych funkcji.

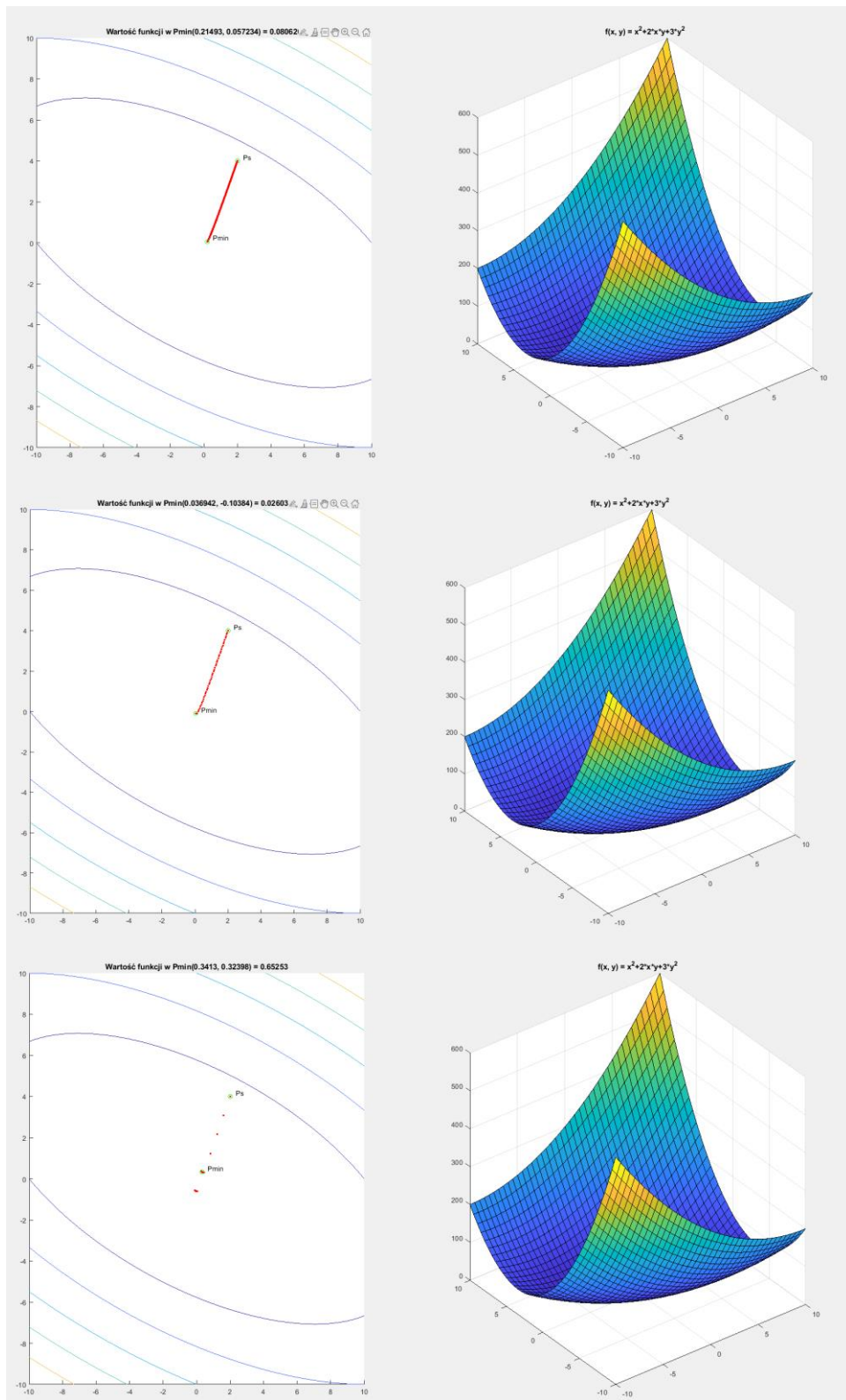
Funkcja f	Zakres i P_{start}	Krok	P_{min}	$f(P_{min})$	Liczba iteracji	Czas
$F(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$	$x \in [-10, 10], y \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, 4)$	$\alpha = 0.01$	(0.2149, 0.0572)	0.0806	433	0.619162
		$\alpha = 0.1$	(0.0369, -0.1038)	0.0260	46	0.091678
		$\alpha = 1$	(0.3413, 0.3240)	0.6525	102	0.126402
$F(x, y) = x^2 + 2x + y^2$	$x \in [-10, 10], y \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, 4)$	$\alpha = 0.01$	(-0.7067, 0.3925)	-0.7599	451	0.491829
		$\alpha = 0.1$	(-1.0079, 0.0059)	-0.9999	50	0.098106
		$\alpha = 1$	(-1.0697, 0.0532)	-0.9923	7	0.031137

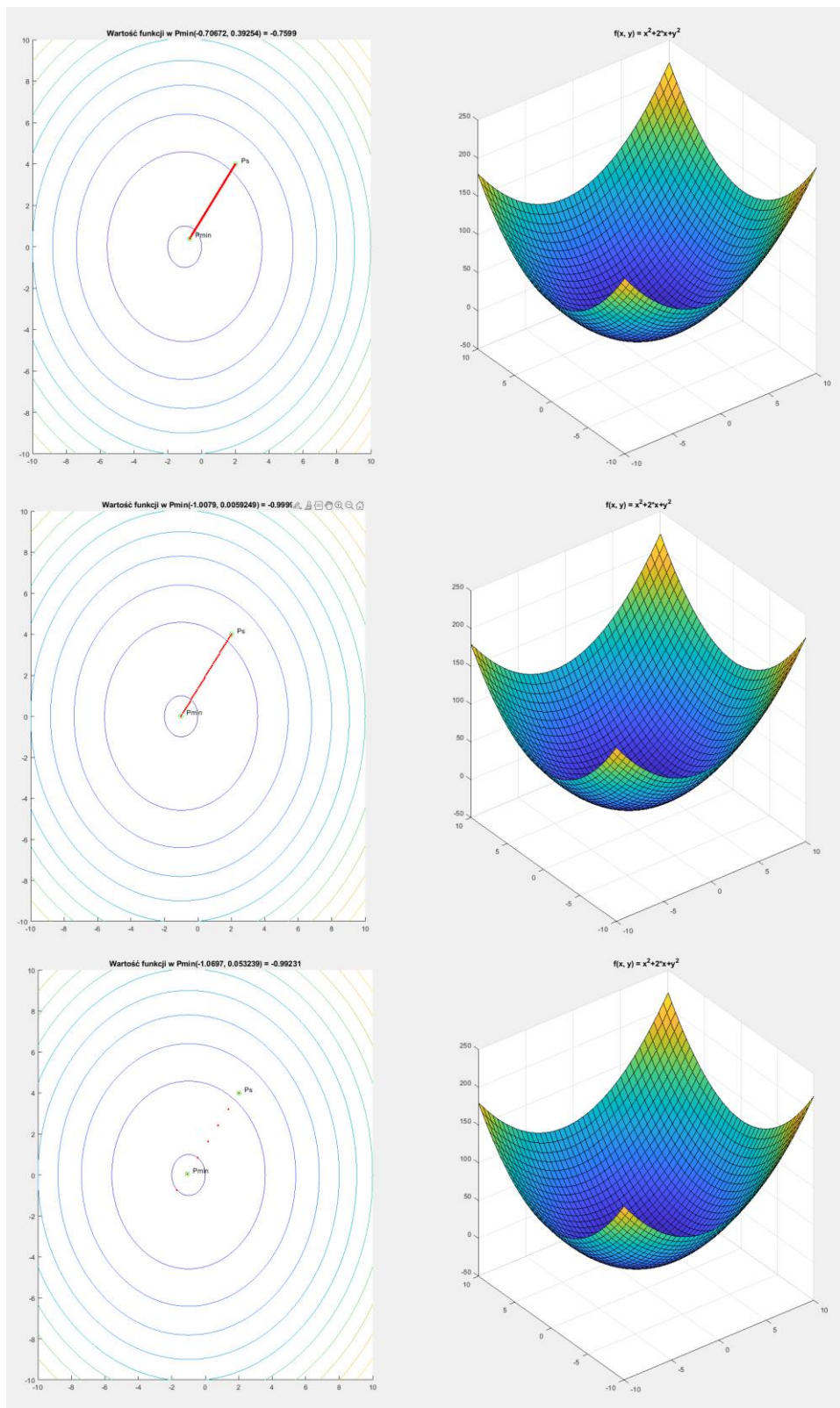
Dla każdej z funkcji przygotuj dwa wykresy:

- wykres 3D funkcji w podanym zakresie,
- wykres poziomicowy na którym zaznaczony zostanie: punkt startowy (z odpowiednim opisem), punkt minimum (z odpowiednim opisem), ścieżka utworzona przez kolejno

wyznaczone przez algorytm punkty. W tytule wykresu podaj wartość funkcji w punkcie minimum.

/Tu wstaw wykresy/





Zadanie 2

Dokonaj modyfikacji skryptu z zadania 1 polegające na:

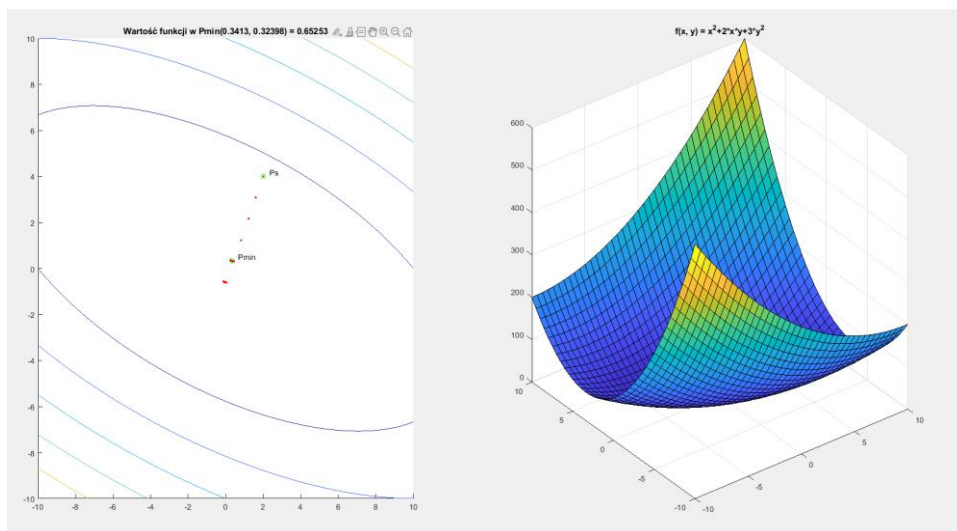
- wprowadzeniu modyfikacji długość kroku α

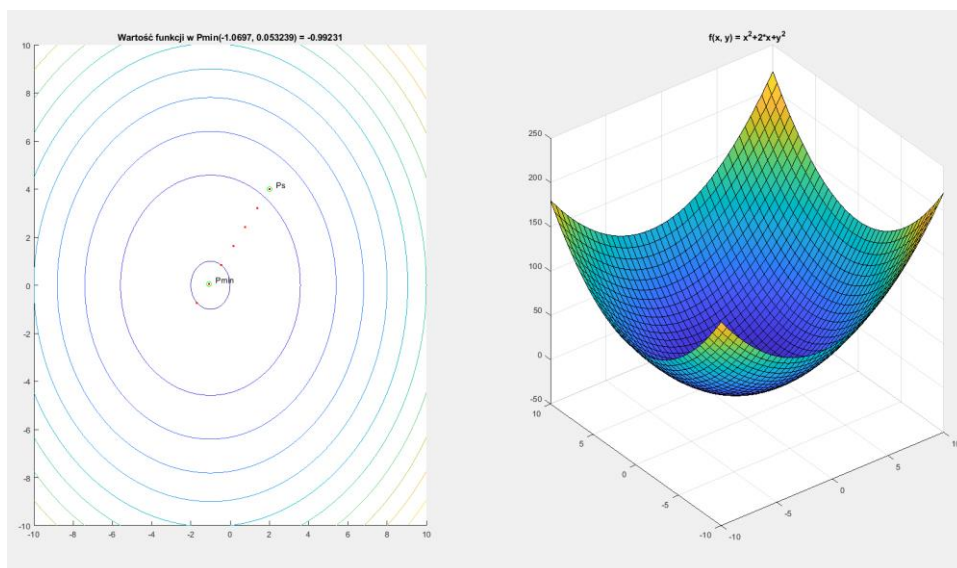
Wyniki działania skryptu zapisz w tabeli. Przyjmij te same funkcje oraz punkty startowe jak w zadaniu 1.

- a) modyfikacja kroku (przyjmij dokładność znalezienia P_{min} wynoszącą $tol = 0.01$ oraz krok startowy $\alpha = 1$)

Funkcja f	Zakres i P_{start}	Dokładność	P_{min}	$f(P_{min})$	Liczba iteracji	Czas
$F(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$	$X \in [-10, 10]$ $y \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, 4)$	$tol = 0.01$	$(0.3413, 0.3240)$	0.6525	102	0.165803
$F(x, y) = x^2 + 2x + y^2$	$X \in [-10, 10]$ $y \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, 4)$	$tol = 0.01$	$(-1.0697, 0.0532)$	-0.9923	7	0.179454

/Tu wstaw wykresy dla modyfikacji a)/





Zadanie 3

Napisz skrypt, który znajdzie minimum dowolnej funkcji dwóch zmiennych za pomocą:

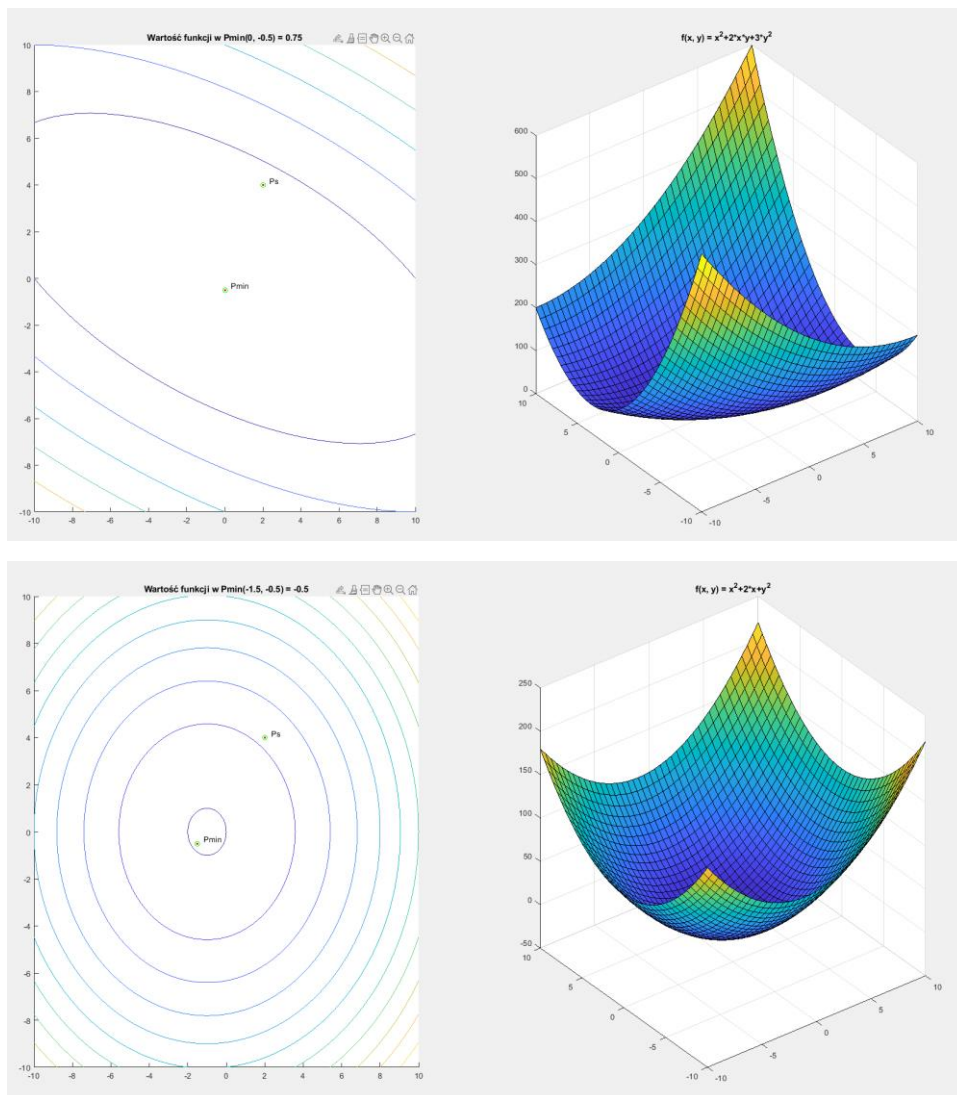
- metody Newtona,
- metody najszybszego spadku.

Wyniki działania skryptu zapisz w tabeli. Przyjmij te same funkcje oraz punkty startowe jak w zadaniu 1.

- metoda Newtona

Funkcja f	Zakres i P_{start}	Dokładność	P_{min}	$f(P_{min})$	Liczba iteracji	Czas
$F(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$	$X \in [-10, 10]$ $y \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, 4)$	$tol = 0.01$	$(0, -0.5000)$	0.7500	2	0.021444
$F(x, y) = x^2 + 2x + y^2$	$X \in [-10, 10]$ $y \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, 4)$	$tol = 0.01$	$(-1.5000, -0.5000)$	-0.5000	2	0.021222

/Tu wstaw wykresy dla metody Newtona/



b) metoda najszybszego spadku

Funkcja f	Zakres i P_{start}	Dokładność	P_{min}	$f(P_{min})$	Liczba iteracji	Czas
$F(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$	$x \in [-10, 10]$ $y \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, 4)$	$tol = 0.01$	$(0, -0.5000)$	0.7500	3	0.046939
$F(x, y) = x^2 + 2x + y^2$	$x \in [-10, 10]$ $y \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, 4)$	$tol = 0.01$	$(-1.5000, -0.5000)$	-0.5000	1	0.014491

--	--	--	--	--	--	--

/Tu wstaw wykresy dla metody najszybszego spadku/

