

## Metody numeryczne – laboratorium nr 9

### Poszukiwanie minimum funkcji dwóch zmiennych – metody bezgradientowe

#### Zadanie 1

Napisz skrypt, który znajdzie minimum dowolnej funkcji dwóch zmiennych metodą spadku względem współrzędnych. Przyjmij następujące założenia:

- stałą długość kroku  $\alpha$
- bazę wersorów kierunkowych  $e = \{e_1, e_2, e_3, e_4\} = \left\{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}\right\}$
- losowy punkt startowy w podanym zakresie zmiennych

Przykładowe funkcje do przetestowania skryptu:

L.p.	Funkcja	Zakres zmiennych
1.	$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10], x_2 \in [-10, 10]$
2.	$f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 4x_2^2 - 2x_1x_2 + 4x_1 + 2x_2 - 6$	$x_1 \in [-8, 6], x_2 \in [-6, 5]$

Wyniki działania skryptu zapisz w tabeli dla dwóch wybranych funkcji.

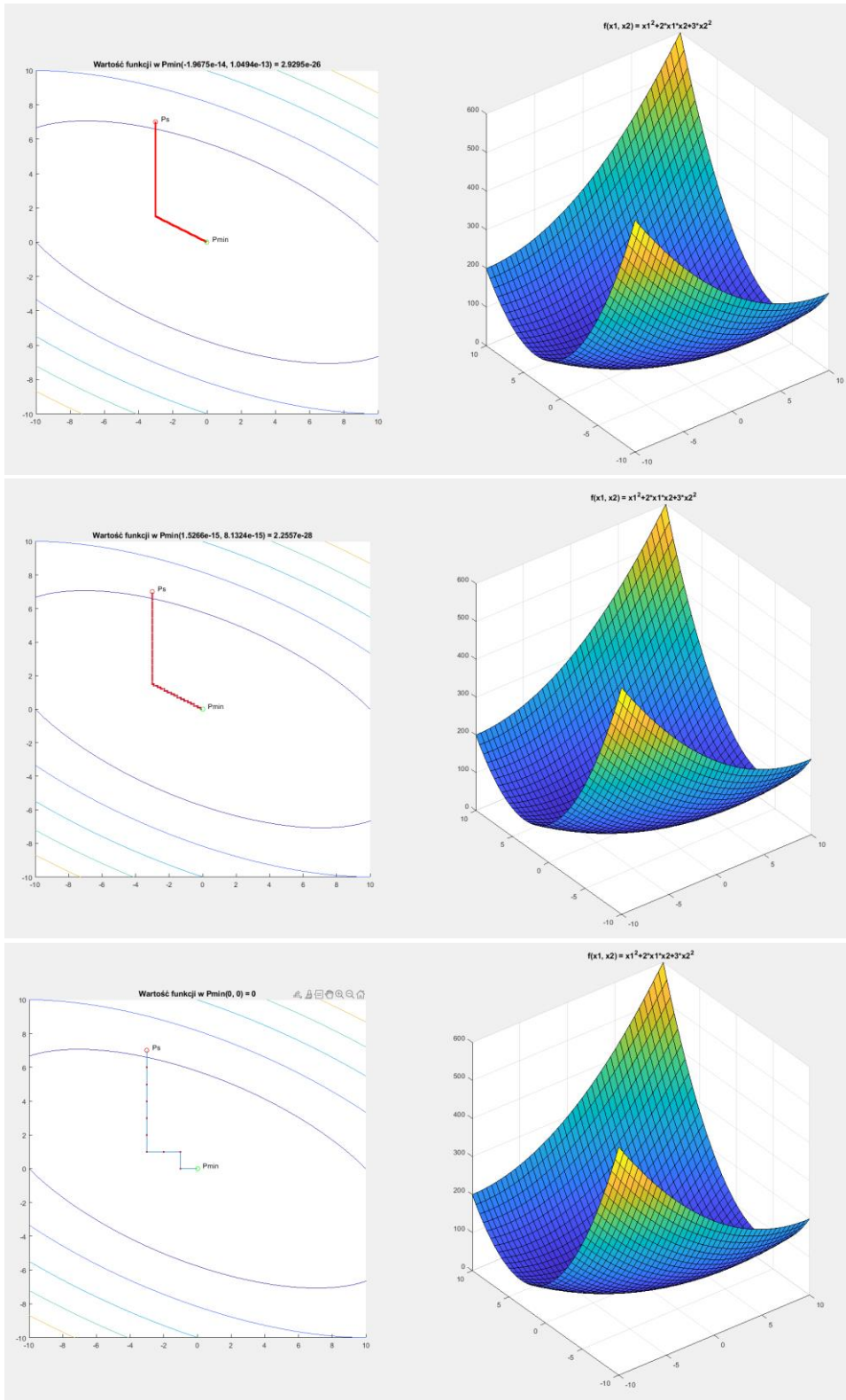
Funkcja $f$	Zakres i $P_{start}$	Krok	$P_{min}$	$f(P_{min})$	Liczba iteracji	Czas
$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10], x_2 \in [-10, 10]$ $P_{start} = (-3, 7)$	$\alpha = 0.01$	(-1.96752336645289e-14, 1.04940361955741e-13)	2.9295e-26	1001	1.932824
		$\alpha = 0.1$	(1.52655665885959e-15, 8.13238365537927e-15)	2.2557e-28	101	0.169792
		$\alpha = 1$	(0, 0)	0	11	0.043027
$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1 + x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10], x_2 \in [-10, 10]$ $P_{start} = (2, -1)$	$\alpha = 0.01$	(-1, 7.52869988573934e-16)	-1	401	0.612900
		$\alpha = 0.1$	(-1, -1.38777878078145e-16)	-1	41	0.084622
		$\alpha = 1$	(-1, 0)	-1	5	0.023693

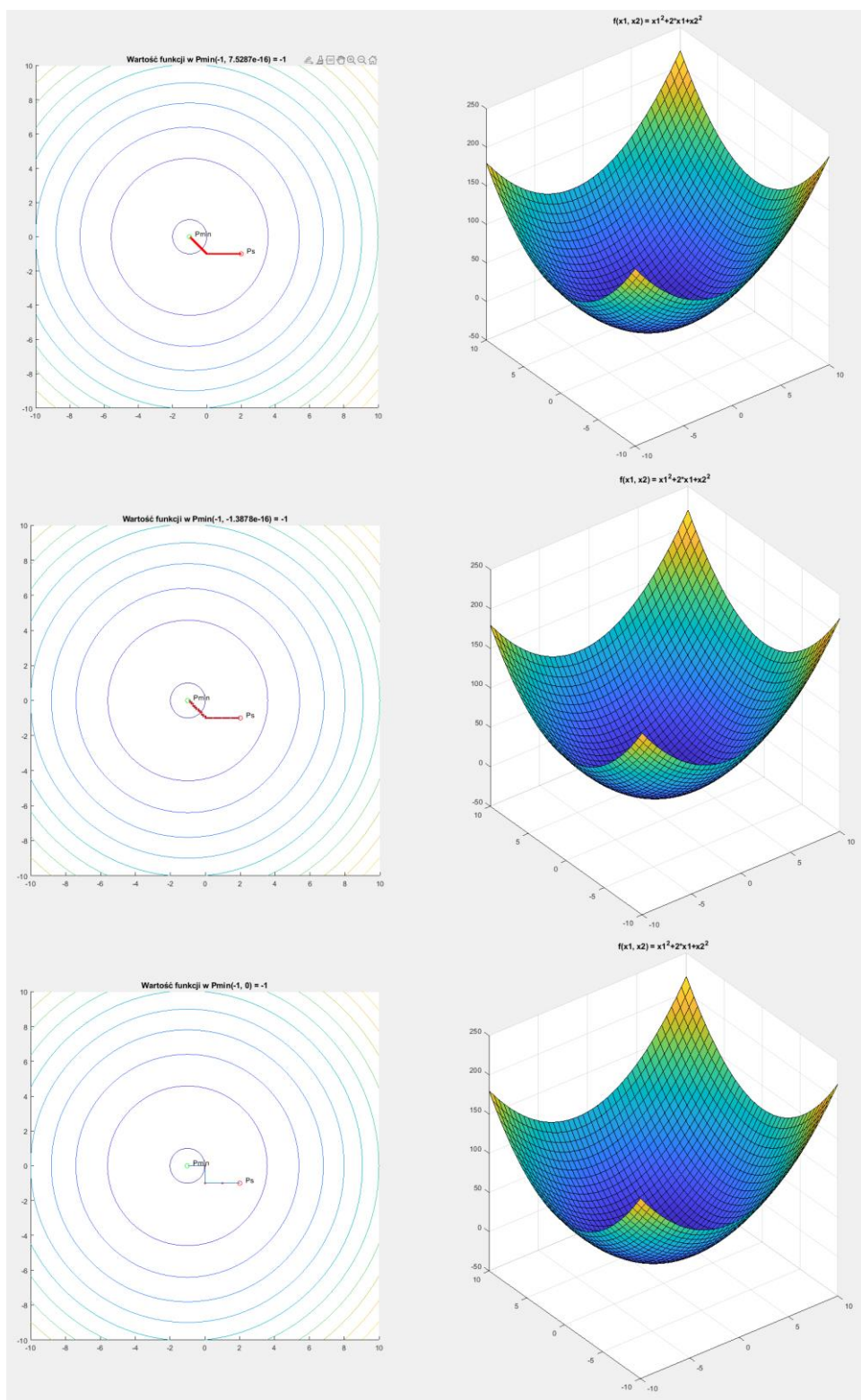
Dla każdej z funkcji przygotuj dwa wykresy:

- a) wykres 3D funkcji w podanym zakresie,

- b) wykres poziomicowy na którym zaznaczony zostanie: punkt startowy (z odpowiednim opisem), punkt minimum (z odpowiednim opisem), ścieżka utworzona przez kolejno wyznaczone przez algorytm punkty. W tytule wykresu podaj wartość funkcji w punkcie minimum.

/Tu wstaw wykresy/





## Zadanie 2

Dokonaj modyfikacji skryptu z zadania 1 polegające na:

- wprowadzeniu modyfikacji długość kroku  $\alpha$

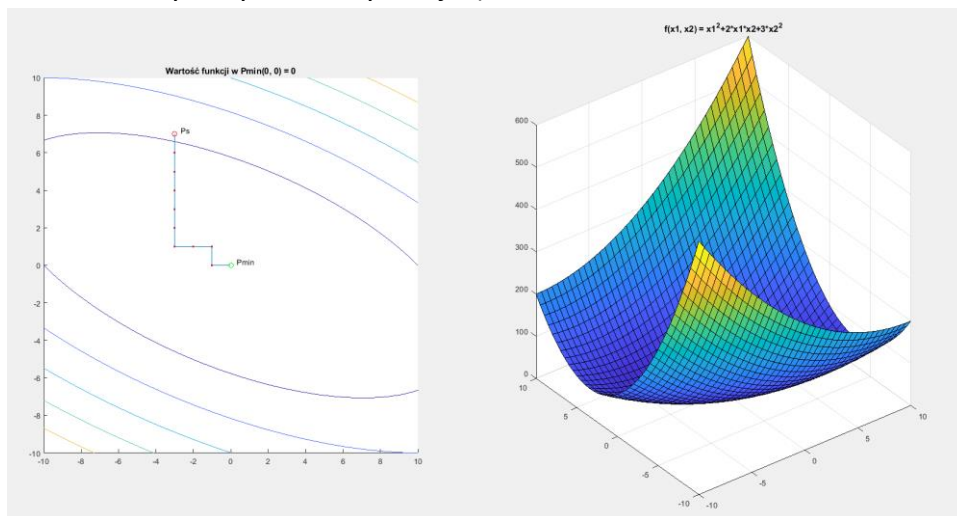
- b) zwiększeniu bazy wektorów kierunkowych, o wektory wskazujące kierunki po skosie
- c) zwiększeniu bazy wektorów kierunkowych i modyfikację kroku

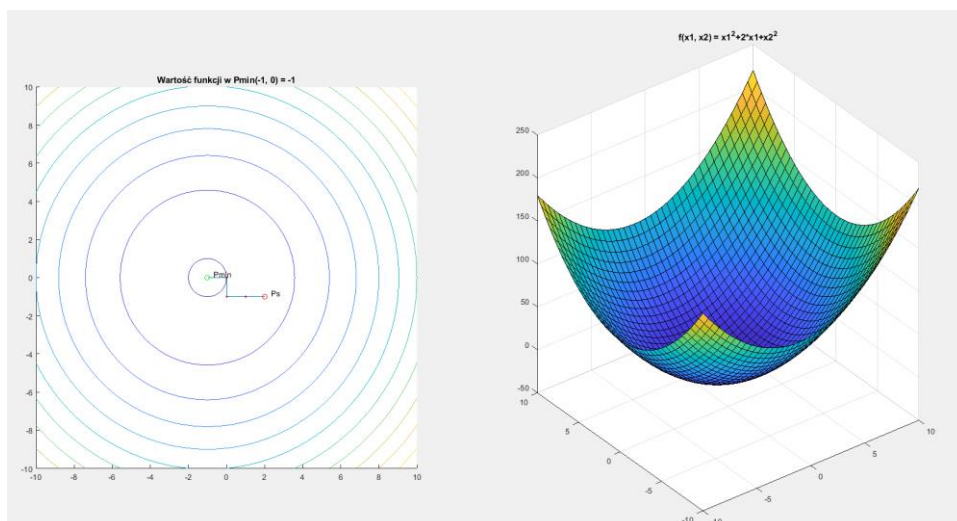
Wyniki działania skryptu zapisz w tabeli. Przyjmij te same funkcje oraz punkty startowe jak w zadaniu 1.

- a) modyfikacja kroku (przyjmij dokładność znalezienia  $P_{min}$  wynoszącą  $tol = 0.01$  oraz krok startowy  $\alpha = 1$ )

Funkcja $f$	Zakres i $P_{start}$	Dokładność	$P_{min}$	$f(P_{min})$	Liczba iteracji	Czas
$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10]$ , $x_2 \in [-10, 10]$ , $P_{start} = (-3, 7)$	$tol = 0.01$	$(0, 0)$	0	11	0.031655
$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1 + x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10]$ , $x_2 \in [-10, 10]$ , $P_{start} = (2, -1)$	$tol = 0.01$	$(-1, 0)$	-1	5	0.020100

/Tu wstaw wykresy dla modyfikacji a)/

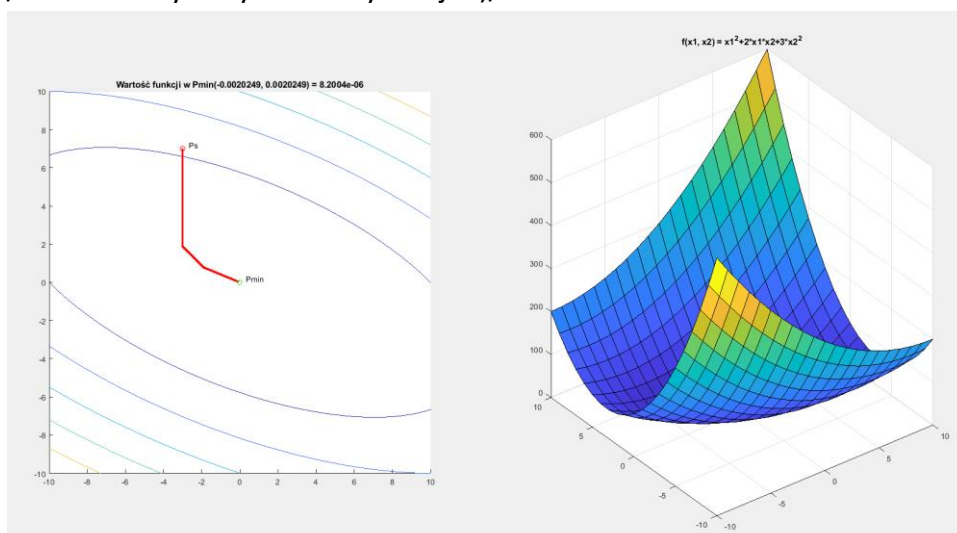




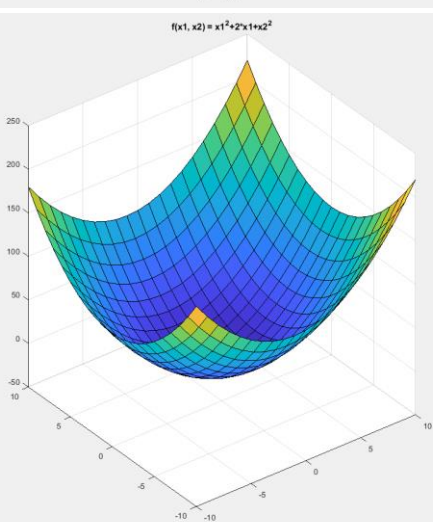
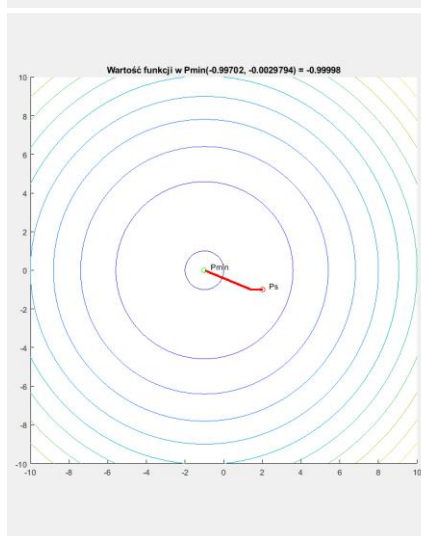
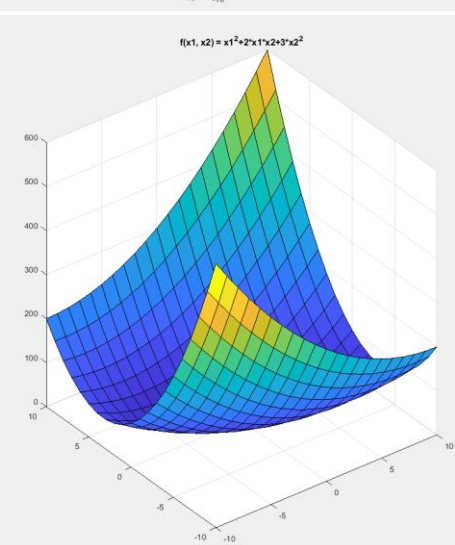
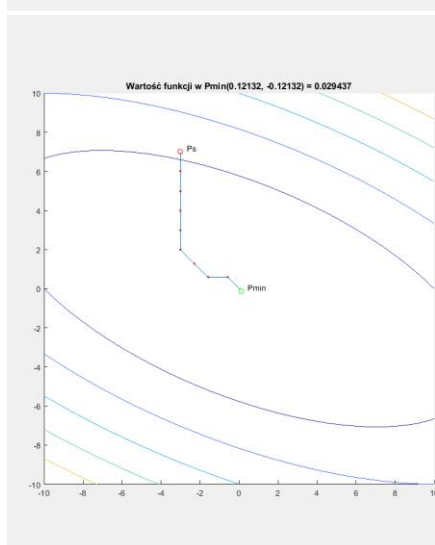
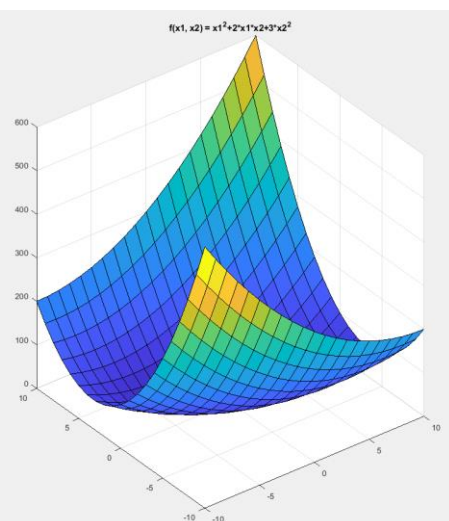
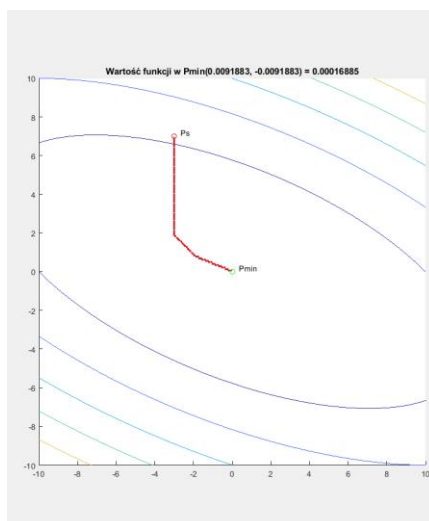
b) modyfikacja bazy wektorów kierunkowych

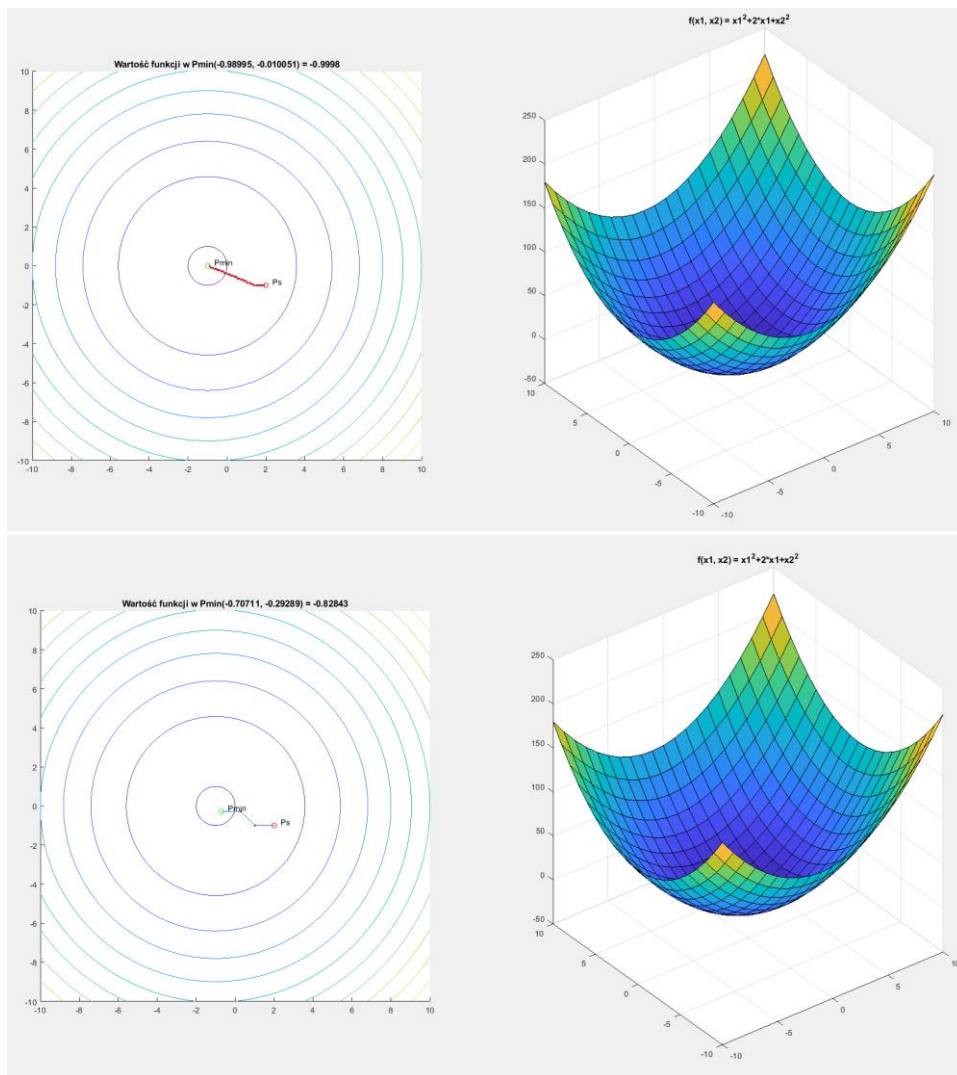
Funkcja $f$	Zakres i $P_{start}$	Krok	$P_{min}$	$f(P_{min})$	Liczba iteracji	Czas
$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10]$ , $x_2 \in [-10, 10]$ , $P_{start} = (-3, 7)$	$\alpha = 0.01$	$(-0.0020, 0.0020)$	$8.2004e-06$	890	1.700597
		$\alpha = 0.1$	$(0.0092, -0.0092)$	$1.6885e-04$	90	0.167316
		$\alpha = 1$	$(0.1213, -0.1213)$	0.0294	10	0.040271
$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1 + x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10]$ , $x_2 \in [-10, 10]$ , $P_{start} = (2, -1)$	$\alpha = 0.01$	$(-0.9970, -0.0030)$	-1	342	0.548454
		$\alpha = 0.1$	$(-0.9899, -0.0101)$	-0.9998	35	0.096435
		$\alpha = 1$	$(-0.7071, -0.2929)$	-0.8284	4	0.017242

/Tu wstaw wykresy dla modyfikacji b)/









c) modyfikacja bazy wektorów kierunkowych i modyfikacja kroku (przyjmij dokładność znalezienia  $P_{min}$  wynoszącą  $tol = 0.01$  oraz krok startowy  $\alpha = 1$ )

Funkcja $f$	Zakres i $P_{start}$	Dokładność	$P_{min}$	$f(P_{min})$	Liczba iteracji	Czas
$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10]$ , $x_2 \in [-10, 10]$ , $P_{start} = (-3, 7)$	$tol = 0.01$	$(0.1213, -0.1213)$	0.0294	10	0.048675
$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1 + x_2^2$	$x_1 \in [-10, 10]$ , $x_2 \in [-10, 10]$ , $P_{start} = (2, -1)$	$tol = 0.01$	$(-0.7071, -0.2929)$	-0.8284	4	0.022163



/Tu wstaw wykresy dla modyfikacji c)/

